



ARCHIMEDIS

PERA OMNIA

CUM COMMENTARIIS EUTOCII.

ODICE FLORENTINO RECENSUIT, LATINE UERTIT

NOTISQUE ILLUSTRAUIT

J. L. HEIBERG

DR. PHIL.

UOLUMEN I.





LIPSIAE

IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCCLXXX.

LIPSIAE: TYPIS B. G. TEUBNERI.

I. N. MADUIGIO

UIRO DOCTISSIMO, CLARISSIMO, HUMANISSIMO

EDITOR DISCIPULUS.

PRAEFATIO.

Opus magnum et difficile, sed necessarium et ab omnibus, qui hanc partem litterarum adtigerunt, iam diu desideratum, ad quod dissertatione mea, quae inscribitur Quaestiones Archimedeae (Hauniae MDCCCLXXIX), uiam, quantum potui, muniui, ut opera Archimedis tandem aliquando e legibus artis criticae ederentur et ita, ut philologis quoque non res modo, sed etiam uerba ipsa et quasi manum Archimedis requirentibus satisfieret, id iam ipse efficere conabor. nam quod primum omnium faciendum erat, ut codex Florentinus praestantissimus denuo diligenter conferretur, id mihi Florentiae facere licuit mense Octobri anni MDCCCLXXIX, quo profectus eram pecunia Instituti Carlsbergici adiutus. quam ob liberalitatem iis uiris, qui huic instituto praesunt, gratias hoc loco ago quam maximas, in primis I. N. Maduigio, uiro doctissimo et clarissimo, praeceptori meo, qui ceteris suis beneficiis hoc quoque adiunxit.

eodem itinere etiam codicem Uenetum inspexi et in Arenario totum contuli.

collato codice Florentino mihi persuasi, quaestionem de necessitudine et coniunctione codicum Archimedeorum, de qua egi Quaest. Arch. cap. VI, retractandam esse; quare de hac re ad finem huius editionis

uberius disputabo. hoc loco pauca tantum dicenda sunt de ea ratione, quam in hac editione comparanda secutus sum.

in uniuersum editionem Pappi, quam parauit Fr. Hultsch, uir doctissimus, tamquam exemplar omnium consensu comprobatum mihi imitandam proposui. itaque non modo notas criticas Graecis uerbis subiunxi, sed etiam interpretationem Latinam addidi, ad quam notae res mathematicas plerumque explicantes adcedunt.

Primum igitur quod ad adparatum, quem uocant, criticum adtinet, eum ita comparaui, ut id maxime adpareret, quid quoque loco praeberet codex Florentinus, et sicubi emendanda erat scriptura eius, quis emendationis auctor esset. quare ubicunque a codice Florentino discessi, in notis eius scripturam primo loco posui, deinde adiunxi emendatae scripturae auctorem, ita ut, ubi nihil ultra additum est, omnes auctores tempore medios, ubi nonnullorum scriptura discrepans enotata est, ceteros certe cum codice Florentino consentire intellegendum sit. qua in re hoc tamen tenendum est, errores apertos codicum Parisiensium prorsus omissos esse. ubi sola scriptura codicis Florentini indicatur, errores eius iam in ceteris codicibus correcti sunt, si collationibus Torellianis fides habenda est; sed non dubito, quin in multis eius modi locis scriptura codicum Parisinorum parum diligenter enotata sit (Quaest. Arch. p. 111 sq.). in locis grauioribus*) codices Parisinos inspexit Henricus Lebègue mea causa rogatus a Carolo Graux, uiro doctissimo mihique ami-

*) Scripturis codd. Parisin., de quibus me certiorem fecit H. Lebègue, stellulam adfixi.

cissimo; sed in minutiis iis molestus esse nolui; sic quoque quae mea causa fecerunt, permagna sunt et summa gratia digna, quam me iis habere hoc loco testor. — scripturam discrepantem editionum Basileensis et Torellii totam recipere opus esse non putaui, sed quidquid ad uerba Archimedis emendanda inde sumi posse uidebatur, excerpsi. ceterum saepissime codicem Florentinum secutus a Torellio tacite discessi, et in eiusmodi locis silentium pro testimonio scripturae codicis Florentini esto, sicut etiam ubi scripturam eius aliter, ac Bandinius in collatione sua ad editionem Basileensem facta, quae apud Torellium exstat, indicaui, mihi credi uelim.

in commentario critico his compendiis usus sum:

F = codex Florentinus Laurentianus plut. XXVIII, 4.
V = codex Uenetus St. Marci CCCV.
A = codex Parisiensis Nr. 2359.
B = codex Parisiensis Nr. 2360.
C = codex Parisiensis Nr. 2361.
D = codex Parisiensis Nr. 2362.
ed. Basil. = editio Basileensis 1544 fol.
Cr. = interpretatio Iacobi Cremonensis ei addita.
uulgo = significat consensum omnium auctorum praeter eos, qui diserte nominati sunt.
corr. = correxit.
comp. = compendium.

Qui recentiore tempore de Archimede scripserunt uiri docti, haud ita multi sunt, neque ad scripta eius emendanda multa contulerunt. quibus uti potui subsidiis, haec sunt:

Riualtus — Archimedis opera. Parisiis 1615 fol.
Torellius — Archimedis opera. Oxonii 1792 fol.

Commandinus — A. opera nonnulla latine. Uenetiis 1558 fol.

Wallis — A. arenarius et dimensio circuli. Oxonii 1678. 8. — Opera III p. 509 sq.

Sturm — Des unvergleichlichen Archimedis Kunstbücher, übersetzt und erläutert. Nürnberg 1670 fol.

Barrowius — Opera Archimedis methodo novo illustrata et demonstrata. Londini 1675. 4.

Hauber — A. über Kugel und Cylinder und über Kreismessung, übersetzt mit Anmerkungen. Tübingen 1798. 8.

Gutenäcker — A.'s Kreismessung griechisch und deutsch. Würzburg 1828. 8.

Nizze — A.'s vorhandene Werke, übersetzt und erklärt. Stralsund 1824. 4.

Censor Ienensis (Jen.) — Uir doctus ignotus, qui de editione Torellii censuram proposuit Jenaer Litteraturzeitung 1795 Nr. 172—73 p. 610—23.

Wurm — Fr. Wurmii censura editionis Gutenäckeri Jahns Jahrbücher XIV p. 175—85.

emendationes nonnullas ipse proposui Quaest. Arch. cap. VII et in editione Arenarii ei libro adiuncta, quarum partem nunc improbaui, plerasque recepi. in Eutocio quaedam emendare conatus sum Neue Jahrbücher für Philologie und Pädagogik, Supplementband XI p. 375—83.

In interpretatione Latina, quam totam de meo conscripsi, id maxime secutus sum, ut ubique sensus satis dilucide adpareret, et Archimedea orationis forma et demonstrandi ratio quam maxime seruaretur, ita tamen ut, ubi fieri posset, ea, quae Archimedes uerbis

posuerat, signis, quibus nostri mathematici utuntur, primerem. quod ut fieret, interdum ab usu linguae tinae longius discedere coactus sum, maxime in llocatione uerborum, et parum Latine loqui, ne aut bscura esset interpretatio aut a Graecis uerbis nimis screparet. in multorum uerborum interpretatione ultschium secutus sum, uelut, eo praeeunte pro raecorum διπλάσιος cett. sequente genetiuo dixi: duplo aior quam, cett. (Hultsch: Pappus I p. 59 not. 1); d ubi haec orationis forma minus apta erat, uelut ro Graeco διπλασίονα λόγον ἔχειν, scripsi: duplicem tionem habere quam, et similia (cfr. Liuius XXXIV, 19, 4; Columella I, 8, 8; Plinius h. nat. XIX, 9; Quintil. II, 3, 3).[1]

In notis interpretationi adiunctis maxime id studui, ut supplerem, quae ab Archimede in demonstratione omissa erant, et locos obscuriores illustrarem. in libris de sphaera et cylindro et libello de dimensione circuli in notis indicaui, quaecunque de genuina scriptura Archimedis suspicari licet. hi enim libri non modo dialecto Dorica spoliati sunt, sed etiam plurimis locis refecti, cum transscriptor et adderet, quae ei necessaria uiderentur, et omitteret, quae abesse posse putaret, et omnino suae aetatis sermonem et rerum mathematicarum nomina, quae tum in usu erant, inferret. itaque cum intellegerem, in his libris manum Archimedis restitui non posse, satius duxi recensionem posteriorem sequi et tantum modo apertissimos scribendi errores corrigere. sed praeter quam quod,

---

[1]) Hos locos indicauit mihi O. Siesbyeus, uir doctissimus.

ut dixi, in notis indicaui genuinam Archimedis scripturam, ubicunque aut constabat aut probabili coniectura restitui poterat, etiam additamenta plurima in Graecis uerbis uncis [ ] inclusi, in interpretatione omisi; in interpretatione contra uncis [ ] inclusa sunt, quae ipse addidi ad Archimedis uerba et demonstrationis rationem illustranda. de additamentis illis cfr. quae scripsi Quaest. Arch. p. 69—78 et Neue Jahrbücher Suppl. XI p. 384—398. in iis locis, quos postea subditiuos esse intellexi, semper causam in notis breuiter indicaui; de ceteris satis esto semel hic illas duas disputationes citasse. unum locum tamen, in quo longiore disputatione opus est, hic uberius tractare libet.

de sphaera et cylindro I, 41 (apud Torellium I, 47) p. 172, 8: *καὶ ὡς ἄρα τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον, ὁ Μ κύκλος πρὸς τὸν Ν κύκλον*] sint spatia rectangula lateribus polygonorum (P, p) et lineis angulos iungentibus comprehensa S, s; quae aequalia sunt radiis (R, r) quadratis circulorum M, N. et circulis N, M aequales sunt superficies figurarum circumscriptae et inscriptae (O, o). iam Archimedes inde, quod est

$$S : s = EK^2 : \Lambda\Lambda^2,$$

concludi uult $O : o = EK^2 : \Lambda\Lambda^2$. si genuina essent uerba illa, hoc sic efficeret: $S : s = EK^2 : \Lambda\Lambda^2$, sed $S : s = R^2 : r^2 = M : N$, et $EK^2 : \Lambda\Lambda^2 = P : p$; quare $P : p = M : N$; sed $M : N = O : o$ et $P : p = EK^2 : \Lambda\Lambda^2$; quare $O : o = EK^2 : \Lambda\Lambda^2$. quod quam prauum sit, nemo non uidet; nam polygonorum prorsus peruerse mentio iniecta est, cum deberet sic concludi:

$$S : s = R^2 : r^2 = M : N = O : o;$$

sed $S : s = EK^2 : \Lambda\Lambda^2$; quare $O : o = EK^2 : \Lambda\Lambda^2$.

augent malum uerba sequentia lin. 13: τὸν δὲ αὐτόν, ὃν καὶ τὸ πολύγωνον (debebat esse τὰ πολύγωνα), quae praecedere debebant uerba: διπλασίονα λόγον ἤπερ ἡ EK πρὸς AA, cum hoc ex illo concludatur. adparet igitur, hos duos locos subditiuos esse. sed repugnare uidetur Eutocius, qui haec habet: ἐπεὶ δέδεικται, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον, οὕτως ὁ M κύκλος πρὸς τὸν N. sed puto, eum minus proprie loqui et ad ipsam rationem ab Archimede in priore parte propositionis demonstratam $O : o = EK^2 : AA^2$ respicere. nam cum $O : o = M : N$ (ex hypothesi) et

$$EK^2 : AA^2 = P : p \text{ (Eucl. VI, 20)},$$

hinc ratio $P : p = M : N$ tam facile sequitur, ut Eutocius recte dicere possit, hanc rationem simul cum illa demonstratam esse. eodem modo Archimedes dicit: ἐδείχθη δὲ ὡς ἡ EK πρὸς AA, οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ M κύκλου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N κύκλου (p. 174, 13), cum tamen hoc tantum demonstrauerit: $O : o = EK^2 : AA^2$, unde facile concluditur $R : r = EK : AA$. subditiua esse uerba illa, hinc quoque adparet, quod Archimedes prop. 42 p. 176, 25 hanc ipsam rationem $O : o = P : p$ proponit his uerbis additis: ἑκάτερος γὰρ τῶν λόγων διπλάσιός ἐστι τοῦ, ὃν ἔχει ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου πλευράν (h. e. $EK : AA$). haec uerba sine dubio in prop. 41 addidisset, si ibi quoque hac ratione uti uoluisset; et praeterea Eutocius ad prop. 42 uerba ἑκάτερος γὰρ κτλ. illustrat, cum tamen satis esset uerba ipsius Archimedis ex prop. 41 adferre. quare puto, uerba illa a transscriptore ad similitudinem propositionis 42 interposita esse. hoc

ideō quoque pluribus uerbis exposui, ut uno saltem exemplo additamentum manifeste argueretur, qualia in his libris plurima occurrunt.

in his igitur libris dialectum Doricam restituendam non esse putaui, in ceteris uero in uniuersum eam tenui rationem, quam proposui Quaest. Arch. p. 78 sq., sed eam aspere exigendam esse non censui, ut potius cautior essem, quam ut in contrarium uitium inciderem.

Quibus subsidiis in epigrammate et iis libris, qui Latine tantum exstant, usus sim, suis locis dicetur. nunc finem faciam, cum ante gratias egero Nicolao Anziani, uiro doctissimo, praefecto bibliothecae Laurentianae, cuius humanitatem egregiam Florentiae cognoui.

haec habui, quae dicerem de consilio meo in hac editione paranda. utinam ne uires meae tanto oneri nimis impares sint!

Scripsi Hauniae Id. Decemb. MDCCCLXXIX.

DE SPHAERA ET CYLINDRO

LIBRI II.

Ἀρχιμήδης Δοσιθέῳ χαίρειν.

Πρότερον μὲν ἀπεστάλκαμέν σοι τὰ εἰς τότε τεθεωρημένα γράψαντες μετὰ τῶν ἀποδείξεων αὐτῶν, ὅτι πᾶν τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ἐπίτριτόν ἐστι τριγώνου τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον· μετὰ δὲ ταῦτα ἐπιπεσόντων θεωρημάτων τινῶν ἀνελέγκτων, πεπραγματεύμεθα τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν. ἔστι δὲ τάδε· πρῶτον μέν, ὅτι πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου· ἔπειτα δέ, ὅτι παντὸς τμήματος σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος· πρ

---

1. χαίρειν] εὐπράττειν B. 2. ἀπεστάλκαμέν] VAD; ἀπέσταλκα F; ἀπέσταλκα ceteris uerbis: σοι — — αὐτῶν lin. 3 omissis B; „misi" Cr. εἰς τότε] ἐς ποτε F. τεθεωρημένα] θεωρημένα F. 3. τῶν] om. F. αὐτῶν] om. F lacuna relicta. 4. τε εὐθείας καί] B; om. F; „a recta et" Cr. 5. Inter ἐπι- et τριτον lacunam habet F. τριγώνου τοῦ] om. F; τριγώνου τοῦ ἔχοντος B. 6. τὴν αὐτὴν βάσιν] βάσιν τὴν αὐτὴν B; ταύτην τὴν βάσιν F. ἔχοντος] om. B. 7. μετὰ δὲ ταῦτα] lacunam B. ἐπιπεσόντων] ἀποπεσον τῶν F; πεσοντων B. „nunc autem quorundam occurrentium" Cr. τινῶν ἀνελέγκτων] αντιλεγον F, lacunam B; „quae effectu probata non erant" Cr. 8. πεπραγματευόμεθα] Riualtus; πεπραγματευμένα F; πεπραγμα relicta lacuna B. αὐτῶν] αὐτά B. ἔστι — πάσης lin. 9 om. B lacuna relicta; „demonstrationes adhibuimus" Cr. 9. τάδε] τι τάδε F; „huiusmodi" Cr.

I.

Archimedes Dositheo s.

Antea ad te misi, quae ad id tempus perspexeram, demonstrationibus adiunctis conscripta: quoduis segmentum linea recta et parabola comprehensum tertia parte maius esse triangulo eandem basim habenti, quam segmentum, et altitudinem aequalem.[1]) postea autem cum incidissem in theoremata quaedam nondum demonstrata, demonstrationes eorum confeci. sunt autem haec: primum cuiusuis sphaerae superficiem quadruplo maiorem esse circulo maximo[2]); deinde cuiusuis segmenti sphaerae superficiei aequalem esse circulum, cuius radius aequalis sit lineae a uertice segmenti ad ambitum ductae circuli, qui basis sit segmenti.[3]) et praeterea quemuis cylindrum basim

---

Huius epistulae restitutionem dedi Quaest. Arch. p. 131, quam hic secutus sum. tota exstat in FB solis (Quaest. Arch. p. 118—22). In VAD prima uerba: Ἀρχιμήδης — σοι lin. 2 exstant; reliqua pars paginae primae uacat (Quaest. Arch. p. 117; cod. Uenetum postea ipse inspexi); deinde in summa pagina 2 sequuntur καλῶς cett. p. 6, 6. Haec sola uerba extrema habent C, ed. Basil.; interpretatio I. Cremonensis priorem partem solam praebet (Quaest. Arch. p. 122).

1) h. e. τετραγ. παραβ. 17; 24.

2) h. e. περὶ σφ. καὶ κυλ. I, 30.

3) ibid. I, 39—40.

---

fort. τοιάδε. πάσης] τῆς F; „omnis“ Cr. 10. κύκλου] κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ B. ἔπειτα] post lacunam εἶτα B. 11. κύκλος] B; κώνῳ F; „circulus ille“ Cr. 14. βάσις B; βάσης F.

δὲ τούτοις, ὅτι πᾶς κύλινδρος τὴν βάσιν ἔχων ἴ τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴ τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας αὐτός τε ἡμιόλιός ἐσ τῆς σφαίρας, καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ τῆς ἐπιφανε τῆς σφαίρας. ταῦτα δὲ τὰ συμπτώματα αὐτῇ τῇ σει προυπῆρχεν περὶ τὰ εἰρημένα σχήματα, ἠγνοε δὲ ὑπὸ τῶν πρὸ ἡμῶν περὶ γεωμετρίαν ἀνεστρ μένων. νενοηκὼς δέ, ὅτι τούτων τῶν σχημάτ ἐστὶν οἰκεῖα, οὐκ ὀκνήσαιμι ἂν ἀντιπαραβαλεῖν α πρός τε τὰ τότε τεθεωρημένα καὶ πρὸς τὰ δόξα ἀποδειχθῆναι ἀσφαλέστατα τῶν ὑπὸ Εὐδόξου περὶ στερεὰ θεωρηθέντων· ὅτι πᾶσα πυραμὶς τρίτον ἐ μέρος πρίσματος τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῇ ραμίδι καὶ ὕψος ἴσον, καὶ ὅτι πᾶς κῶνος τρίτον μέ ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν κώνῳ καὶ ὕψος ἴσον. καὶ γὰρ τούτων προυπαρχόν φυσικῶς περὶ ταῦτα τὰ σχήματα, πολλῶν πρὸ Εὐδό γεγενημένων ἀξίων λόγου γεωμετρῶν συνέβαινεν

---

1. πᾶς] πάσης σφαίρας F, πάσης σφαίρας ὁ B; „cuius sphaerae“ Cr.; fortasse retinenda erat scriptura cod. B et σφαίρας lin. 4 delenda. τὴν βάσιν] F; ὁ βάσιν μέν B. ἔχων] B; ἔχοντος F. ἴσην] F; τὴν αὐτήν B; om. Cr. 2. ἴ B; ἴσσον F. 3. τῇ] B; om. F. αὐτός τε ἡμιόλιος] τοτε ἡμιόλιον F. ἐστιν] F; ἐστι B. 5. δὲ τὰ . . . α om. B; „haec autem accidentia“ Cr. τῇ] om. F. το μὲν τῇ φύσει Barrowius. 6. ἠγνοεῖτο] ἠγνόειστο F; γ B; οὐ μέντοι γέγονεν Riualtus; „uerum non fuerant supe ribus cognita“ Cr. 7. δὲ ὑπὸ τῶν] om. B, lacuna reli ὑπὸ τῶν om. F lacuna relicta; suppleuit Riualtus; „qui nos“ Cr., qui sequentia omisit. ἀνεστραμμένων] ανε lac relicta FB; ἀνεσκεμμένων Riualtus. ἀνεσκεμμένων τεθε μένα Barrowius. 8. νενοηκὼς δέ] ενοηκοτος F; νενοηκότο καὶ νοήσειεν Barrowius. ὅτι] ὅταν Riualtus; ὃς ἄν Ba wius. 9. ἐστιν] om. B. οἰκεῖα οὐκ] scripsi; om. lac relicta F, B; ταῖς ἀποδείξεσιν Riualtus. ὀκνήσαιμι ἄν] B; ἄν om. F. ἀντιπαραβαλεῖ B. 10. πρός τε τά] om.

[h]abentem circulo maximo sphaerae aequalem, altitu[di]nem autem diametro sphaerae aequalem, et ipsum [di]midia parte maiorem esse sphaera, et superficiem [eiu]s superficie sphaerae dimidia parte maiorem.[1]) hae [au]tem proprietates ipsa natura figuris, quas comme[m]oraui, inde ab initio erant, ignorabantur autem ab [ii]s, qui ante me geometriae studebant. sed cum in[te]llexerim, eas harum figurarum proprias esse, non [du]bitauerim, eas eodem loco ponere, quo et ea, quae [an]tea perspexi, et ea, quae putantur firmissimis docu[m]entis demonstrata esse eorum theorematum, quae [E]udoxus de figuris solidis proposuit: quamuis pyra[m]idem tertiam esse partem prismatis eandem basim [h]abentis, quam pyramis, et altitudinem aequalem, [e]t quemuis conum tertiam partem esse cylindri basim [e]andem habentis, quam conus, et altitudinem aequa[l]em. nam cum hae quoque proprietates ipsa natura [i]his figuris essent inde ab initio, accidit, ut ab omni-

Tota epistula usque ad *καλῶς* p. 6, 6 in F manu posteriore, saeculi, ut uidetur, XV, scripta est. Riualtus cod. B secutus est, cum lacunas eius partim coniecturis partim interpretatione I. Cremonensis Graece uersa suppleret. Torellius Riualti scripturam praebet receptis coniecturis Barrowii (Archimedis opera. Londini 1675. 4 p. 1—2); sed in initio *ἀπεστάλκαμέν σοι* e cod. Ueneto recepit.

1) h. e. I, 31 *πόρισμα*.

lacuna relicta. *τότε*] *τό* F; *τε* B. *θεωρημένα* B. *καὶ πρός*] *καίπερ* Riualtus; *ὥσπερ* Barrowius. 11. *ἀποδειχθῆναι ἀσφαλέστατα*] *πολλα* lacuna relicta F; *πολ* lacuna relicta B. *τῶν ὑπὸ Εὐδόξου*] om. F lacuna relicta; *ξου* post lacunam B; *τῶν ὑπὸ τοῦ Εὐδόξου* Riualtus. 12. *θεωρητεντων* F; *θεωρεθέντων* B; corr. Riualtus. 13. *μέρος ἐστί* B. *πυραμίδει* F. 15. *βάσιν μέν* Torellius. 16. *τούτων*] B; *που τῶν* F; om. Torellius. 17. Inter *πρό* et *Εὐδόξου* lacunam habet B, sed mg. *ἐν τοῖς ἐσχάτοις χωρίοις τούτοις οὐδὲν λείπει*.
18. *ὑπό*] *τό* Riualtus; *ἀπό* Barrowius.

πάντων ἀγνοεῖσθαι μηδ' ὑφ' ἑνὸς κατανοηθῆναι. ἐξέσται δὲ περὶ τούτων ἐπισκέψασθαι τοῖς δυνησομένοις. ὤφειλε μὲν οὖν Κόνωνος ἔτι ζῶντος ἐκδίδοσθαι ταῦτα. τῆνον γὰρ ὑπολαμβάνομέν που μάλιστα ἂν δύνασθαι κατανοῆσαι ταῦτα καὶ τὴν ἁρμόζουσαν ὑπὲρ αὐτῶν ἀπόφασιν ποιήσασθαι· δοκιμάζοντες δὲ καλῶς ἔχειν μεταδιδόναι τοῖς οἰκείοις τῶν μαθημάτων, ἀποστέλλομέν σοι τὰς ἀποδείξεις ἀναγράψαντες, ὑπὲρ ὧν ἐξέσται τοῖς περὶ τὰ μαθήματα ἀναστρεφομένοις ἐπισκέψασθαι. ἔρρωσο.

Γράφονται πρῶτον τά τε ἀξιώματα καὶ τὰ λαμβανόμενα εἰς τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν.

ΑΞΙΩΜΑΤΑ.

α'. Εἰσί τινες ἐν ἐπιπέδῳ καμπύλαι γραμμαὶ πεπερασμέναι, αἳ τῶν τὰ πέρατα ἐπιζευγνυουσῶν αὐτῶν εὐθειῶν ἤτοι ὅλαι ἐπὶ τὰ αὐτά εἰσιν ἢ οὐδὲν ἔχουσιν ἐπὶ τὰ ἕτερα.

β'. Ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὴ κοίλην καλῶ τὴν τοιαύτην γραμμήν, ἐν ᾗ ἂν δύο σημείων λαμβανομένων ὁποιωνοῦν αἱ μεταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖαι ἤτοι πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ πίπτουσιν τῆς γραμμῆς, ἤ τινες μὲν ἐπὶ τὰ αὐτά, τινες δὲ κατ' αὐτῆς, ἐπὶ τὰ ἕτερα δὲ μηδεμία.

---

1. ἀγνοεῖσθαι] F, Barrowius; εισθαι post lacunam B. μηδ'] μὴ δ' F. Inter ἐξέσται et δέ in B lacuna est; sed huc quoque referenda est adnotatio illa (ad p. 4 lin. 17). 4. ἄν] om. FB. 6. ἀπόφανσιν B. καλῶς] hinc rursus incipiunt F manus 1, ACDV, ed. Basil. 7. μαθημα lacuna relicta B. ἀποστέλλομεν] om. VAD; λλομεν post lacunam B. 8. αποδειξης F. 9. περί] τε F. 10. ἔρρωσο] ερρωμενω F, ἐρρωμένως VABCD; corr. ed. Basil. 11. γράφονται] hic rursus incipit Cr. τά] το F; corr. BC.* ἀξιώματα] αξιωμα F; corr. BC.* 12. αποδειξης F. 13. Titulum hic et p. 8 lin. 21 om. F; hunc et numerorum seriem addidit Torellius. 19. ἄν] εαν F; corr. Riualtus.

bus geometris, qui tamen plurimi et praestantissimi ante Eudoxum fuerant, ignorarentur nec a quoquam intellegerentur. licebit autem omnibus, qui quidem poterunt, haec inuenta mea examinare. certe Conone uiuo haec edenda fuerunt; illum enim existimo praeter ceteros haec intellegere potuisse et aptum de iis iudicium proferre. sed operae pretium me esse facturum ratus, si haec cum mathematices studiosis communicassem, ad te demonstrationes, quas conscripsi, misi, quas mathematices peritis licebit examinare. uale.

Primum proponuntur et postulata, et quae ad demonstrationes inuentorum meorum adsumpsi.

DEFINITIONES.

1. Sunt quaedam in plano curuae lineae terminatae, quae aut totae in eadem parte sunt rectarum linearum terminos earum iungentium, aut nihil in altera parte positum habent.

2. In eandem partem cauam lineam eiusmodi uoco, in qua sumptis duobus punctis quibuslibet lineae rectae puncta iungentes aut omnes in eandem partem lineae cadant, aut aliae in eandem partem, aliae in ipsam lineam, nulla autem in alteram partem.

Scripturam Riualti plerumque neglexi, quippe qui pauca tantum ueri similia proposuerit. Ubi nihil aliud diserte dictum est, emendationem ipse proposui Quaest. Arch. p. 131. hoc tantum adiicio, Iacobum Moor teste Simsono Eucl. elem. p. 404 hanc epistulam ex codicibus emendasse, quae emendationes utrum publici iuris factae sint necne, nescio. sed ueri simile est, eum ipso codice Parisino B usum esse, cum constet, eundem uirum alios quoque codices Parisinos mathematicorum Graecorum contulisse (Hultsch: Pappos I p. XX).

γʹ. Ὁμοίως δὴ καὶ ἐπιφάνειαί τινές εἰσιν πεπερασμέναι, αὐταὶ μὲν οὐκ ἐν ἐπιπέδῳ, τὰ δὲ πέρατα ἔχουσιν ἐν ἐπιπέδῳ, καὶ τοῦ ἐπιπέδου, ἐν ᾧ τὰ πέρατα ἔχουσιν, ἤτοι ὅλαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἔσονται, ἢ οὐδὲν ἔχουσιν ἐπὶ τὰ ἕτερα.

δʹ. Ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὴ κοίλας καλῶ τὰς τοιαύτας ἐπιφανείας, ἐν αἷς ἂν δύο σημείων λαμβανομένων αἱ μεταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖαι ἤτοι πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ πίπτουσιν τῆς ἐπιφανείας, ἤ τινες μὲν ἐπὶ τὰ αὐτά, τινες δὲ κατ᾽ αὐτῶν, ἐπὶ τὰ ἕτερα δὲ μηδεμία.

εʹ. Τομέα δὲ στερεὸν καλῶ, ἐπειδὰν σφαῖραν κῶνος τέμνῃ, κορυφὴν ἔχων πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς σφαίρας, τὸ ἐμπεριεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐντὸς τοῦ κώνου.

ϛʹ. Ῥόμβον δὲ καλῶ στερεόν, ἐπειδὰν δύο κῶνοι τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντες τὰς κορυφὰς ἔχωσιν ἐφ᾽ ἑκάτερα τοῦ ἐπιπέδου τῆς βάσεως, ὅπως οἱ ἄξονες αὐτῶν ἐπ᾽ εὐθείας ὦσι κείμενοι, τὸ ἐξ ἀμφοῖν τοῖν κώνοιν συγκείμενον στερεὸν σχῆμα.

ΛΑΜΒΑΝΟΜΕΝΑ.

Λαμβάνω δὲ ταῦτα

αʹ. Τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν γραμμῶν ἐλαχίστην εἶναι τὴν εὐθεῖαν.

βʹ. Τῶν δὲ ἄλλων γραμμῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ οὖσαι

---

2. ἔχουσαι Barrowius. 10. κατ᾽ αὐτῆς Ien., probat Nizze. 11. στερεόν om. F lacuna relicta; —α δὲ καλῶ atramento euanidiore scriptum esse uidetur. 12. πρός] F per compendium, ἐπὶ Torellius. τῷ κέντρῳ] scripsi; το μοριον F, τὸ κέντρον uulgo. 19. κονοιν F. 23. τῶν] τω των F.

3. Similiter etiam superficies quaedam sunt terminatae, ipsae quidem non in plano positae, terminos autem in plano positos habentes, quae aut totae in eadem parte sunt illius plani, in quo terminos positos habent, aut certe nihil in altera parte positum habent.

4. In eandem igitur partem cauas eiusmodi uoco superficies, in quibus sumptis duobus punctis rectae lineae puncta iungentes aut omnes in eandem partem superficiei cadant, aut aliae in eandem partem, aliae in ipsas[1]), nulla autem in alteram partem.

5. Sectorem autem solidum uoco, cum conus sphaeram secet uerticem habens ad centrum sphaerae, figuram, quae a coni superficie eaque parte superficiei sphaerae continetur, quae intra conum cadit.

6. Rhombum autem solidum uoco, cum duo coni eandem basim habentes uertices habeant in utraque parte plani, in quo est basis, positos, ita ut axes eorum in directo siti sint, figuram solidam ex utroque cono compositam.

POSTULATA.

Postulo autem haec:

1. Omnium linearum eosdem terminos habentium minimam esse rectam.[2])

2. Ex ceteris uero lineis, si in plano positae eos-

---

1) Archimedes ipse sine dubio scripserat *τῶν ἐπιφανειῶν* lin. 9 propter *τὰς ἐπιφανείας* lin. 6.

2) Cfr. Eucl. elem. I def. 4: *εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται* et Proclus in Eucl. p. 110, 10 Friedlein: *ὁ δ' αὖ Ἀρχιμήδης τὴν εὐθεῖαν ὡρίσατο γραμμὴν ἐλαχίστην τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν. διότι γάρ, ὥς ὁ Εὐκλείδιος λόγος φησίν, ἐξ ἴσου κεῖται τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις, διὰ τοῦτο ἐλαχίστη ἐστὶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν.*

τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσιν, ἀνίσους εἶναι τὰς τοιαύτας, ἐπειδὰν ὦσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ ἤτοι ὅλη περιλαμβάνηται ἡ ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἑτέρας καὶ τῆς εὐθείας τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ, ἢ τινα μὲν περιλαμβάνηταί, τινα δὲ κοινὰ ἔχῃ, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην.

γ΄. Ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ τὰ πέρατα ἔχωσιν, ἐλάσσονα εἶναι τὴν ἐπίπεδον.

δ΄. Τῶν δὲ ἄλλων ἐπιφανειῶν καὶ τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ τὰ πέρατα ᾖ, ἀνίσους εἶναι τὰς τοιαύτας, ἐπειδὰν ὦσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ ἤτοι ὅλη περιλαμβάνηται ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἡ ἑτέρα ἐπιφάνεια καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ, ἢ τινα μὲν περιλαμβάνηταί, τινα δὲ κοινὰ ἔχῃ, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην.

ε΄. Ἔτι δὲ τῶν ἀνίσων γραμμῶν καὶ τῶν ἀνίσων ἐπιφανειῶν καὶ τῶν ἀνίσων στερεῶν τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος ὑπερέχειν τοιούτῳ, ὃ συντιθέμενον αὐτὸ ἑαυτῷ δυνατόν ἐστιν ὑπερέχειν παντὸς τοῦ προτεθέντος τῶν πρὸς ἄλληλα λεγομένων.

Τούτων δὲ ὑποκειμένων, ἐὰν εἰς κύκλον πολύγωνον ἐγγραφῇ, φανερόν, ὅτι ἡ περίμετρος τοῦ ἐγγραφέντος πολυγώνου ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας· ἑκάστη γὰρ τῶν τοῦ πολυγώνου πλευρῶν ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας τῆς ὑπὸ τῆς αὐτῆς ἀποτεμνομένης.

---

3. Post ἑτέρας F habet ἐπιφανείας, petitum ex lin. 14; del. Barrowius; περιφερείας Riualtus. 10. καί] τῶν? 11. ἀνίσους F per compendium, ἀνίσας uulgo. 14. ἡ ἑτέρα] ἡ ad-

n terminos habeant, inaequales esse eiusmodi lineas, utraque in eandem partem caua sit, et aut tota era ab altera et recta linea eosdem terminos hanti comprehendatur, aut pars eius comprehendatur, rs communis sit, et minorem esse eam, quae comehendatur.

3. Similiter etiam inter superficies eosdem termis habentes, si in plano terminos habeant, minorem se planam superficiem.

4. Inter ceteras autem superficies eosdem terminos bentes, si in plano sint termini, inaequales esse smodi superficies, si in eandem partem utraque a sit, et aut tota altera ab altera et superficie plana sdem terminos habenti comprehendatur, aut pars us comprehendatur, pars communis sit, et minorem se eam, quae comprehendatur.

5. Porro autem inter lineas inaequales et inaequales superficies et inaequalia solida maius excedere minus eiusmodi magnitudine, quae ipsa sibi addita quamuis magnitudinem datam earum, quae cum ea comparari possint, excedere possit.[1])

His autem positis, si circulo polygonum inscribatur, adparet, perimetrum polygoni inscripti minorem esse ambitu circuli. unumquodque enim latus polygoni minus est quam ea pars circuli, quae ab ea abscinditur.

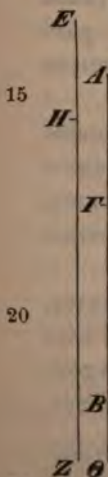
1) Eucl. V def. 4: λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν. De hoc axiomate etiam alibi ab Archimede sumpto u. Quaest. Archim. p. 44 sq. Cfr. Eucl. X, 1.

didi. 20. αὐτὸ scripsi, ἑαυτό F, uulgo. De propositionum numeratione u. Quaest. A. p. 154. 25. πολυγονου F. 27. ὑπὸ τῆς αὐτῆς] ὑπ' αὐτῆς?

α'.

Ἐὰν περὶ κύκλον πολύγωνον περιγραφῇ, ἡ τοῦ περιγραφέντος πολυγώνου περίμετρος μείζων ἐστὶ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου. — περὶ γὰρ κύκλον πολύγωνον περιγεγράφθω τὸ ὑποκείμενον· λέγω, ὅτι ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου μείζων ἐστὶ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου.

ἐπεὶ γὰρ συναμφότερος ἡ *ΒΑΛ* μείζων ἐστὶ τῆς *ΒΛ* περιφερείας διὰ τὸ τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαν περιλαμβάνειν τὴν περιφέρειαν, ὁμοίως δὲ καὶ συναμφότερος μὲν ἡ *ΔΓ*, *ΓΒ* τῆς *ΔΒ*, συναμφότερος δὲ ἡ *ΛΚ*, *ΚΘ* τῆς *ΛΘ*, συναμφότερος δὲ ἡ *ΖΗΘ* τῆς *ΖΘ*, ἔτι δὲ συναμφότερος ἡ *ΔΕ*, *ΕΖ* τῆς *ΔΖ*, ὅλη ἄρα ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου μείζων ἐστὶ τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου.



β'.

Δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων δυνατόν ἐστιν εὑρεῖν δύο εὐθείας ἀνίσους, ὥστε τὴν μείζονα εὐθεῖαν πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

ἔστω δύο μεγέθη ἄνισα τὰ *ΑΒ*, *Δ*, καὶ ἔστω μεῖζον τὸ *ΑΒ*· λέγω, ὅτι δυνατόν ἐστι δύο εὐθείας ἀνίσους εὑρεῖν τὸ εἰρημένον ἐπίταγμα ποιούσας.

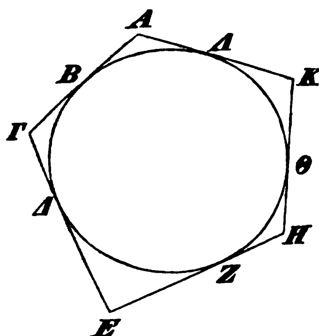
---

8. *ΒΑ*, *ΑΛ* Torellius. 9. περιλαμβαν cum comp. ην uel ιν F. 10. δέ addidi. 12. *ΖΗ*, *ΗΘ* Torellius. 22. ἔστω] ωστε F; corr. man. 2. 23. τό] τα F. 24. ἀνίσους F comp., ἀνίσας uulgo.

I.

Si circum circulum polygonum circumscribitur, perimetrus polygoni circumscripti maior est ambitu circuli. circumscribatur enim circum circulum polygonum, quod infra positum est.[1]) dico, perimetrum polygoni maiorem esse ambitu circuli.[2])

nam quoniam $BA + AA$ maiores sunt quam ambitus pars, quae est BA, propterea quod eosdem terminos habentes illam ambitus partem comprehendunt (λαμβανόμ. 2), et similiter etiam



$$\varDelta\Gamma + \Gamma B > \varDelta B$$

ambitus et

$$\varLambda K + K\Theta > \varLambda\Theta$$

ambitus, porro autem

$$\varDelta E + EZ > \varDelta Z$$

ambitus, tota igitur perimetrus polygoni maior est ambitu circuli.

II.

Datis duabus magnitudinibus inaequalibus fieri potest, ut inueniantur duae lineae inaequales eiusmodi, ut maior linea ad minorem rationem habeat minorem quam maior magnitudo ad minorem.

sint duae magnitudines inaequales AB, $\varDelta$, et maior sit AB. dico fieri posse, ut inueniantur duae lineae inaequales id, quod iussum est, praestantes.

---

1) Respicitur ad figuram ab Archimede ipso additam; cfr. prop. 3.

2) Citat Pappus I p. 312, 7 ed. Hultsch.

κείσθω διὰ τὸ β΄ τοῦ πρώτου τῶν Εὐκλείδου τῷ Δ ἴσον τὸ ΒΓ, καὶ κείσθω τις εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΖΗ· τὸ δὴ ΓΑ ἑαυτῷ ἐπισυντιθέμενον ὑπερέξει τοῦ Δ. πεπολλαπλασιάσθω οὖν καὶ ἔστω τὸ ΑΘ· καὶ ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ΑΘ τοῦ ΑΓ, τοσαυταπλάσιος ἔστω ἡ ΖΗ τῆς ΗΕ. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΘΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΖΗ πρὸς ΗΕ· καὶ ἀνάπαλίν ἐστιν ὡς ἡ ΕΗ πρὸς ΗΖ, οὕτως τὸ ΑΓ πρὸς ΑΘ. καὶ ἐπεὶ μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΘ τοῦ Δ, τουτέστι τοῦ ΓΒ, τὸ ἄρα ΓΑ πρὸς τὸ ΑΘ λόγον ἐλάσσονα ἔχει, ἤπερ τὸ ΓΑ πρὸς ΓΒ· καὶ συνθέντι ἡ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΑΒ πρὸς ΒΓ [διὰ λῆμμα]· ἴσον δὲ τὸ ΒΓ τῷ Δ· ἡ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΗ ἐλασσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΑΒ πρὸς τὸ Δ. Εὑρημέναι εἰσὶν ἄρα δύο εὐθεῖαι ἄνισοι ποιοῦσαι τὸ ἐπίταγμα [τουτέστι τὴν μείζονα πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον].

γ΄.

Δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων καὶ κύκλου δυνατόν ἐστιν εἰς τὸν κύκλον πολύγωνον ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περιγράψαι, ὅπως ἡ τοῦ περιγραφομένου πολυγώνου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγραφομένου πολυγώνου πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλαττον.

ἔστω τὰ δοθέντα δύο μεγέθη τὰ Α, Β, ὁ δὲ δοθεὶς κύκλος ὁ ὑποκείμενος· λέγω οὖν, ὅτι δυνατόν ἐστι ποιεῖν τὸ ἐπίταγμα.

---

1. *κείσθω διὰ κτλ.* u. Quaest. A. p. 157. 2. *ΖΗ*] *ΕΗ* Hauber. 6. *ΗΕ*] *ΖΕ* F; corr. C. 7. *ἡ ΖΗ*] *το ΖΗ* F; corr. Torellius. *ΗΕ*] *ΖΕ* F; corr. AC. 15. *τὸ ἐπίταγμα*]

ponatur per secundam propositionem primi libri Euclidis[1]) [Eucl. elem. I, 2] $B\Gamma = \Delta$, et ponatur linea recta ZH. Itaque ΓA magnitudo ipsa sibi addita Δ magnitudinem excedet [λαμβ. 5]. multiplicetur igitur et sit $A\Theta$ [$> \Delta$]; et quoties $A\Gamma$ in $A\Theta$ continetur, toties contineatur HE in ZH. est igitur $\Theta A : A\Gamma = ZH : HE$ [cfr. Eucl. V, 15]. et e contrario [Eucl. V, 7 πόρισμα] $EH : HZ = A\Gamma : A\Theta$. et quoniam $A\Theta > \Delta$ ͻ: $A\Theta > \Gamma B$, erit $\Gamma A : A\Theta < \Gamma A : \Gamma B$.[2]) et componendo igitur $EZ : ZH < AB : B\Gamma$ [u. Eutocius].[3]) sed $B\Gamma = \Delta$. itaque $EZ : ZH < AB : \Delta$. Itaque inuentae sunt duae lineae rectae inaequales, quae praestant id, quod iussum est [id est, maiorem ad minorem rationem habere minorem quam maior magnitudo ad minorem].

III.

Datis duabus magnitudinibus inaequalibus et circulo fieri potest, ut circulo polygonum inscribatur et aliud circumscribatur, ita ut latus polygoni circumscripti ad latus polygoni inscripti minorem habeat rationem quam maior magnitudo ad minorem.

sint datae magnitudines A, B[4]), datus circulus autem is, qui infra positus est. dico igitur, fieri posse, ut praestetur id, quod est iussum.

1) Proclus in Eucl. p. 68, 12: καὶ γὰρ ὁ Ἀρχιμήδης ἐπιβαλὼν τῷ πρώτῳ (Πτολεμαίῳ) μνημονεύει τοῦ Εὐκλείδου.
2) Quia $EH : ZH < \Gamma A : \Gamma B$.
3) Idem demonstrat Pappus II p. 686, 5 sq. cfr. Eucl. V, 18.
4) Desideratur: et maior sit A; cfr. prop. 4.

scripsi; το ισον επιταγμα F, τὸ εἰρημένον ἐπίταγμα Torellius. In linea $A\Theta$ litteras A et B permutat F.

εὑρήσθωσαν γὰρ δύο εὐθεῖαι αἱ Θ, ΚΛ, ὧν μείζων ἔστω ἡ Θ, ὥστε τὴν Θ πρὸς τὴν ΚΛ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλαττον, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Λ τῇ ΛΚ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΛΜ, καὶ ἀπὸ τοῦ Κ τῇ Θ ἴση κατήχθω ἡ ΚΜ [δυνατὸν γὰρ τοῦτο]· καὶ ἤχθωσαν τοῦ κύκλου δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ ΓΕ, ΔΖ. τέμνοντες οὖν τὴν ὑπὸ τῶν ΔΗΓ γωνίαν δίχα καὶ τὴν ἡμίσειαν αὐτῆς δίχα καὶ αἰεὶ τοῦτο ποιοῦντες λείψομέν τινα γωνίαν ἐλάσσονα ἢ διπλασίαν τῆς ὑπο ΛΚΜ. λελείφθω καὶ ἔστω ἡ ὑπὸ ΝΗΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΝΓ· ἡ ἄρα ΝΓ πολυγώνου ἐστὶ πλευρὰ ἰσοπλεύρου [ἐπείπερ ἡ ὑπὸ ΝΗΓ γωνία μετρεῖ τὴν ὑπὸ ΔΗΓ ὀρθὴν οὖσαν, καὶ ἡ ΝΓ ἄρα περιφέρεια μετρεῖ τὴν ΓΔ, τέταρτον οὖσαν κύκλου. ὥστε καὶ τὸν κύκλον μετρεῖ· πολυγώνου ἄρα ἐστὶ πλευρὰ ἰσοπλεύρου· φανερὸν γάρ ἐστι τοῦτο]· καὶ τετμήσθω ἡ ὑπὸ ΓΗΝ γωνία δίχα τῇ ΗΞ εὐθείᾳ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ξ ἐφαπτέσθω τοῦ κύκλου ἡ ΟΞΠ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΗΝΠ, ΗΓΟ. ὥστε καὶ ἡ ΠΟ πολυγώνου ἐστὶ πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου περὶ τὸν κύ-

2. ὥστε τὴν Θ om. F; suppleuit ed. Basil. 12. ΓΕ] ΓΒ F (in fig. B pro E). 16. αἰεί F, ἀεὶ uulgo. 25. ἰσοπλεύρου]

sint enim inuentae duae lineae Θ, $K\Lambda$, quarum maior sit Θ, ita ut Θ ad $K\Lambda$ minorem rationem habeat, quam maior magnitudo ad minorem [prop. 2]. et ducatur ab Λ puncto linea ΛM ad ΛK perpendicularis [Eucl. I, 11], et a K puncto ducatur KM lineae Θ aequalis [u. Eutocius]. et ducantur duae diametri circuli inter se perpendiculares, ΓB et ΔZ. si igitur $\angle\, \Delta H\Gamma$ in duas partes aequales secuerimus et rursus dimidium angulum in duas partes aequales, et hoc deinceps fecerimus, relinquemus angulum quendam minorem quam duplicem angulum ΛKM. relinquatur et sit $NH\Gamma$; et ducatur $N\Gamma$. linea $N\Gamma$ igitur latus est polygoni aequilateri[1]) [u. Eutocius]. et secetur $\angle\, NH\Gamma$ in duas partes aequales per lineam $H\Xi$, et in puncto Ξ tangat circulum linea $O\Xi\Pi$, et producantur lineae $HN\Pi$, $H\Gamma O$. itaque etiam ΠO linea latus est polygoni circa circulum circumscripti et aequilateri[2]) [u. Eutocius].

sed quoniam $\angle\, NH\Gamma < 2\Lambda KM$, sed $\angle\, NH\Gamma = 2TH\Gamma$, erit igitur

$$\angle\, TH\Gamma < \Lambda KM.$$

et anguli ad Λ, T puncta positi recti sunt; itaque

$$MK : \Lambda K > \Gamma H : HT.^{3})$$

1) Archimedes scripserat lin. 21—22: πολυγώνου ἐστὶ ἰσοπλεύρου καὶ ἀρτιοπλεύρου πλευρά; u. Eutocius.

2) Archimedes scripserat lin. 28: ὥστε καὶ ἡ $O\Pi$ πολυγώνου ἐστὶν ἰσοπλεύρου πλευρά; u. Eutocius.

3) U. Eutocius; cfr. quae scripsi Zeitschr. f. Math. u. Physik, hist.-litt. Abth. XXIV p. 179 nr. 8.

ἰσοπλ. ἡ ΓN uulgo. 26. $\overline{\Gamma HN}$ F, uulgo; $NH\Gamma$ Torellius. $H\Xi$] $\overline{N\Xi}$ F.

κλον καὶ ἰσοπλεύρου [φανερόν, ὅτι καὶ ὁμοίου τῷ ἐγγραφομένῳ, οὗ πλευρὰ ἡ ΝΓ]. ἐπεὶ δὲ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασία ἡ ὑπὸ ΝΗΓ τῆς ὑπὸ ΔΚΜ, διπλασία δὲ τῆς ὑπὸ ΤΗΓ, ἐλάσσων ἄρα ἡ ὑπὸ ΤΗΓ τῆς ὑπὸ ΔΚΜ· καί εἰσιν ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς Δ, Τ· ἡ ἄρα ΜΚ πρὸς ΔΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΗ πρὸς ΗΤ. ἴση δὲ ἡ ΓΗ τῇ ΗΞ· ὥστε ἡ ΗΞ πρὸς ΗΤ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, τουτέστιν ἡ ΠΟ πρὸς ΝΓ, ἤπερ ἡ ΜΚ πρὸς ΚΔ. Ἔτι δὲ ἡ ΜΚ πρὸς ΚΔ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ Α πρὸς τὸ Β· καί ἐστι ἡ μὲν ΠΟ πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου πολυγώνου, ἡ δὲ ΓΝ τοῦ ἐγγραφομένου. ὅπερ προέκειτο εὑρεῖν.

δ'.

Πάλιν δύο μεγεθῶν ἀνίσων ὄντων καὶ τομέως δυνατόν ἐστι περὶ τὸν τομέα πολύγωνον περιγράψαι καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὴν τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰν πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

ἔστω γὰρ πάλιν δύο μεγέθη ἄνισα τὰ Ε, Ζ, ὧν μεῖζον ἔστω τὸ Ε, κύκλος δέ τις ὁ ΑΒΓ κέντρον ἔχων τὸ Δ· καὶ πρὸς τῷ Δ τομεὺς συνεστάτω ὁ ΑΔΒ. δεῖ δὴ περιγράψαι καὶ ἐγγράψαι πολύγωνον περὶ τὸν ΑΒΔ τομέα ἴσας ἔχον τὰς πλευρὰς χωρὶς τῶν ΒΔΑ, ὅπως γένηται τὸ ἐπίταγμα.

εὑρήσθωσαν γὰρ δύο εὐθεῖαι αἱ Η, ΘΚ ἄνισοι, καὶ μείζων ἡ Η, ὥστε τὴν Η πρὸς τὴν ΘΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον [δυ-

---

2. ΝΓ] ΗΝΓ F. 23. ΒΔ, ΔΑ Torellius.

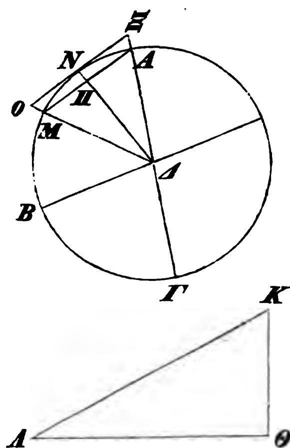
sed $\Gamma H = H\Xi$; erit igitur

$$H\Xi : HT < MK : K\Lambda \;\text{ɔ:}\; \Pi O : N\Gamma < MK : K\Lambda.$$ [1])

Porro autem $MK : K\Lambda < A : B$[2]); [itaque $\Pi O : N\Gamma < A : B$]. et ΠO linea latus est polygoni circumscripti, ΓN autem inscripti, id quod iussum erat inueniri.

IV.

Rursus datis duabus magnitudinibus inaequalibus et sectore fieri potest, ut circum sectorem polygonum circumscribatur et aliud inscribatur, ita ut latus polygoni circumscripti ad latus inscripti minorem rationem habeat, quam maior magnitudo ad minorem.



rursus enim sint E, Z duae magnitudines inaequales, quarum maior sit E, et sit $AB\Gamma$ circulus centrum habens Δ punctum. et ad Δ punctum construatur sector $A\Delta B$. oportet igitur polygonum circumscribi et inscribi sectori

1) Nam $H\Xi : HT = \Pi O : N\Gamma$, quia $H\Xi : HT = O\Xi : \Gamma T$ (ibid. p. 178 nr. 4) $= 2O\Xi : 2\Gamma T = \Pi O : \Gamma N$ (Eucl. I, 26). Archimedes sine dubio uerba: τουτέστιν ἡ ΠΟ πρὸς ΝΓ lin. 7 ante ἐλάσσονα λόγον lin. 6 posuerat.

2) Nam ex hypothesi est $\Theta : K\Lambda < A : B$ et $\Theta = MK$.

νατὸν γὰρ τοῦτο]. καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ὁμοίως ἀχθείσης πρὸς ὀρθὰς τῇ ΚΘ προσβεβλήσθω τῇ Η ἴση ἡ ΚΛ [δυνατὸν γάρ, ἐπεὶ μείζων ἐστὶ ἡ Η τῆς ΘΚ]. τεμνομένης δὴ τῆς ὑπὸ τῶν ΑΔΒ γωνίας δίχα καὶ τῆς ἡμισείας δίχα καὶ ἀεὶ τούτου γινομένου λειφθήσεταί τις γωνία ἐλάσσων οὖσα ἢ διπλασία τῆς ὑπὸ ΛΚΘ.

λελείφθω οὖν ἡ ὑπὸ ΑΔΜ· ἡ ΑΜ οὖν γίνεται πολυγώνου πλευρὰ ἐγγραφομένου εἰς τὸν κύκλον. καὶ ἐὰν τέμωμεν τὴν ὑπὸ ΑΔΜ γωνίαν δίχα τῇ ΔΝ καὶ ἀπὸ τοῦ Ν ἀγάγωμεν ἐφαπτομένην τοῦ κύκλου τὴν ΝΞΟ, αὕτη πλευρὰ ἔσται τοῦ πολυγώνου τοῦ περιγραφομένου περὶ τὸν αὐτὸν κύκλον ὁμοίου τῷ εἰρημένῳ. καὶ ὁμοίως τοῖς προειρημένοις ἡ ΞΟ πρὸς τὴν ΑΜ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ Ε μέγεθος πρὸς τὸ Ζ.

ε'.

Κύκλου δοθέντος καὶ δύο μεγεθῶν ἀνίσων περιγράψαι περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

ἐκκείσθω κύκλος ὁ Α καὶ δύο μεγέθη ἄνισα τὰ Ε, Ζ καὶ μεῖζον τὸ Ε. δεῖ οὖν πολύγωνον ἐγγράψαι εἰς τὸν κύκλον καὶ ἄλλο περιγράψαι, ἵνα γένηται τὸ ἐπιταχθέν.

---

1. τοῦ Θ] sic F; Κ Torellius (cum ed. Bas.), qui etiam in sequentibus, sicut in ipsa figura has litteras permutauit. 2. τῇ ΚΘ] τῇ ΘΚ τῆς ΚΛ Torellius; τῇ ΘΚ τῆς ΘΛ ed. Basil. 3. γάρ, ἐπεί F, uulgo; γὰρ τοῦτο, ἐπείπερ Torellius. μειζον F. 6. ΛΚΘ F; ΛΘΚ Torellius. 7. γίνεται] γάρ comp. F, uulgo; ἄρα Torellius. 8. κύκλον] τομέα Torellius. 10. κύκλου] τομέως Torellius. 12. κύκλον] τομέα Torellius.

$AB\Delta$ aequalia habens latera praeter $B\Delta$, ΔA, ita ut fiat id, quod iussum est. inueniantur enim duae lineae rectae H, ΘK inaequales, quarum maior sit H, ita ut $H : \Theta K < E : Z$ [prop. 2]. et a Θ puncto uti supra [prop. 3] ducatur linea [$\Theta\Lambda$] ad $K\Theta$ perpendicularis, et iungatur $K\Lambda$ lineae H aequalis [prop. 3 p. 16, 7]. si igitur $\angle A\Delta B$ in duas partes aequales secuerimus et dimidium in duas partes aequales et hoc deinceps fecerimus, relinquetur angulus minor quam duplex angulus $\Lambda K\Theta$.

relinquatur igitur $\angle A\Delta M < 2\Lambda K\Theta$. itaque linea AM latus erit polygoni circulo inscripti [p. 16, 20]. et si $\angle A\Delta M$ in duas partes aequales secuerimus per lineam ΔN et ab N puncto lineam $N\Xi O$ circulum tangentem duxerimus, ea latus erit polygoni circum circulum circumscripti similis[1]) polygono, quod nominauimus [h. e. inscripto]. et eodem modo, quo supra [prop. 3], erit

$$\Xi O : AM < E : Z.^{2})$$

V.

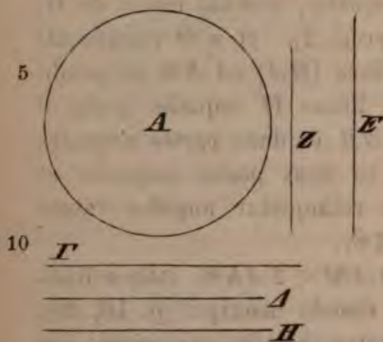
Circulo et duabus magnitudinibus inaequalibus datis polygonum circum circulum circumscribere et aliud inscribere, ita ut polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam maior magnitudo ad minorem.

ponantur circulus A et duae magnitudines inaequa-

1) U. p. 18, 1 et Eutocius ad prop. 3 extr.

2) $\angle A\Delta M = 2M\Delta\Pi < 2\Lambda K\Theta$; itaque $\angle M\Delta\Pi < \Lambda K\Theta$; quare $\Lambda K : K\Theta > M\Delta : \Delta\Pi$ ɔ: $\Delta N : \Delta\Pi < \Lambda K : K\Theta$; sed $\Delta N : \Delta\Pi = ON : M\Pi = \Xi O : AM < \Lambda K : K\Theta < E : Z$ ɔ: $\Xi O : AM < E : Z$. Π litteram in figura ipse addidi.

λαμβάνω γὰρ δύο εὐθείας ἀνίσους τὰς Γ, Δ, ὧν μείζων ἔστω ἡ Γ, ὥστε τὴν Γ πρὸς τὴν Δ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ τὴν Ε πρὸς τὴν Ζ. καὶ τῶν Γ, Δ μέσης ἀνάλογον ληφθείσης τῆς Η μείζων ἄρα καὶ ἡ Γ τῆς Η. περιγεγράφθω δὴ περὶ κύκλον πολύγωνον καὶ ἄλλο ἐγγεγράφθω, ὥστε τὴν τοῦ περιγραφέντος πολυγώνου πλευρὰν πρὸς τὴν τοῦ ἐγγραφέντος ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ τὴν Γ πρὸς τὴν Η [καθὼς ἐμάθομεν]. διὰ τοῦτο δὴ καὶ ὁ διπλάσιος λόγος τοῦ διπλασίου ἐλάσσων ἐστί. καὶ τοῦ μὲν τῆς πλευρᾶς πρὸς τὴν πλευρὰν διπλάσιός ἐστι ὁ τοῦ πολυγώνου πρὸς τὸν πολύγωνον [ὅμοια γάρ], τῆς δὲ Γ πρὸς τὴν Η ὁ τῆς Γ πρὸς τὴν Δ. καὶ τὸ περιγραφὲν ἄρα πολύγωνον πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Γ πρὸς τὴν Δ. πολλῷ ἄρα τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ.



ϛʹ.

Ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων καὶ τομέως δυνατόν ἐστιν περὶ τὸν τομέα πολύγωνον περιγράψαι καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ὅμοιον αὐτῷ, ἵνα τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

---

1. ἀνίσους comp. F. 3. τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ ed. Basil., Torell. 20. πολλῷ ἄρα καὶ τό B, ed. Basil., Torellius.

les E, Z, quarum maior sit E. oportet igitur polygonum circulo inscribi et aliud circumscribi, ita ut fiat id, quod iussum est.

nam sumo duas lineas rectas Γ, Δ, quarum maior sit Γ, ita ut Γ ad Δ minorem rationem habeat quam E ad Z [prop. 2]. et sumpta linea H media inter lineas Γ, Δ proportionali [Eucl. VI, 13], erit igitur etiam $\Gamma > H$.[1]) circumscribatur igitur polygonum circum circulum et aliud inscribatur, ita ut latus polygoni circumscripti ad latus inscripti minorem rationem habeat, quam Γ ad H [prop. 3]. quare etiam ratio duplicata [laterum] minor est ratione duplicata [linearum Γ, H]; et laterum ratio duplicata aequalis est rationi polygonorum [Eucl. VI, 20] [similia enim sunt, u. p. 21 not. 1]; ratio autem linearum Γ, H duplicata aequalis est rationi linearum Γ, Δ [Eucl. V def. 10]. habet igitur etiam polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem quam Γ ad Δ, et multo etiam magis minorem rationem quam E ad Z [nam $\Gamma : \Delta < E : Z$ ex hypothesi].

VI.

Eodem modo demonstrabimus, datis duabus magnitudinibus inaequalibus et sectore fieri posse, ut circum sectorem polygonum circumscribatur et aliud ei simile inscribatur, ita ut circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam maior magnitudo ad minorem [cf. prop. 4].

---

1) Quia $H^2 = \Gamma\Delta < \Gamma^2$.

φανερὸν δὲ καὶ τοῦτο, ὅτι, ἐὰν δοθῇ κύκλος ἢ τομεὺς καὶ χωρίον τι, δυνατόν ἐστιν ἐγγράφοντα εἰς τὸν κύκλον ἢ τὸν τομέα πολύγωνα ἰσόπλευρα καὶ ἔτι ἀεὶ εἰς τὰ περιλειπόμενα τμήματα λείπειν τινὰ τμήματα τοῦ κύκλου ἢ τομέως, ἅπερ ἔσται ἐλάσσονα τοῦ προκειμένου χωρίου. ταῦτα γὰρ ἐν τῇ στοιχειώσει παραδέδοται.

δεικτέον δέ, ὅτι καὶ κύκλου δοθέντος ἢ τομέως καὶ χωρίου δυνατόν ἐστι περιγράψαι πολύγωνον περὶ τὸν κύκλον ἢ τὸν τομέα, ὥστε τὰ περιλειπόμενα τῆς περιγραφῆς τμήματα ἐλάσσονα εἶναι τοῦ δοθέντος χωρίου· ἔσται γὰρ ἐπὶ κύκλου δείξαντα μεταγαγεῖν τὸν ὅμοιον λόγον καὶ ἐπὶ τοῦ τομέως.

δεδόσθω κύκλος ὁ *Α* καὶ χωρίον τι τὸ *Β*. δυνατὸν δὴ περιγάψαι περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον, ὥστε τὰ ἀποληφθέντα τμήματα μεταξὺ τοῦ κύκλου καὶ τοῦ πολυγώνου ἐλάσσονα εἶναι τοῦ *Β* χωρίου. καὶ γὰρ ὄντων δύο μεγεθῶν ἀνίσων, μείζονος μὲν συναμφοτέρου τοῦ τε χωρίου καὶ τοῦ κύκλου, ἐλάσσονος δὲ τοῦ κύκλου περιγεγράφθω περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον καὶ ἄλλο ἐγγεγράφθω, ὥστε τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ τὸ εἰρημένον μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον. τοῦτο δὴ τὸ περιγραφόμενον πολύγωνόν ἐστιν, οὗ τὰ περιλείμματα ἔσται ἐλάσσονα τοῦ προτεθέντος χωρίου τοῦ *Β*.

εἰ γὰρ τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ τὸ συναμφότερον ὅ τε κύκλος καὶ τὸ *Β*

---

6. *παραδεδωται* F. 9. *περί*] *πε* F. 12. *ἔσται*] recepi ex A, *εστω* F. 14. *τι* ita scribitur in F, ut a compendio uerbi *τὸν* dignosci non possit. 16. *ἀποληφθέντα*] scripsi; *ἀπολειφθεντα* F, uulgo. 18. *μειζωνος* F. 24. *περιλιμματα* F.

Hoc quoque adparet, dato circulo uel sectore et atio fieri posse, ut circulo uel sectori polygona quilatera inscribentes et deinceps segmentis relictis iquando segmenta circuli uel sectoris relinquamus usmodi, quae minora sint dato spatio. haec enim in mentis tradita sunt.[1]

Demonstrandum uero, dato circulo uel sectore et atio fieri posse, ut circum circulum uel sectorem lygonum circumscribatur, ita ut segmenta relicta urae circumscriptae minora sint dato spatio. licebit im, cum in circulo demonstrauerimus, eandem ratiotionem ad sectorem transferre.[2]

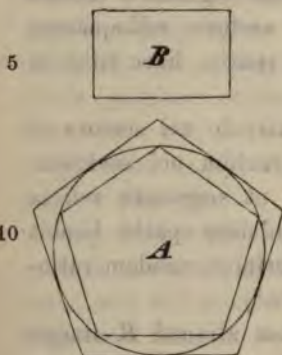
sit datus circulus A et spatium aliquod B. itaque ri potest, ut circumscribatur circum circulum polynum, ita ut segmenta inter circuli et polygoni ambitus comprehensa minora sint spatio B. nam datis abus magnitudinibus inaequalibus, quarum maior est patium simul cum circulo, minor autem ipse circulus, ircumscribatur circum circulum polygonum et aliud scribatur, ita ut circumscriptum ad inscriptum miorem rationem habeat, quam maior magnitudo ad inorem [prop. 5]. Tum polygonum circumscriptum iusmodi erit, cuius segmenta relicta minora sint spaio dato, quod est B.

nam si quidem polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habet quam $A + B : A$,

1) Eucl. elem. XII, 2 (II p. 200 ed. August): *τέμνοντες δὴ ὰς ὑπολειπομένας περιφερείας δίχα καὶ ἐπιζευγνύντες εὐθείας καὶ τοῦτο ἀεὶ ποιοῦντες καταλείψομέν τινα τμήματά ποτε τοῦ κύκλου, ἃ ἔσται ἐλάσσονα τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει ὁ ΕΖΗΘ κύκλος τοῦ Σ χωρίου*; cfr. X, 1.

2) Demonstratio eadem est, nisi quod pro prop. 5 ea usurpanda sunt, quae initio prop. 6 dicta sunt.

χωρίον πρὸς αὐτὸν τὸν κύκλον, τοῦ δὲ ἐγγραφομένου μείζων ὁ κύκλος, πολλῷ μᾶλλον τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ συναμφότερον ὅ τε κύκλος καὶ τὸ *B* χωρίον πρὸς αὐτὸν τὸν κύκλον. καὶ διελόντι ἄρα τὰ ἀπολείμματα τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ *B* χωρίον πρὸς τὸν κύκλον. ἐλάσσονα ἄρα τὰ ἀπολείμματα τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου τοῦ *B* χωρίου. ἢ οὕτως· ἐπεὶ τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ συναμφότερον ὅ τε κύκλος καὶ τὸ *B* χωρίον πρὸς τὸν κύκλον, διὰ τοῦτο δὴ ἔλασσον ἔσται τὸ περιγραφὲν συναμφοτέρου. ὥστε καὶ ὅλα τὰ περιλείμματα ἐλάσσονα ἔσται τοῦ χωρίου τοῦ *B*. ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τοῦ τομέως.



ξ.

Ἐὰν ἐν ἰσοσκελεῖ κώνῳ πυραμὶς ἐγγραφῇ ἰσόπλευρον ἔχουσα βάσιν, ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆς χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ περιμέτρῳ τῆς βάσεως, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ μίαν πλευρὰν τῆς βάσεως κάθετον ἀγομένην.

ἔστω κῶνος ἰσοσκελής, οὗ βάσις ὁ *ΑΒΓ* κύκλος, καὶ εἰς αὐτὸν ἐγγεγράφθω πυραμὶς ἰσόπλευρον ἔχουσα

2. μειξον F. 7. ἀπολιμματα F. 13. οὕτως per compendium F. 18. περιλιμματα F; corr. AB. 19. ἐπί ego addidi. 26. κονος F.

ulus A autem maior est polygono inscripto [p. 10, , multo igitur magis polygonum circumscriptum ad irculum minorem rationem habet quam $A + B : B$. ue subtrahendo [per conuersionem propositionis ab tocio ad prop. 2 demonstratae, u. p. 15 not. 3; cfr. l. V, 17] segmenta polygoni circumscripti ad circum minorem habent rationem, quam B spatium ad ulum. minora igitur [Eucl. V, 10] segmenta relicta ygoni circumscripti erunt spatio B. uel hoc modo: niam polygonum circumscriptum ad circulum miem rationem habet, quam circulus simul cum B tio ad circulum, polygonum circumscriptum minus t quam $A + B$[1]; quare segmenta relicta omnia nora erunt spatio B [Eucl. I κοιν. ἐνν. 5]. Simir etiam in sectore dicendum.

VII.

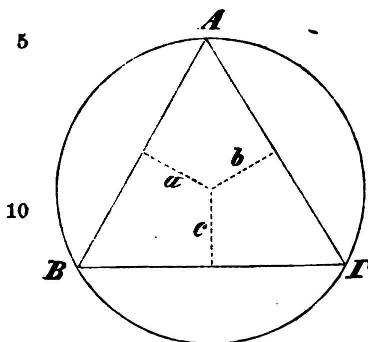
Si cono aequicrurio inscribitur pyramis aequilatem basim habens, superficies eius praeter basim qualis est triangulo basim habenti perimetro basis qualem, altitudinem autem lineam a uertice ad latus quod basis perpendicularem ductam.

sit conus aequicrurius, cuius basis sit circulus $B\Gamma$, et ei inscribatur pyramis basim aequilateram

1) Ex Eutocio adparet, Archimedem lin. 16—17 scripsisse: ιὰ δὴ τοῦτο ἔλασσόν ἐστι τὸ περιγραφόμενον τοῦ συναμφ. terum Archimedes uix duas demonstrationes dederat; genuim hanc fere fuisse puto (Quaest. Arch. p. 74): τὸ οὖν περιγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ τὸ ναμφότερον ὅ τε κύκλος καὶ τὸ B χωρίον πρὸς αὐτὸν τὸν κύλον. διὰ δὴ τοῦτο ἔλασσόν ἐστι τὸ περιγραφόμενον τοῦ συναμτέρου· ὥστε καὶ τὰ περιλείμματα ἐλάσσονα ἔσται τοῦ B ρίου.

βάσιν τὸ *ΑΒΓ*. λέγω, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆς χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ τριγώνῳ.

ἐπεὶ γὰρ ἰσοσκελὴς ὁ κῶνος, καὶ ἰσόπλευρος ἡ βάσις τῆς πυραμίδος, τὰ ὕψη τῶν περιεχόντων τριγώνων τὴν πυραμίδα ἴσα ἐστὶν ἀλλήλοις. καὶ βάσιν μὲν ἔχει τὰ τρίγωνα τὰς *ΑΒ*, *ΒΓ*, *ΓΑ*, ὕψος δὲ τὸ εἰρημένον. ὥστε τὰ τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην ταῖς *ΑΒ*, *ΒΓ*, *ΓΑ*, ὕψος δὲ τὴν εἰρημένην εὐθεῖαν [τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τοῦ *ΑΒΓ* τριγώνου].



[σαφέστερον ἄλλως ἡ δεῖξις]

[ἔστω κῶνος ἰσοσκελής, οὗ βάσις μὲν ὁ *ΑΒΓ* κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ *Δ* σημεῖον, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸν κῶνον πυραμὶς βάσιν [μὲν] ἔχουσα ἰσόπλευρον τρίγωνον τὸ *ΑΒΓ*, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΔΑ*, *ΔΓ*, *ΔΒ*.

λέγω, ὅτι τὰ *ΑΔΒ*, *ΑΔΓ*, *ΒΔΓ* τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τριγώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ περιμέτρῳ τοῦ *ΑΒΓ* τριγώνου, ἡ δὲ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν

---

1. τό] τω F; corr. A. βάσιν μὲν ἔχουσα ἰσοπλ. τρίγωνον τό uel βάσιν τὸ τρίγωνον τό Nizze. 3. κονος F. 5. τριγώνων errore om. Torellius; sine codicum auctoritate suppleuit Nizze; habet F. 17. Haec demonstratio altera postea interposita numero $\bar{\eta}$ significatur in F, sed numerum om. iam ed. Basil. 18. ἔστω] ωστε F; corr. B manu 2? (Quaest. Arch. p. 129). 20. μέν deleo; cum librarius alibi toties βάσιν μέν scripsisset, particula hic quoque irrepsit.

ens, quae sit $ABΓ$. dico, eius superficiem praeter im aequalem esse triangulo, quem commemorauimus. nam quoniam conus aequicrurius et basis pyrami- aequilatera est, altitudines triangulorum pyramidem prehendentium aequales sunt.[1]) et basim habent nguli AB, $BΓ$, $ΓΔ$ lineas, altitudinem uero eam, m diximus. quare trianguli [h. e. superficies py- idis praeter basim] aequales sunt triangulo basim enti lineam aequalem lineis AB, $BΓ$, $ΓΔ$ [h. e. imetro basis], altitudinem autem lineam, quam dixi- s [Eucl. VI, 1].[2])

[Demonstratio aliter et magis perspicue exposita][3]).

[Sit conus aequicrurius, cuius basis sit circulus $ABΓ$, tex uero $Δ$ punctum; et cono inscribatur pyramis im habens triangulum aequilaterum $ABΓ$, et du- tur lineae $ΔA$, $ΔΓ$, $ΔB$. dico triangulos $AΔB$, $ΔΓ$, $BΔΓ$ aequales esse triangulo cuius basis aequalis perimetro trianguli $ABΓ$, perpendicularis autem a tice ad basim ducta aequalis lineae a $Δ$ puncto ad $Γ$ perpendiculari.

ducantur enim perpendiculares $ΔK$, $ΔΛ$, $ΔM$ li- ae; sunt igitur aequales [cfr. not. 1]. et ponatur angulus EZH basim EZ aequalem habens perimetro

1) Nam trianguli, quorum latera sunt axis coni, altitudines, eae a, b, c (quas in figura addidi), unum latus (axem) com- me, alteram (a, b, c) aequalem habent et sunt rectanguli; que etiam bases aequales habent (Eucl. I, 4).

2) Uerba sequentia subditiua sunt, ut ex collocatione ad- ret; pertinent enim ad τὰ τρίγωνα lin. 8, ut in interpreta- ne expressi. si ad τριγώνῳ lin. 11 pertinerent, quod per se nus accurate diceretur, debebat esse τῇ ἐπιφανείᾳ ex con- nti usu Archimedis.

3) Quae sequitur demonstratio ut subditiua in adnotationes iicienda erat, sed ne typothetis molestia existeret, retinui.

κάθετος ἴση τῇ καθέτῳ τῇ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὴν Β. ἀγομένῃ.

ἤχθωσαν γὰρ κάθετοι αἱ ΔΚ, ΔΛ, ΔΜ. αὗται ἄρα ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. καὶ κείσθω τρίγωνον τὸ ΕΖΗ ἔχον τὴν μὲν ΕΖ βάσιν τῇ περιμέτρῳ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἴσην, τὴν δὲ ΗΘ κάθετον τῇ ΔΛ ἴσην. ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΔΛ διπλάσιόν ἐστιν τοῦ ΔΒΓ τριγώνου, ἔστιν δὲ καὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΔΚ διπλάσιον τοῦ ΑΒΔ τριγώνου, τὸ δὲ ὑπὸ ΑΓ, ΔΜ διπλάσιον τοῦ ΑΔΓ τριγώνου, τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ ΑΒΓ τριγώνου, τουτέστι τῆς ΕΖ, καὶ τῆς ΔΛ, τουτέστι τῆς ΗΘ, διπλάσιόν ἐστι τῶν ΑΔΒ, ΒΔΓ, ΑΔΓ τριγώνων. ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑπὸ ΕΖ, ΗΘ διπλάσιον τοῦ ΕΖΗ τριγώνου. ἴσον ἄρα τὸ ΕΖΗ τρίγωνον τοῖς ΑΔΒ, ΒΔΓ, ΑΔΓ τριγώνοις].

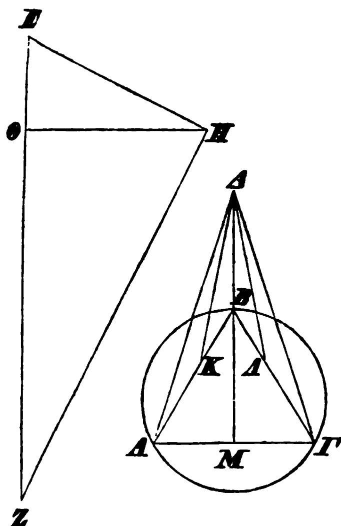
η'.

Ἐὰν περὶ κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς περιγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην τῇ περιμέτρῳ τῆς βάσεως, ὕψος δὲ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου.

ἔστω κῶνος, οὗ βάσις ὁ ΑΒΓ κύκλος, καὶ πυραμὶς περιγεγράφθω, ὥστε τὴν βάσιν αὐτῆς, τουτέστι τὸ ΔΕΖ πολύγωνον, περιγεγραμμένον περὶ τὸν ΑΒΓ κύκλον εἶναι. λέγω, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ τριγώνῳ.

ἐπεὶ γὰρ [ὁ ἄξων τοῦ κώνου ὀρθός ἐστι πρὸς τὴν

2. ἀγομένῃ scripsi; αγομενην F, uulgo. 10. ΑΒΓ] ΑΔΓ F; corr. Torellius. 16. θ' F; u. ad p. 28, 17. In figura et deinde in uerbis Archimedis litteras Λ et Κ permutauit Torellius. 26. τοῦ] αυτου F; corr. ed. Basil.



trianguli $AB\Gamma$, altitudinem autem $H\Theta$ aequalem lineae $\Delta\Lambda$. iam quoniam

$$B\Gamma \times \Delta\Lambda = 2\Delta B\Gamma$$

[Eucl. I, 41],

et

$$AB \times \Delta K = 2AB\Delta,$$

et

$$A\Gamma \times \Delta M = 2A\Delta\Gamma,$$

erit igitur rectangulum, quod a perimetro trianguli $AB\Gamma$, h. e. linea EZ, et $\Delta\Lambda$, h. e. linea $H\Theta$, continetur $= 2 \times (A\Delta B + B\Delta\Gamma + A\Delta\Gamma)$; sed $EZ \times H\Theta = 2EZH$ [Eucl. I, 41]; quare

$$EZH = A\Delta B + B\Delta\Gamma + A\Delta\Gamma].$$

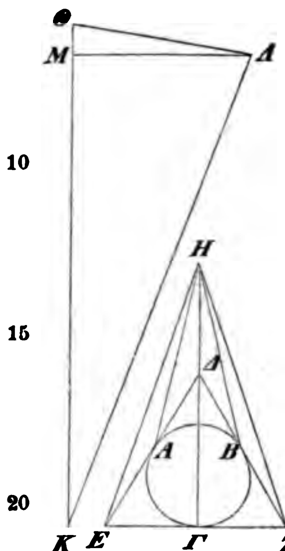
VIII.

Si circum conum aequicrurium pyramis circumscribitur, superficies pyramidis praeter basim aequalis est triangulo basim habenti lineam perimetro basis aequalem, altitudinem autem latus coni.

sit conus, cuius basis sit circulus $AB\Gamma$, et circumscribatur pyramis, ita ut basis eius, h. e. polygonum ΔEZ, circum circulum $AB\Gamma$ sit circumscripta. dico superficiem pyramidis praeter basim aequalem esse triangulo, quem commemorauimus.

cum enim axis coni ad basim perpendicularis sit,

βάσιν, τουτέστι πρὸς τὸν *ΑΒΓ* κύκλον, καὶ] αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἐπὶ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύμεναι εὐθεῖαι κάθετοί εἰσιν ἐπὶ τὰς ἐφαπτομένας, ἔσονται ἄρα καὶ αἱ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου ἐπὶ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύμεναι κάθετοι ἐπὶ τὰς *ΔΕ*, *ΖΕ*, *ΖΔ*. αἱ *ΗΑ*, *ΗΒ*, *ΗΓ* ἄρα αἱ εἰρημέναι κάθετοι ἴσαι εἰσὶν ἀλλήλαις· πλευραὶ γάρ εἰσιν τοῦ κώνου. κείσθω δὴ τὸ τρίγωνον τὸ *ΘΚΛ* ἴσην ἔχον τὴν μὲν *ΘΚ* τῇ περιμέτρῳ τοῦ *ΔΕΖ* τριγώνου, τὴν δὲ *ΛΜ* κάθετον ἴσην τῇ *ΗΑ*. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ὑπὸ *ΔΕ*, *ΑΗ* διπλάσιόν ἐστι τοῦ *ΕΔΗ* τριγώνου, τὸ δὲ ὑπὸ *ΔΖ*, *ΗΒ* διπλάσιόν ἐστι τοῦ *ΔΖΗ* τριγώνου, τὸ δὲ ὑπὸ *ΕΖ*, *ΓΗ* διπλάσιόν ἐστι τοῦ *ΕΗΖ* τριγώνου, ἔστιν ἄρα τὸ ὑπὸ τῆς *ΘΚ* καὶ τῆς *ΑΗ*, τουτέστι τῆς *ΜΛ*, διπλάσιον τῶν *ΕΔΗ*, *ΖΔΗ*, *ΕΗΖ* τριγώνων. ἔστιν δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν *ΘΚ*, *ΛΜ* διπλάσιον τοῦ *ΛΚΘ* τριγώνου. διὰ τοῦτο δὴ ἴση ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ περιμέτρῳ τοῦ *ΔΕΖ*, ὕψος δὲ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου.



---

4. καὶ αἱ] αἱ om. F. 14. *ΑΗ*] *ΑΝ* F. 15. *ΕΔΗ*] *ΕΔΝ* F. 19. *ΕΗΖ*] *ΕΝΖ* F. 25. τριγώνῳ] τριγω F. 26. τοῦ *ΔΕΖ* τριγώνου Nizze.

e. ad circulum $AB\Gamma$, et lineae a centro circuli ad cta contactus ductae perpendiculares sint ad congentes [Eucl. III, 18], erunt[1]) igitur etiam lineae ertice coni ad puncta contactus ductae perpendicules ad ΔE, ZE, $Z\Delta$ [u. Eutocius]. itaque perpenulares, quas commemorauimus, HA, HB, $H\Gamma$, aequa sunt; sunt enim coni latera. ponatur igitur trianlus $\Theta K\Lambda$ aequalem habens ΘK latus perimetro anguli ΔEZ, perpendicularem autem ΛM aequalem eae HA. quoniam igitur

$$\Delta E \times AH = 2E\Delta H \text{ [Eucl. I, 41],}$$

$$\text{et } \Delta Z \times HB = 2\Delta ZH,$$

$$\text{et } EZ \times \Gamma H = 2EHZ,$$

t igitur $\Theta K \times AH$, uel, quod idem est,

$$\Theta K \times M\Lambda = 2(E\Delta H + Z\Delta H + EHZ).$$

t autem etiam

$$\Theta K \times \Lambda M = 2\Lambda K\Theta \text{ [Eucl. I, 41].}$$

uare $2\Lambda K\Theta = 2(E\Delta H + Z\Delta H + EHZ)$ ɔ:

$$\Lambda K\Theta = E\Delta H + Z\Delta H + EHZ].$$

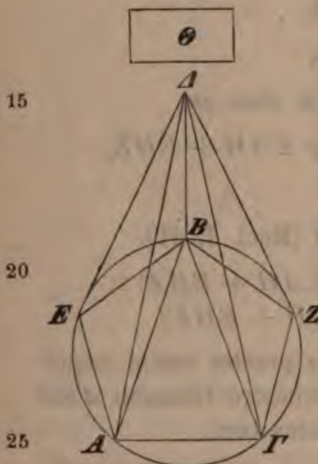
t igitur superficies pyramidis praeter basim aequas triangulo basim habenti perimetro trianguli ΔEZ equalem, altitudinem autem latus coni.

1) Lin. 3—6 Archimedes scripserat: αἵ ἄρα ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὰ Α, Β, Γ ἐπιζευγνύμεναι κάθετοί εἰσιν ἐπ' αὐτὰς i. e. τὰς ἐφαπτομένας lin. 3); u. Eutocius.

ϑ'.

Ἐὰν κώνου τινὸς ἰσοσκελοῦς εἰς τὸν κύκλον, ἐστι βάσις τοῦ κώνου, εὐθεῖα γραμμὴ ἐμπέσῃ, ἀπὸ τῶν περάτων αὐτῆς εὐθεῖαι γραμμαὶ ἀχθῶσιν ἐπὶ τ κορυφὴν τοῦ κώνου, τὸ περιληφθὲν τρίγωνον ὑπό τῆς ἐμπεσούσης καὶ τῶν ἐπιζευχθεισῶν ἐπὶ τὴν κορυφ ἔλασσον ἔσται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου τῆς μετα τῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν ἐπιζευχθεισῶν.

ἔστω κώνου ἰσοσκελοῦς βάσις ὁ *ΑΒΓ* κύκλος, κ ρυφὴ δὲ τὸ *Δ*, καὶ διήχθω τις εἰς αὐτὸν εὐθεῖα *ΑΓ*· καὶ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὰ *Α*, *Γ* ἐπεζεύχθωσ



αἱ *ΑΔ*, *ΔΓ*. λέγω, ὅτι *ΑΔΓ* τρίγωνον ἔλασσόν ἐ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου τ μεταξὺ τῶν *ΑΔΓ*.

τετμήσθω ἡ *ΑΒΓ* περιφ ρεια δίχα κατὰ τὸ *Β*, καὶ ἐ εζεύχθωσαν αἱ *ΑΒ*, *ΓΒ*, *Δ* ἔσται δὴ τὰ *ΑΒΔ*, *ΒΓΔ* τρ γωνα μείζονα τοῦ *ΑΔΓ* τρ γώνου. ᾧ δὴ ὑπερέχει εἰρημένα τρίγωνα τοῦ *ΑΔ* τριγώνου, ἔστω τὸ *Θ*. τὸ *Θ* ἤτοι τῶν *ΑΒ*, *ΒΓ* τμημ των ἔλασσόν ἐστιν, ἢ οὔ. ἔσ μὴ ἔλασσον πρότερον. ἐ οὖν δύο εἰσὶν ἐπιφάνειαι ἥ τε κωνικὴ ἡ μεταξὺ τ *ΑΔΒ* μετὰ τοῦ *ΑΕΒ* τμήματος καὶ ἡ τοῦ *ΑΔΒ* τρ

---

1. ι' F. 5. περιληφθέν] scripsi; περιλειφθεν F, uul
6. ἐμπεσούσης] εκπεσουσης F; postea corr. B.

IX.

i in cono aequicrurio[1]) linea recta in circulum, est basis coni, incidit, et a terminis eius lineae e ducuntur ad uerticem coni, triangulus, qui conur a linea incidenti et lineis ad uerticem ductis, r erit superficie coni, quae est inter lineas ad cem ductas.

it $ABΓ$ circulus basis coni aequicrurii, uertex m $Δ$ punctum, et in circulum incidat linea $AΓ$, uertice ad A, $Γ$ puncta ducantur lineae $AΔ$, $ΔΓ$. triangulum $AΔΓ$ minorem esse superficie coni, inter $AΔ$, $ΔΓ$ lineas sit.[2])

ecetur $ABΓ$ ambitus in duas partes aequales in uncto, et ducantur AB, $ΓB$, $ΔB$. erunt igitur nguli $ABΔ$, $BΓΔ$ maiores triangulo $AΔΓ$[3]) [u. ocius]. sit igitur $Θ$ spatium aequale ei spatio, quo dunt trianguli $ABΔ$, $BΓΔ$ triangulum $AΔΓ$. ita- $Θ$ spatium aut minus est segmentis AB, $BΓ$, aut minus. — prius sit ne minus. quoniam igitur e sunt duae superficies, conica superficies, quae est r lineas $AΔ$, $ΔB$, una cum segmento AEB et ngulus $AΔB$, eundem terminum habentes perimem trianguli $AΔB$, maior erit superficies compredens comprehensa [λαμβ. 4]. itaque superficies co-

1) Graece genetiuus legitur, qui ad uerbum κύκλον uel po- ad totam sententiam referendus esse uidetur, de qua di- di licentia infra dicetur.

2) Hoc nimis ambiguum est; Archimedes sine dubio hoc tem loco addiderat: καὶ τῆς $ABΓ$ περιφερείας, ut prop. 10 38, 25; Quaest. Arch. p. 72.

3) Lin. 19—20 Archimedes scripserat: μείζονα ἄρα ἐστὶ τὰ $Δ$, $BΔΓ$ τρίγωνα τοῦ $AΔΓ$ τριγώνου (u. Eutocius).

γώνου τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαι τὴν περίμετρον τοῦ τριγώνου τοῦ $A\varDelta B$, μείζων ἔσται ἡ περιλαμβάνουσα τῆς περιλαμβανομένης. μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ κωνικὴ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν $A\varDelta B$ μετὰ τοῦ AEB τμήματος τοῦ $AB\varDelta$ τριγώνου. ὁμοίως δὲ καὶ ἡ μεταξὺ τῶν $B\varDelta\Gamma$ μετὰ τοῦ ΓZB τμήματος μείζων ἐστὶν τοῦ $B\varDelta\Gamma$ τριγώνου. ὅλη ἄρα ἡ κωνικὴ ἐπιφάνεια μετὰ τοῦ Θ χωρίου μείζων ἐστὶ τῶν εἰρημένων τριγώνων· τὰ δὲ εἰρημένα τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε $A\varDelta\Gamma$ τριγώνῳ καὶ τῷ Θ χωρίῳ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ Θ χωρίον· λοιπὴ ἄρα ἡ κωνικὴ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν $A\varDelta\Gamma$ μείζων ἐστὶ τοῦ $A\varDelta\Gamma$ τριγώνου.

ἔστω δὴ τὸ Θ ἔλασσον τῶν AB, $B\Gamma$ τμημάτων. τέμνοντες δὴ τὰς AB, $B\Gamma$ περιφερείας δίχα καὶ τὰς ἡμισείας αὐτῶν δίχα λείψομεν τμήματα ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Θ χωρίου. λελείφθω τὰ ἐπὶ τῶν AE, EB, BZ, $Z\Gamma$ εὐθειῶν, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $\varDelta E$, $\varDelta Z$. πάλιν τοίνυν κατὰ τὰ αὐτὰ ἡ μὲν ἐπιφάνεια τοῦ κώνου ἡ μεταξὺ τῶν $A\varDelta E$ μετὰ τοῦ ἐπὶ τῆς AE τμήματος μείζων ἐστὶ τοῦ $A\varDelta E$ τριγώνου· ἡ δὲ μεταξὺ τῶν $E\varDelta B$ μετὰ τοῦ ἐπὶ τῆς EB τμήματος μείζων ἐστὶ τοῦ $E\varDelta B$ τριγώνου. ἡ ἄρα ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν $A\varDelta B$ μετὰ τῶν AE, EB τμημάτων μείζων ἐστὶ τῶν $A\varDelta E$, $EB\varDelta$ τριγώνων. ἐπεὶ δὲ τὰ $AE\varDelta$, $\varDelta EB$ τρίγωνα μείζονά ἐστι τοῦ $AB\varDelta$ τριγώνου, καθῶς δέδεικται, πολλῷ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου ἡ μεταξὺ τῶν $A\varDelta B$ μετὰ τῶν ἐπὶ τῶν AE, EB τμημάτων μείζων ἐστὶ τοῦ

5. δέ] scripsi; cfr. Quaest. Arch. p. 145; δη F, uulgo. 6. τῶν $B\varDelta\Gamma$] του $\varDelta B\Gamma$ τριγωνου F, uulgo; τῶν $B\varDelta$, $\varDelta\Gamma$ Torellius. 12. $A\varDelta\Gamma$] scripsi; $A\varDelta B$ F, uulgo; $A\varDelta$, $\varDelta\Gamma$ Torellius. 15. ἡμισείας] ημισιας F, uulgo. 16. λελιφθω F.

quae est inter lineas $A\varDelta$, $\varDelta B$, una cum segmento
ℓ, maior est triangulo $AB\varDelta$. et eodem modo
a superficies, quae est inter lineas $B\varDelta$, $\varDelta\Gamma$, una
segmento ΓZB, maior est triangulo $B\varDelta\Gamma$. tota
r superficies conica [quae est inter lineas $A\varDelta$, $\varDelta\Gamma$
mbitum $AEBZ\Gamma$] una cum spatio Θ maior est
gulis, quos commemorauimus [$AB\varDelta$, $B\varDelta\Gamma$].[1])
rianguli $AB\varDelta$, $B\varDelta\Gamma$ aequales sunt triangulo $A\varDelta\Gamma$
cum spatio Θ [ex hypothesi]. subtrahatur Θ spa-
, quod commune est. itaque, quae reliqua est
a superficies, quae est inter lineas $A\varDelta$, $\Gamma\varDelta$, maior
riangulo $A\varDelta\Gamma$.
am sit Θ spatium minus segmentis AB, $B\Gamma$. si
r ambitus AB, $B\Gamma$ in duas partes aequales se-
imus et dimidios ambitus in duas aequales, relin-
aus aliquando segmenta minora quam Θ spatium
p. 6 p. 24, 1]. relinquantur segmenta, quae sunt
ineis AE, EB, BZ, $Z\Gamma$, et ducantur $\varDelta E$, $\varDelta Z$.
as igitur eodem modo [quo supra p. 34, 26] su-
cies coni, quae est inter lineas $A\varDelta$, $\varDelta E$, cum
aento in linea AE posito maior est triangulo $A\varDelta E$,
mi superficies, quae est inter lineas $E\varDelta$, $\varDelta B$, cum
aento in EB linea posito maior est triangulo $E\varDelta B$.
e superficies, quae est inter $A\varDelta$, $\varDelta B$, cum seg-
tis AE, EB maior est triangulis $A\varDelta E$, $EB\varDelta$. sed
aiam trianguli $AE\varDelta$, $\varDelta EB$ maiores sunt $AB\varDelta$
ngulo [u. Eutocius, p. 34, 19], multo igitur magis
erficies conica, quae est inter lineas $A\varDelta$, $\varDelta B$, cum
nentis in AE, EB positis maior est triangulo $A\varDelta B$.

1) Nam ex hypothesi est $\Theta \gtreqless AEB + \Gamma ZB$ segmentis.

ΑΔΒ τριγώνου. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ ἡ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν *ΒΔΓ* μετὰ τῶν ἐπὶ τῶν *ΒΖ*, *ΖΓ* μείζων ἐστὶν τοῦ *ΒΔΓ* τριγώνου. ὅλη ἄρα ἡ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν *ΑΔΓ* μετὰ τῶν εἰρημένων τμημάτων μείζων ἐστὶ τῶν *ΑΒΔ*, *ΔΒΓ* τριγώνων· ταῦτα δέ ἐστιν ἴσα τῷ *ΑΔΓ* τριγώνῳ καὶ τῷ *Θ* χωρίῳ· ὧν τὰ εἰρημένα τμήματα ἐλάσσονα τοῦ *Θ* χωρίου. λοιπὴ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν *ΑΔΓ* μείζων ἐστὶν τοῦ *ΑΔΓ* τριγώνου.

ι'.

Ἐὰν ἐπιψαύουσαι ἀχθῶσιν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ κώνου, ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι τῷ κύκλῳ καὶ συμπίπτουσαι ἀλλήλαις, ἀπὸ δὲ τῶν ἁφῶν καὶ τῆς συμπτώσεως ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου εὐθεῖαι ἀχθῶσιν, τὰ περιεχόμενα τρίγωνα ὑπὸ τῶν ἐπιψαυουσῶν καὶ τῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν μείζονά ἐστι τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν.

ἔστω κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ *ΑΒΓ* κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ *Ε* σημεῖον, καὶ τοῦ *ΑΒΓ* κύκλου ἐφαπτόμεναι ἤχθωσαν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι αἱ *ΑΔ*, *ΓΔ*, καὶ ἀπὸ τοῦ *Ε* σημείου, ὅ ἐστιν κορυφὴ τοῦ κώνου, ἐπὶ τὰ *Α*, *Δ*, *Γ* ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΕΑ*, *ΕΔ*, *ΕΓ*· λέγω, ὅτι τὰ *ΑΔΕ*, *ΔΕΓ* τρίγωνα μείζονά ἐστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν *ΑΕ*, *ΓΕ* εὐθειῶν καὶ τῆς *ΑΒΓ* περιφερείας.

---

1. *δέ*] scripsi; *δη* F, uulgo. 2. *ΒΔΓ*] scripsi; *ΑΒΓ* F, uulgo; *ΒΔ*, *ΔΓ* Torellius. *ΒΖ*, *ΖΓ* τμημάτων Nizze. 6. τ[illegible] *Θ* F; corr. Torellius. ὧν] ὡς Nizze. 8. *ΑΔΓ*] *ΑΔΕ* F.; corr. ed. Basil. 10. ια' F. 19. κονος F. 25. επιφανιας F.

m autem modo adparet superficiem, quae inter $\Delta\Gamma$ lineas sit, cum segmentis in BZ, $Z\Gamma$ positis rem esse triangulo $B\Delta\Gamma$. tota igitur superficies, est inter $A\Delta$, $\Delta\Gamma$ lineas, una cum segmentis, quae memorauimus [AE, EB, BZ, $Z\Gamma$], maior est trian- $AB\Delta$, $\Delta B\Gamma$, qui sunt triangulo $A\Delta\Gamma$ et spa- aequales [ex hypothesi]. ex illis [h. e. superficie ca, quae inter lineas $A\Delta$, $\Delta\Gamma$ et $AEBZ\Gamma$ am- m est, et segmentis AE, EB, BZ, $Z\Gamma$] autem nenta, quae commemorauimus, minora sunt spatio Θ constructione]. quare quae reliqua est superficies r $A\Delta$, $\Delta\Gamma$ lineas posita, maior est triangulo $A\Delta\Gamma$.[1])

X.

Si ducuntur lineae tangentes circulum, qui basis coni [aequicrurii][2]), in plano circuli positae et con- rentes, a punctis autem contactus et concursus ad i uerticem lineae ducuntur, trianguli, qui a con- rentibus et lineis ad uerticem coni ductis continen- , maiores sunt superficie coni, quae ab his lineis cinditur.

sit conus, cuius basis circulus $AB\Gamma$, uertex autem etum E, et ducantur lineae circulum $AB\Gamma$ contin- ites in plano eodem positae, $A\Delta$, $\Gamma\Delta$, et ab E ıcto, quod est uertex coni, ad A, Δ, Γ puncta du- itur lineae EA, $E\Delta$, $E\Gamma$. dico, triangulos $A\Delta E$, $E\Gamma$ maiores esse quam coni superficiem, quae inter eas AE, ΓE et ambitum $AB\Gamma$ est.

1) Nam etiamsi aequalia essent segmenta spatio Θ, idem et (Eucl. I κοιν. ἐνν. 5); eo magis cum segmenta etiam mi- a sint.

2) Hoc uerbum Archimedes uix omiserat; Quaest. Arch. p. 73.

ἤχθω γὰρ ἡ ΗΒΖ ἐφαπτομένη τοῦ κύκλου καὶ παράλληλος οὖσα τῇ ΑΓ δίχα τμηθείσης τῆς ΑΒΓ περιφερείας κατὰ τὸ Β· καὶ ἀπὸ τῶν Η, Ζ ἐπὶ τὸ Ε ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΕ, ΖΕ. καὶ ἐπεὶ μείζους εἰσὶν αἱ ΗΔ, ΔΖ τῆς ΗΖ, κοιναὶ προσκείσθωσαν αἱ ΗΑ, ΖΓ· ὅλαι ἄρα αἱ ΑΔ, ΔΓ μείζους εἰσὶν τῶν ΑΗ, ΗΖ, ΖΓ. καὶ ἐπεὶ αἱ ΑΕ, ΕΒ, ΕΓ πλευραί εἰσιν τοῦ κώνου, ἴσαι εἰσὶν διὰ τὸ ἰσοσκελῆ εἶναι τὸν κῶνον. ὁμοίως δὲ καὶ κάθετοί εἰσιν [ὡς ἐδείχθη ἐν τῷ λήμματι]· τὰ δὲ ὑπὸ τῶν καθέτων καὶ τῶν βάσεων τῶν ΑΕΔ, ΔΓΕ τριγώνων μείζονά ἐστι τῶν ΑΗΕ, ΗΕΖ, ΖΕΓ τριγώνων. εἰσὶν γὰρ αἱ μὲν ΑΗ, ΗΖ, ΖΓ ἐλάσσους τῶν ΓΔ, ΔΑ, τὰ δὲ ὕψη αὐτῶν ἴσα [φανερὸν γάρ, ὅτι ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ὀρθοῦ κώνου ἐπὶ τὴν ἐπαφὴν τῆς βάσεως ἐπιζευγνυμένη κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην]. ᾧ δὲ μείζονά ἐστιν τὰ ΑΕΔ, ΔΓΕ τρίγωνα τῶν ΑΕΗ, ΗΕΖ, ΖΕΓ τριγώνων, ἔστω τὸ Θ χωρίον· τὸ δὴ Θ χωρίον ἤτοι ἔλαττόν ἐστιν τῶν περιλειμμάτων τῶν ΑΗΒΚ, ΒΖΓΛ ἢ οὐκ ἔλαττον. ἔστω πρότερον μὴ ἔλαττον. ἐπεὶ οὖν εἰσιν ἐπιφάνειαι σύνθετοι, ἥ τε τῆς πυραμίδος τῆς ἐπὶ βάσεως τοῦ ΗΑΓΖ τραπεζίου κορυφὴν ἔχουσα τὸ Ε καὶ ἡ κωνικὴ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν ΑΕΓ μετὰ τοῦ ΑΒΓ τμήματος, καὶ πέρας ἔχουσι τὴν αὐτὴν περίμετρον τοῦ

---

1. ἡ om. F. 9. λήματι F. 10. τῶν ΑΕΔ, ΔΓΕ τριγώνων μείζονά ἐστι om. F; suppleuit Torellius. 16. δέ] scripsi; δη F, uulgo. 17. τὸ Θ χωρίον· τὸ δὴ Θ χωρίον om. F lacuna relicta; suppleuit ed. Basil. et Cr.; iam D: τὸ Θ χωρίον· τὸ δὴ χωρίον. τὸ δὲ Θ χωρίον, sed manu 2. 18. τῶν περιλειμμάτων usque ad ἐπεὶ οὖν lin. 20 (incl.) om. F lacuna relicta; suppleuit ed. Basil. (et Cr.), sed habet περιλημμάτων (περιλεμμ. Torellius) lin. 19, ΑΗΒ, ΒΖΓ lin. 19, πρῶτον et οὐκ (pro πρότερον μή) lin. 20, quos errores correxi. 21. βάσεως]

ucatur enim HBZ linea circulum contingens et e $A\Gamma$ parallela, ambitu $AB\Gamma$ in B puncto in partes aequales diuiso [u. Eutocius]. et ab H, Z tis ad E punctum ducantur lineae HE, ZE. et iam $H\Delta + \Delta Z > HZ$ [Eucl. I, 20], communes ntur $HA, Z\Gamma$ lineae. itaque totae

$$A\Delta + \Delta\Gamma > AH + HZ + Z\Gamma.$$

uoniam $AE, EB, E\Gamma$ latera sunt coni, aequales , quia conus aequicrurius est. sed eaedem etiam perdiculares sunt [u. Eutocius ad prop. 8]. sed trian- $AE\Delta$, $\Delta\Gamma E$ maiores sunt triangulis $AHE, HEZ,$ $Z\Gamma$[1]); nam $AH + HE + Z\Gamma$ bases minores sunt $+ \Delta A$ basibus, et altitudines aequales[2]) [tum cfr. Eucl. , 1]. quo autem spatio maiores sunt trianguli $AE\Delta$, ΓE triangulis AEH, HEZ, $ZE\Gamma$, sit Θ spatium. que Θ spatium aut minus est spatiis relictis $AHBK$, $Z\Gamma A$[3]) aut non minus. sit prius ne minus. iam m habeamus superficies coniunctas, superficiem pymidis, cuius basis est trapezium $HA\Gamma Z$, uerticem

1) Archimedes sine dubio scripserat hunc fere in modum: ἄρα $AE\Delta$, $\Delta\Gamma E$ τρίγωνα μείζονα cett., quod etiam usus a Archimedeus uerbi κάθετος lin. 10 (Quaest. Arch. p. 71) signiat; falsarius causam uoluit significare, sed tum postea scribenm erat: τῶν ὑπὸ τῶν καθέτων καὶ τῶν βάσεων τῶν AHE κτλ.

2) Uerba, quae sequuntur, subditiua et insuper transposita uaest. Arch. p. 74) iam Nizze damnauit.

3) Cum infra p. 42, 7 et 10 in codd. legatur $AHBK$, $BZ\Gamma A$ uod in ed. Basil. et apud Torellium in AHB, $BZ\Gamma$ mutaum est, non dubitaui hoc quoque loco eandem scripturam per meliorem reponere, praesertim cum ex erroribus supra p. 40 ot. correctis adparet, lacunam codicum in ed. Basil. coniectura ppletam esse.

ιως F. 22. τραπεζίου] ι in rasura manu 1 F. τὸ E] ου E F; corr. ed. Basil. κονικη F.

ΑΕΓ τριγώνου, δῆλον, ὡς ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τοῦ *ΑΕΓ* τριγώνου μείζων ἐστὶν τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας μετὰ τοῦ τμήματος τοῦ *ΑΒΓ*. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ *ΑΒΓ* τμῆμα. λοιπὰ ἄρα τὰ τρίγωνα τὰ *ΑΗΕ*, *ΗΕΖ*, *ΖΕΓ* μετὰ τῶν *ΑΗΒΚ*, *ΒΖΓΛ* περιλειμμάτων μείζονά ἐστιν τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν *ΑΕ*, *ΕΓ*. τῶν δὲ *ΑΗΒΚ*, *ΒΖΓΛ* περιλειμμάτων οὐκ ἔλασσόν ἐστι τὸ *Θ* χωρίον. πολλῷ ἄρα τὰ *ΑΗΕ*, *ΗΕΖ*, *ΖΕΓ* τρίγωνα μετὰ τοῦ *Θ* μείζονα ἔσται τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν *ΑΕ*, *ΕΓ*. ἀλλὰ τὰ *ΑΗΕ*, *ΗΕΖ*, *ΓΕΖ* τρίγωνα μετὰ τοῦ *Θ* ἐστιν τὰ *ΑΕΔ*, *ΔΕΓ* τρίγωνα. τὰ ἄρα *ΑΕΔ*, *ΔΕΓ* τρίγωνα μείζονα ἔσται τῆς εἰρημένης κωνικῆς ἐπιφανείας.

ἔστω δὴ τὸ *Θ* ἔλασσον τῶν περιλειμμάτων. ἀεὶ δὴ περιγράφοντες πολύγωνα περὶ τὰ τμήματα ὁμοίως δίχα τεμνομένων τῶν περιλειπομένων περιφερειῶν καὶ ἀγομένων ἐφαπτομένων λείψομέν τινα ἀπολείμματα, ἃ ἔσται ἐλάσσονα τοῦ *Θ* χωρίου. λελείφθω καὶ ἔστω τὰ *ΑΜΚ*, *ΚΝΒ*, *ΒΞΛ*, *ΛΟΓ* ἐλάσσονα ὄντα τοῦ *Θ* χωρίου, καὶ ἐπεζεύχθω ἐπὶ τὸ *Ε*. πάλιν δὴ φανερόν, ὅτι τὰ *ΑΗΕ*,

---

1. *ΑΕΓ*] *ΑΒΓ* F. 7. περιλειμμάτων] scripsi; περιλημμ. F, uulgo. 11. περιλειμμάτων] scripsi; περιλιματων F; περιλημμάτων uulgo. 17. *ΓΕΖ*] scripsi; om. F, uulgo ob praecedens *ΗΕΖ*; *ΖΕΓ* ed. Basil., Torellius. 21. περιλειμμάτων] scripsi; περιλημματων F (altero μ suprascripto manu 1), uulgo.

entem E punctum, et superficiem conicam, quae inter lineas AE, $E\Gamma$, una cum segmento $AB\Gamma$, et ninum habeant eandem perimetrum trianguli $AE\Gamma$, aret, superficiem pyramidis praeter triangulum $AE\Gamma$ iorem esse conica superficie una cum segmento $B\Gamma$ [λαμβ. 4]. subtrahatur segmentum $AB\Gamma$ comme. itaque qui reliqui sunt trianguli AHE, HEZ, $Z\Gamma$ una cum spatiis relictis $AHBK$, $BZ\Gamma\Delta$, maes sunt superficie conica, quae est inter lineas AE, Γ [Eucl. I κοιν. ἐνν. 5]. spatium autem Θ non mis est spatiis relictis $AHBK$, $BZ\Gamma\Delta$. itaque triangli AHE, HEZ, $ZE\Gamma$ una cum spatio Θ multo maes erunt superficie conica, quae inter lineas AE, Γ est. sed [ex hypothesi] sunt:

$$AHE + HEZ + \Gamma EZ + \Theta = AE\Delta + \Delta E\Gamma.$$

ique trianguli $AE\Delta$, $\Delta E\Gamma$ maiores erunt conica perficie, quam commemorauimus.

sit igitur Θ spatium minus quam spatia relicta. igitur deinceps polygona circum segmenta[1]) circumripserimus eodem modo [ut supra p. 40, 2] ambitus lictos in duas partes aequales diuidentes et lineas ntingentes ducentes, relinquemus quaedam spatia inora spatio Θ[2]). relinquantur et sint AMK, KNB, $\Xi\Delta$, $AO\Gamma$ minora spatio Θ, et lineae ad E punctum

1) Debebat esse τὸ τμῆμα, et ex Eutocio adparet, Archimedem lin. 21 scripsisse: περιγράφοντες δὴ πολύγωνα περὶ τὸ μῆμα.

2) Ex prop. 6 p. 24, 8. ceterum ex Eutocio comperimus, Archimedem lin. 24 scripsisse: ἀποτμήματα ἐλάσσονα τοῦ Θ χωρίου.

24. ἀπολείμματα] scripsi; ἀπολιμματα F altero μ suprascripto manu 1; ἀπολήμματα ed. Basil.; ἀποτμήματα Torellius.

ΗΕΖ, ΖΕΓ τρίγωνα τῶν ΑΕΜ, ΜΕΝ, ΝΕΞ, ΞΕΟ, ΟΕΓ τριγώνων ἔσται μείζονα· αἵ τε γὰρ βάσεις τῶν βάσεών εἰσι μείζους καὶ τὸ ὕψος ἴσον. ἔτι δὲ πάλιν ὁμοίως μείζονα ἔχει ἐπιφάνειαν ἡ πυραμὶς ἡ βάσιν μὲν ἔχουσα τὸ ΑΜΝΞΟΓ πολύγωνον, κορυφὴν δὲ τὸ Ε χωρὶς τοῦ ΑΕΓ τριγώνου τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν ΑΕΓ μετὰ τοῦ ΑΒΓ τμήματος. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΑΒΓ τμῆμα. λοιπὰ ἄρα τὰ ΑΕΜ, ΜΕΝ, ΝΕΞ, ΞΕΟ, ΟΕΓ τρίγωνα μετὰ τῶν ΑΜΚ, ΚΝΒ, ΒΞΛ, ΛΟΓ περιλειμμάτων μείζονα ἔσται τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν ΑΕΓ. ἀλλὰ τῶν μὲν εἰρημένων περιλειμμάτων μεῖζόν ἐστιν τὸ Θ χωρίον, τῶν δὲ ΑΕΜ, ΜΕΝ, ΝΕΞ, ΞΕΟ, ΟΕΓ τριγώνων μείζονα ἐδείχθη τὰ ΑΕΗ, ΗΕΖ, ΖΕΓ τρίγωνα. πολλῷ ἄρα τὰ ΑΕΗ, ΗΕΖ, ΖΕΓ τρίγωνα μετὰ τοῦ Θ χωρίου, τουτέστι τὰ ΑΔΕ, ΔΕΓ τρίγωνα, μείζονά ἐστιν τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν ΑΕΓ εὐθειῶν.

ια'.

Ἐὰν ἐν ἐπιφανείᾳ ὀρθοῦ κυλίνδρου δύο εὐθεῖαι ὦσιν, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἡ μεταξὺ τῶν εὐθειῶν μείζων ἐστὶν τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ περιεχομένου ὑπό τε τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου εὐθειῶν καὶ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰ πέρατα αὐτῶν.

ἔστω κύλινδρος ὀρθός, οὗ βάσις μὲν ὁ ΑΒ κύκλος, ἀπεναντίον δὲ ὁ ΓΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ, ΒΔ.

---

3. *καὶ τὸ ὕψος* om. F, uulgo; *τὸ δὲ ὕψος* ed. Basil., Torellius. 10. *περιληmματων* F, uulgo. 12. *περιλειμμάτων*] scripsi; *περιλιματων* F; *περιλημμάτων* uulgo. 14. *ΑΕΗ*] *ΔΕΗ* F; corr. Torellius. 16. *ΔΕΓ*] *ΔΕC* F. 19. *ιβ'* F.

antur [1]). rursus igitur adparet, triangulos *AHE*, *IZ*, *ZEΓ* maiores futuros esse triangulis *AEM*, *EN*, *NEΞ*, *ΞEO*, *OEΓ*; nam bases maiores sunt ibus [λαμβ. 2], et altitudines aequales [u. p. 41, 8]. ro autem rursus, uti supra [p. 42, 1], pyramis im habens polygonum *AMNΞOΓ*, uerticem autem punctum praeter triangulum *AEΓ* superficiem maem habet coni superficie, quae est inter lineas *AE*, Γ, cum segmento *ABΓ* [λαμβ. 4]. subtrahatur, quod nmune est segmentum *ABΓ*. itaque qui relinquunt trianguli *AEM*, *MEN*, *NEΞ*, *ΞEO*, *OEΓ* cum atiis relictis *AMK*, *KNB*, *BΞΔ*, *ΔOΓ*, maiores int conica superficie, quae est inter lineas *AE*, *EΓ* ucl. I κοιν. ἐνν. 5]. sed spatiis relictis, quae comemorauimus, maius est spatium *Θ* [ex hypothesi], et monstratum est, triangulis *AEM*, *MEN*, *NEΞ*, *ΞEO*, *EΓ* maiores esse triangulos *AEH*, *HEZ*, *ZEΓ*. ique trianguli *AEH*, *HEZ*, *ZEΓ* cum *Θ* spatio, e. trianguli *AΔE*, *ΔEΓ*, multo maiores sunt superie conica, quae est inter lineas *AE*, *EΓ*.

XI.

Si in superficie cylindri recti duae lineae sunt, iperficies cylindri, quae inter eas est, maior est parllelogrammo, quod a lineis in superficie cylindri uctis et lineis terminos earum iungentibus continetur.

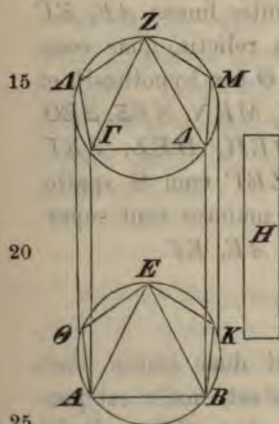
sit cylindrus rectus, cuius basis sit circulus *AB*, ei utem oppositus *ΓΔ* circulus, et ducantur lineae *AΓ*,

---

1) Archimedes scripserat: ἐπεζεύχθωσαν p. 42, 25; de omisso erbo εὐθεῖαι cfr. quae collegi Neue Jahrb. Suppl. XI p. 372.

λέγω, ὅτι ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν μείζων ἐστὶν τοῦ ΑΓΒΔ παραλληλογράμμου.

τετμήσθω γὰρ ἑκατέρα τῶν ΑΒ, ΓΔ δίχα κατὰ τὰ Ε, Ζ σημεῖα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ. καὶ ἐπεὶ αἱ ΑΕ, ΕΒ τῆς ΑΒ [διαμέτρου] μείζους εἰσίν, καί ἐστιν ἰσοϋψῆ τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπ᾽ αὐτῶν, μείζονα οὖν ἐστιν τὰ παραλληλόγραμμα, ὧν [αἱ] βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, τοῦ ΑΒΔΓ παραλληλογράμμου. τίνι ἄρα μείζονά ἐστιν; ἔστω τῷ Η χωρίῳ. τὸ δὴ Η χωρίον ἤτοι ἔλασσον τῶν ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ ἐπιπέδων ἐστὶ τμημάτων ἢ οὐκ ἔλασσον. ἔστω πρότερον μὴ ἔλασσον. καὶ ἐπεὶ ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν καὶ τὰ ΑΕΒ, ΓΖΔ τμήματα πέρας ἔχει τὸ τοῦ ΑΓΒΔ παραλληλογράμμου ἐπίπεδον, ἀλλὰ καὶ ἡ συγκειμένη ἐπιφάνεια ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τῶν ΑΕΒ, ΓΖΔ τριγώνων πέρας ἔχει τὸ τοῦ ΑΒΔΓ παραλληλογράμμου ἐπίπεδον, καὶ ἡ ἑτέρα τὴν ἑτέραν περιλαμβάνει, καὶ ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαί εἰσιν, μείζων οὖν ἐστιν ἡ



2. ΑΓΔΒ Torellius. 4. ΓΔ] περιφερειῶν add. ed. Basil., Torellius. 6. διαμέτρου, per se falsum, sed ad figuram codicum adcommodatum, om. ed. Basil., Torellius. 9. αἱ] deleo. βάσεις] βασ cum compendio syllabae ις uel ης F. 15. ἡ] addidi. 17. τμήματα] τριγωνα F; corr. Torellius.

dico, superficiem cylindricam lineis $A\Gamma$, $B\varDelta$ ...am maiorem esse parallelogrammo $A\Gamma B\varDelta$. ...ecetur enim uterque [ambitus][1]) AB, $\Gamma\varDelta$ in duas ...s aequales punctis E, Z, et ducantur lineae AE, ... ΓZ, $Z\varDelta$. et quoniam $AE + EB > AB$ [Eucl. ...], et parallelogramma in iis posita eandem ha... altitudinem [quia rectus est cylindrus], parallelo...mma igitur, quorum bases sunt lineae AE, EB, ...udo uero eadem, quae cylindri est, maiora sunt $\varDelta\Gamma$ parallelogrammo [Eucl. VI, 1]. quo autem ...tio maiora sunt, sit H spatium.[2]) Itaque spatium ...ut minus est segmentis planis AE, EB, ΓZ, $Z\varDelta$, ... non minus. prius sit ne minus. et quoniam ...perficies cylindrica lineis $A\Gamma$, $B\varDelta$ abscisa cum ...mentis AEB, $\Gamma Z\varDelta$ terminum habet planum ...rallelogrammi $A\Gamma B\varDelta$, superficies autem ex paral...ogrammis, quorum bases sunt AE, EB lineae, alti...do autem eadem, quae cylindri est, et ex triangulis ... EB, $\Gamma Z\varDelta$ composita et ipsa terminum habet pla...um parallelogrammi $AB\varDelta\Gamma$, et altera alteram com...prehendit, et utraque in eandem partem caua est,

1) Hoc uerbum Archimedes ipse uix omiserat, praesertim ...m eo non addito AB, $\Gamma\varDelta$ necessario de lineis rectis acci...erentur.

2) Formam horum uerborum (lin. 10—11) putidam genuinam ...on esse, nemo non sentit. puto Archimedem, ut prop. 10 ... 40, 16, scripsisse: ᾧ δὲ μείζονά ἐστιν, ἔστω τὸ H χωρίον. ...tiam in sequentibus hic illic quaedam a falsario addita esse ...uspicor.

8. $AB\varDelta\Gamma$ Torellius. 21. βάσεις] βασις F; corr. Torellius BD? cfr. Torellius p. 432 ad 84, 19). 23. τῶν] scripsi; τα F, ...ulgo. 24. τριγώνων] scripsi; επιπεδα F; τρίγωνα BD, ed. Basil., Torellius. 26. ἡ] addidi. 27. κοιλα F; corr. B.

ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν καὶ τὰ ΑΕΒ, ΓΖΔ ἐπίπεδα τμήματα τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν [αἱ] βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τῶν ΑΕΒ, ΓΖΔ τριγώνων. κοινὰ ἀφῃρήσθω τὰ ΑΕΒ, ΓΖΔ τρίγωνα. λοιπὴ οὖν ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν καὶ τὰ ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ ἐπίπεδα τμήματα μείζονά ἐστι τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. τὰ δὲ παραλληλόγραμμα, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, ἴσα ἐστὶν τῷ ΑΓΒΔ παραλληλογράμμῳ καὶ τῷ Η χωρίῳ. λοιπὴ ἄρα ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν μείζων ἐστὶ τοῦ ΑΓΒΔ παραλληλογράμμου.

ἀλλὰ δὴ ἔστω ἔλασσον τὸ Η χωρίον τῶν ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ ἐπιπέδων τμημάτων· καὶ τετμήσθω ἑκάστη τῶν ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ περιφερειῶν δίχα κατὰ τὰ Θ, Κ, Λ, Μ σημεῖα, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ [τῶν δὲ ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ ἄρα ἐπιπέδων τμημάτων ἀφαιρεῖται οὐκ ἔλασσον ἢ τὸ ἥμισυ τὰ ΑΘΕ, ΕΚΒ, ΓΛΖ, ΖΜΔ τρίγωνα]. τούτου οὖν ἑξῆς γινομένου καταλειφθήσεταί τινα τμήματα, ἃ ἔσται ἐλάσσονα τοῦ Η χωρίου. καταλελείφθω καὶ ἔστω τὰ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ.

---

4. αἱ] deleo. βάσεις] βασ cum compendio ις uel ης F. τό] τω F. αὐτό] αυτω F, sed corr. man. 1. 6. αφαιρησθω F; corr. Torellius. ΑΕΒ] ΕΒ F. 8. εὐθειῶν] ευθεια F.
10. βάσεις ut lin. 4 F. 11. τῷ] om. F; corr. AB.
12. βάσεις] βασις F; corr. BD. αὐτὸ τῷ] scripsi ex B; τῷ om. F, uulgo. 13. ΑΓΔΒ Torellius. 16. ΑΓΔΒ Torellius.

or igitur est superficies cylindrica lineis $A\Gamma$, $B\Delta$:isa cum segmentis planis AEB, $\Gamma Z\Delta$, quam ırficies ex parallelogrammis, quorum bases sunt , EB lineae, altitudo autem eadem, quae cylindri et triangulis AEB, $\Gamma Z\Delta$ composita [λαμβ. 4]. rahantur trianguli AEB, $\Gamma Z\Delta$ communes. itaque relinquitur superficies cylindrica lineis $A\Gamma$, $B\Delta$ isa cum segmentis planis AE, EB, ΓZ, $Z\Delta$, or est superficie ex parallelogrammis composita, rum bases sunt lineae AE, EB, altitudo autem m, quae cylindri est. haec autem parallelogramma ıalia sunt parallelogrammo $A\Gamma B\Delta$ una cum spa- H [ex hypothesi]. itaque quae relinquitur supers cylindrica lineis $A\Gamma$, $B\Delta$ abscisa, maior est llelogrammo $A\Gamma B\Delta$.[1])

sed rursus sit spatium H minus segmentis planis , EB, ΓZ, $Z\Delta$. et secentur ambitus AE, EB, ΓZ, omnes in duas partes aequales punctis Θ, K, Λ, M, ducantur lineae $A\Theta$, ΘE, EK, KB, $\Gamma\Lambda$, ΛZ, ZM, Δ.[2]) quod si deinceps fecerimus, relinquentur segnta quaedam, quae minora erunt spatio H. relinıntur et sint $A\Theta$, ΘE, EK, KB, $\Gamma\Lambda$, ΛZ, ZM, $M\Delta$ menta. similiter igitur[3]) demonstrabimus paralle-

1) Quia ex hypothesi $H \gtreqless AE + EB + \Gamma Z + Z\Delta$ segıtis.

2) Uerba, quae sequuntur: τῶν δὲ lin. 21 — τρίγωνα lin. subditiua sunt. Archimedes tacite usus erat prop. 6 p. 24, ubi de ea ipsa re, de qua in uerbis subditiuis agitur, lides citatur, demonstratione propria non addita; nec apud himedem quidquam inuenitur, unde colligatur $\Theta E + EKB + \Gamma\Lambda Z + ZM\Delta \gtreqless \frac{1}{2}(AE + EB + \Gamma Z + Z\Delta)$. eterea offendunt particulae δέ et ἄρα coniunctae.

3) Sc. ac supra p. 46, 8 ex Eucl. I, 20; VI, 1.

ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι τὰ παραλληλόγραμμα, ὧν βάσεις μὲν αἱ *ΑΘ*, *ΘΕ*, *ΕΚ*, *ΚΒ*, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, μείζονα ἔσται τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ *ΑΕ*, *ΕΒ*, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. καὶ ἐπεὶ ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν *ΑΓ*, *ΒΔ* εὐθειῶν καὶ τὰ *ΑΕΒ*, *ΓΖΔ* ἐπίπεδα τμήματα πέρας ἔχει τὸ τοῦ *ΑΓΒΔ* παραλληλογράμμου ἐπίπεδον, ἀλλὰ καὶ ἡ συγκειμένη ἐπιφάνεια ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ *ΑΘ*, *ΘΕ*, *ΕΚ*, *ΚΒ*, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τῶν *ΑΘΕΚΒ*, *ΓΛΖΜΔ* εὐθυγράμμων, κοινὰ ἀφῃρήσθω τὰ *ΑΘΕΚΒ*, *ΓΛΖΜΔ* εὐθύγραμμα· λοιπὴ ἄρα ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν *ΑΓ*, *ΒΔ* εὐθειῶν καὶ τὰ *ΑΘ*, *ΘΕ*, *ΕΚ*, *ΚΒ*, *ΓΛ*, *ΛΖ*, *ΖΜ*, *ΜΔ* ἐπίπεδα τμήματα μείζονά ἐστιν τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ *ΑΘ*, *ΘΕ*, *ΕΚ*, *ΚΒ*, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. τὰ δὲ παραλληλόγραμμα, ὧν βάσεις μὲν αἱ *ΑΘ*, *ΘΕ*, *ΕΚ*, *ΚΒ*, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, μείζονά ἐστιν τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ *ΑΕ*, *ΕΒ*, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ· καὶ ἡ ἀποτεμνομένη ἄρα κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν *ΑΓ*, *ΒΔ* εὐθειῶν καὶ τὰ *ΑΘ*, *ΘΕ*, *ΕΚ*, *ΚΒ*, *ΓΛ*, *ΛΖ*, *ΖΜ*, *ΜΔ* ἐπίπεδα τμήματα μείζονά ἐστιν τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ *ΑΕ*,

1. των παραλληλογραμμων F; corr. ed. Basil. βασις F; corr. BD. 3. τα παραλληλογραμμα F; corr. Cr., ed. Basil. 4. βασις F. τῷ om. F. 7. *ΑΓΔΒ* Torellius. 9. βάσεις] βασις F; corr. BD. ὧν βάσεις μέν in rasura F. 11. κονα F; corr. manus 2. 17. βασ cum compendio ις uel ης F; corr. BD. 18. τῷ om. F. βασις F; corr. BD. 21. βάσεις ut lin. 17 F; corr. BD. αἱ om. F. 25. βάσεις ut lin. 17 F; corr. BD.

ımma, quorum bases sint *ΑΘ*, *ΘΕ*, *ΕΚ*, *ΚΒ*, alti-
ŀ autem eadem, quae cylindri est, maiora futura
parallelogrammis, quorum bases sint lineae *ΑΕ*,
altitudo autem eadem, quae cylindri est. et quo-
a superficies cylindrica lineis *ΑΓ*, *ΒΔ* abscisa cum
ıentis planis *ΑΕΒ*, *ΓΖΔ* terminum habet planum
llelogrammi *ΑΓΒΔ*, superficies autem ex paral-
grammis, quorum bases sunt lineae *ΑΘ*, *ΘΕ*, *ΕΚ*,
altitudo autem eadem, quae cylindri est, et figu-
rectilineis *ΑΘΕΚΒ*, *ΓΛΖΜΔ* composita [et ipsa
ınum habet planum parallelogrammi *ΑΓΒΔ*,
ɪr igitur est superficies cylindrica lineis *ΑΓ*, *ΒΔ*
isa cum segmentis planis *ΑΕΒ*, *ΓΖΔ* superficie
parallelogrammis, quorum bases sunt lineae *ΑΘ*,
ΕΚ, *ΚΒ*, altitudo autem eadem, quae cylindri
et figuris rectilineis *ΑΘΕΚΒ*, *ΓΛΖΜΔ* compo-
(*λαμβ.* 4)].[1]) subtrahantur figurae *ΑΘΕΚΒ*,
ΖΜΔ communes. itaque quae relinquitur super-
s cylindrica lineis *ΑΓ*, *ΒΔ* abscisa cum segmen-
planis *ΑΘ*, *ΘΕ*, *ΕΚ*, *ΚΒ*, *ΓΛ*, *ΛΖ*, *ΖΜ*, *ΜΔ*,
or est superficie cylindrica ex parallelogrammis
ıposita, quorum bases sunt lineae *ΑΘ*, *ΘΕ*, *ΕΚ*,
, altitudo autem eadem, quae cylindri est. haec
ım parallelogramma maiora sunt parallelogrammis,
rum bases sunt lineae *ΑΕ*, *ΕΒ*, altitudo autem

---

1) Post *εὐθυγράμμων* lin. 11 aut a transscriptore aut a libra-
haec fere omissa esse puto: *πέρας ἔχει τὸ τοῦ ΑΓΒΔ
αλληλογράμμου ἐπίπεδον, μείζων οὖν ἐστιν ἡ ἀποτεμνομένη
ινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν καὶ τὰ ΑΕΒ,
Δ ἐπίπεδα τμήματα τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν
αλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ὕψος
τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τῶν ΑΘΕΚΒ, ΓΛΖΜΔ εὐθυ-
μμων* (cfr. p. 46—48).

ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. τὰ δὲ παραλ-
αμμα, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ
ὸ τῷ κυλίνδρῳ, ἴσα ἐστὶν τῷ ΑΔΓΒ παραλληλο-
ῳ καὶ τῷ Η χωρίῳ· καὶ ἡ ἀποτεμνομένη ἄρα
ρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν καὶ
, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ ἐπίπεδα
α μείζονά ἐστιν τοῦ ΑΓΒΔ παραλληλογράμμου
ῦ Η χωρίου. ἀφαιρεθέντων δὲ τὰ ΑΘ, ΘΕ,
ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ τμήματα τοῦ Η χωρίου
να. λοιπὴ ἄρα ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφά-
πὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν μείζων ἐστὶν τοῦ
Δ παραλληλογράμμου.

ιβ΄.

ν ἐν ἐπιφανείᾳ κυλίνδρου τινὸς ὀρθοῦ δύο εὐ-
ῶσιν, ἀπὸ δὲ τῶν περάτων τῶν εὐθειῶν ἀχθῶ-
νες ἐπιψαύουσαι τῶν κύκλων, οἵ εἰσιν βάσεις
λίνδρου, ἐν τῷ ἐπιπέδῳ αὐτῶν οὖσαι καὶ συμ-
ιν, τὰ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπό τε
πιψαυουσῶν καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου
α ἔσται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου τῆς με-
ῶν εὐθειῶν τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου.
ω κυλίνδρου τινὸς ὀρθοῦ βάσις ὁ ΑΒΓ κύκλος,
τωσαν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ δύο εὐθεῖαι, ὧν
α τὰ Α, Γ· ἀπὸ δὲ τῶν Α, Γ ἤχθωσαν ἐπιψαύ-
τοῦ κύκλου ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι καὶ
πτέτωσαν κατὰ τὸ Η. νοείσθωσαν δὲ καὶ ἐν τῇ

βασις F. 3. ΑΔΓΒ] FB*; ΑΔΒΓ C*; ΑΓΔΒ uulgo.
ηλογραμμα FC. 8. ἀφαιρεθέντων] scripsi; αφαιρεθεντα
go. 10. λοιπον F; corr. B. 12. ΑΓΔΒ Torellius.
F. 16. βάσεις] βασ cum compendio ις uel ης F; corr. D.

quae cylindri est. itaque etiam superficies ca lineis $A\Gamma$, $B\Delta$ abscisa et segmenta plana E, EK, KB, ΓA, AZ, ZM, $M\Delta$ maiora sunt logrammis, quorum bases sunt AE, EB lineae, o autem eadem, quae cylindri est. haec autem logramma aequalia sunt parallelogrammo $A\Gamma B\Delta$ tio H [ex hypothesi]. itaque etiam superficies rica lineis $A\Gamma$, $B\Delta$ abscisa cum segmentis pla-Θ, ΘE, EK, KB, ΓA, AZ, ZM, $M\Delta$ maior est elogrammo $A\Gamma B\Delta$ cum H spatio. subtrahantur segmenta $A\Theta$, ΘE, EK, KB, ΓA, AZ, ZM, minora spatio H [p. 48, 25]. itaque quae relin-r superficies cylindrica lineis $A\Gamma$, $B\Delta$ abscisa, est parallelogrammo $A\Gamma B\Delta$.

XII.

i in superficie cylindri recti duae lineae datae sunt, terminis linearum ducuntur lineae circulos con-ntes, qui bases sunt cylindri, in plano circulorum ae, et concurrunt[1]), parallelogramma, quae lineis ngentibus et lateribus cylindri continentur, maiora ; superficie cylindri, quae inter lineas est in su-cie cylindri ductas.

it circulus $AB\Gamma$ basis cylindri recti, et in super-eius duae lineae datae sint, quarum termini sint puncta. ab A, Γ autem punctis ducantur lineae lum contingentes in eodem plano positae, et con-nt in puncto H. fingantur autem etiam in altera

1) Prop. 10 p. 38, 13 erat: καὶ συμπίπτουσαι.

ἑτέρᾳ βάσει τοῦ κυλίνδρου ἀπὸ τῶν περάτων τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ εὐθεῖαι ἠγμέναι ἐπιψαύουσαι τοῦ κύκλου. δεικτέον, ὅτι τὰ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν ἐπιψαυουσῶν καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου μείζονά ἐστι τῆς κατὰ τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου.

ἤχθω γὰρ ἡ ΕΖ ἐπιψαύουσα, καὶ ἀπὸ τῶν Ε, Ζ σημείων ἤχθωσάν τινες εὐθεῖαι παρὰ τὸν ἄξονα τοῦ κυλίνδρου ἕως τῆς ἐπιφανείας τῆς ἑτέρας βάσεως. τὰ δὴ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν ΑΗ, ΗΓ καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου μείζονά ἐστι τῶν παραλληλογράμμων τῶν περιεχομένων ὑπό τε τῶν ΑΕ, ΕΖ, ΖΓ καὶ τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου [ἐπεὶ γὰρ αἱ ΕΗ, ΗΖ τῆς ΕΖ μείζους εἰσίν, κοιναὶ προσκείσθωσαν αἱ ΑΕ, ΖΓ. ὅλαι ἄρα αἱ ΗΑ, ΗΓ μείζους εἰσὶν τῶν ΑΕ, ΕΖ, ΖΓ]. ᾧ δὴ μείζονά ἐστιν, ἔστω τὸ Κ χωρίον. τοῦ δὴ Κ χωρίου τὸ ἥμισυ ἤτοι μεῖζόν ἐστι τῶν σχημάτων τῶν περιεχομένων ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΖ, ΖΓ εὐθειῶν καὶ τῶν ΑΔ, ΔΒ, ΒΘ, ΘΓ περιφερειῶν

1. *περάτων τῶν*] *τῶν* om. F; corr. Torellius. 2. Post *ἐπιφανείᾳ* fortasse addendum est *εὐθειῶν*, cogitatione saltem. 13. *τῶν πλευρῶν* Cr., ed. Basil., Torellius. 16. *εἰσίν*] *εἶναι* F; corr. B. *κοναι* F; corr. manus 2 (?).

ylindri a terminis linearum in superficie ducta-
ineae circulum contingentes ductae. demonstran-
parallelogramma, quae lineis contingentibus et
bus cylindri contineantur, maiora esse superficie
drica in ambitu $AB\Gamma$ posita.

acatur enim EZ linea contingens[1]), et a punctis ducantur lineae axi cylindri parallelae usque ad[2]) ficiem[3]) alterius basis. itaque parallelogramma, lineis AH, $H\Gamma$ et lateribus cylindri continentur, ra sunt parallelogrammis, quae lineis AE, EZ, et latere cylindri continentur.[4]) quo igitur ma- sunt spatio, sit K spatium. itaque dimidium i K aut maius est figuris, quae lineis AE, EZ, et arcubus $A\Delta$, ΔB, $B\Theta$, $\Theta\Gamma$ continentur, aut maius. sit prius maius. superficiei autem, quae osita est ex parallelogrammis in lineis AE, EZ,

---

1) Post ἐπιψαύουσα lin. 7 Nizze addi uult: δίχα τμηθεί- ης $AB\Gamma$ περιφερείας κατὰ τὸ B, et fortasse sic scripserat imedes.

2) Archimedes ipse particula ἕως hoc modo non utitur; puto eam a transscriptore pro ἔστε πρὸς uel μέχρι sup- am esse (Quaest. Arch. p. 70).

3) Puto Archimedem aut τῆς ἐπιφανείας omisisse aut τοῦ ἴσου scripsisse; neque enim apte commemoratur ἡ ἐπι- ια τῆς βάσεως, quasi ἡ βάσις solida sit.

4) Nam $EH + HZ > EZ$ (Eucl. I, 20)

$$\frac{AE + Z\Gamma = AE + Z\Gamma}{AH + H\Gamma > AE + EZ + Z\Gamma.}$$

ie cum altitudo eadem sit, parallelogramma, quorum bases AH, $H\Gamma$, maiora sunt parallelogrammis, quorum bases AE, EZ, $Z\Gamma$ (Eucl. VI, 1). sed quae in Graecis addita uerba lin. 14—20, ualde mihi suspecta sunt, quia Archi- es causam, qua nititur aliquid, praemittere solet, non postea re. etiam in sequentibus fortasse quaedam addita, quae- mutata sunt.

ἢ οὔ. ἔστω πρότερον μεῖζον. τῆς δὲ ἐπιφανείας τῆς συγκειμένης ἐκ τῶν παραλληλογράμμων τῶν κατὰ τὰς ΑΕ, ΕΖ, ΖΓ καὶ τοῦ ΑΕΖΓ τραπεζίου καὶ τοῦ κατεναντίον αὐτοῦ ἐν τῇ ἑτέρᾳ βάσει τοῦ κυλίνδρου πέρας ἐστὶν ἡ περίμετρος τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ κατὰ τὴν ΑΓ. ἔστιν δὲ καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου τῆς κατὰ τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν καὶ τῶν τμημάτων τοῦ τε ΑΒΓ καὶ τοῦ ἀπεναντίον αὐτοῦ πέρας ἡ αὐτὴ περίμετρος. αἱ οὖν εἰρημέναι ἐπιφάνειαι τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαι τυγχάνουσιν, ὅπερ ἐστὶν ἐν ἐπιπέδῳ, καί εἰσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καί τινα μὲν περιλαμβάνει ἡ ἑτέρα αὐτῶν, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχουσιν· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ περιλαμβανομένη· ἀφαιρεθέντων οὖν κοινῶν τοῦ τε ΑΒΓ τμήματος καὶ τοῦ ἀπεναντίον αὐτοῦ ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἡ κατὰ τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἔκ τε τῶν παραλληλογράμμων τῶν κατὰ τὰς ΑΕ, ΕΖ, ΖΓ καὶ τῶν σχημάτων τῶν ΑΕΒ, ΒΖΓ καὶ τῶν ἀπεναντίον αὐτῶν. αἱ δὲ τῶν εἰρημένων παραλληλογράμμων ἐπιφάνειαι μετὰ τῶν εἰρημένων σχημάτων ἐλάττους εἰσὶν τῆς ἐπιφανείας τῆς συγκειμένης ἐκ τῶν παραλληλογράμμων τῶν κατὰ τὰς ΑΗ, ΗΓ [μετὰ γὰρ τοῦ Κ μείζονος ὄντος τῶν σχημάτων ἴσαι ἦσαν αὐτοῖς]. δῆλον οὖν, ὅτι τὰ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν ΑΗ, ΓΗ καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου μείζονά ἐστι τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου τῆς κατὰ τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν. εἰ δὲ μή ἐστι μεῖζον τὸ ἥμισυ τοῦ Κ χωρίου τῶν εἰρημένων

---

3. τραπεξειου F. 4. κατεναντίον] ἀπεναντίον? ἐν τῇ om. F; corr. A. 13. ἐλάσσων] ελασσῶ F. 17. περιφερειας F per compendium; corr. A. 19. ΑΕΒ, ΒΖΓ] ΑΕ, ΕΒ, ΒΖ, ΖΓ F;

positis et trapezio $AEZ\Gamma$ et trapezio ei opposito, in altera basi est cylindri, terminus est perime- parallelogrammi in linea $A\Gamma$ positi. eadem autem etrus terminus est superficiei compositae ex super- cylindri in ambitu $AB\Gamma$ posita et segmento et segmento ei opposito. itaque superficies, quas emorauimus, eundem terminum habent in plano m, et utraque in eandem partem caua est, et earum quaedam comprehendit, quaedam cum communia habet. minor igitur ea est, quae rehenditur [$\lambda\alpha\mu\beta$. 4]. si igitur segmentum $AB\Gamma$ gmentum ei oppositum utrique communia sub- mus, minor est superficies cylindri in ambitu $AB\Gamma$ superficie composita ex parallelogrammis in AE, EZ, $Z\Gamma$ positis et figuris AEB, $BZ\Gamma$ et s iis oppositis. sed superficies parallelogrammo- quae commemorauimus, cum figuris AEB, $BZ\Gamma$ guris iis oppositis minores sunt superficie com- a ex parallelogrammis in lineis AH, $H\Gamma$ positis.[1]) adparet, parallelogramma, quae lineis AH, ΓH teribus cylindri contineantur, maiora esse super- cylindri in ambitu $AB\Gamma$ posita. — sin non maius limidium spatii K figuris, quas commemorauimus,

) Nam parallelogr.
+ $H\Gamma$ = parallelogr. $AE + EZ + Z\Gamma + K$ (ex hypothesi), $> AEB\Delta + BZ\Gamma\Theta$; itaque $K > AEB\Delta + BZ\Gamma\Theta$ cum s iis oppositis. sed uerba sequentia lin. 23—24 suspecta cfr. p. 55 not. 4; praeterea offendit αὐτοῖς (h. e. τοῖς λληλογράμμοις τοῖς κατὰ τὰς AH, $H\Gamma$) pro αὐτῇ (h. e. ficiei ex iis compositae; lin. 24).

ed. Basil. „et ex portionibus plani contentis ab arcubus neis rectis a e, e b, b f, f c" Cr.

σχημάτων, ἀχθήσονται εὐθεῖαι ἐπιψαύουσαι τοῦ τμήματος, ὥστε γενέσθαι τὰ περιλειπόμενα σχήματα ἐλάσσονα τοῦ ἡμίσους τοῦ Κ, καὶ τὰ ἄλλα κατὰ τὰ αὐτὰ τοῖς ἔμπροσθεν δειχθήσεται.

τούτων δὲ δεδειγμένων φανερόν ἐστιν [ἐκ τῶν προειρημένων], ὅτι, ἐὰν εἰς κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς ἐγγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως ἐλάσσων ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας·

[ἕκαστον γὰρ τῶν περιεχόντων τὴν πυραμίδα τριγώνων ἔλασσόν ἐστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν τοῦ τριγώνου πλευρῶν· ὥστε καὶ ὅλη ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου χωρὶς τῆς βάσεως.]

καὶ ὅτι, ἐὰν περὶ κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς περιγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου χωρὶς τῆς βάσεως [κατὰ τὸ συνεχὲς ἐκείνῳ].

φανερὸν δὲ ἐκ τῶν ἀποδεδειγμένων, ὅτι τε, ἐὰν εἰς κύλινδρον ὀρθὸν πρῖσμα ἐγγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος ἡ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένη ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῆς βάσεως·

[ἔλασσον γὰρ ἕκαστον παραλληλόγραμμον τοῦ πρίσματός ἐστι τῆς καθ' αὐτὸ τοῦ κυλίνδρου ἐπιφανείας.]

---

1. *τμήματος*] Nizze; *σχηματος* F, uulgo; *κύκλου σχήματος* ed. Basil., Torellius. 3. *κατά*] addidi; om. F, uulgo. 5. *δέ*] scripsi; *δη* F, uulgo. *ἔστιν ἐκ*] scripsi; *επι μεν* F, uulgo. 10. *ελασσων* F; corr. C. 11. *ἡ*] addidi; om. F, uulgo. 16. *μειζω* F.

itur lineae segmentum contingentes, ita ut figurae ae minores sint dimidio spatii K [prop. 6 p. 23, t cetera eodem modo, quo supra [prop. 11 p. 49], nstrabuntur.

iis autem demonstratis adparet[1]), si cono aequi- › inscribatur pyramis, superficiem pyramidis prae- asim minorem esse superficie conica.

ıam unusquisque triangulorum pyramidem com- ndentium minor est superficie conica, quae est latera trianguli [prop. 9]; quare etiam tota su- ies pyramidis praeter basim minor est coni super- praeter basim].

t, si circum conum aequicrurium pyramis circum- atur, superficiem pyramidis praeter basim maiorem coni superficie praeter basim [prop. 10].[2])

dparet autem ex iis, quae demonstrauimus, et, si dro recto prisma inscribatur, superficiem prismatis arallelogrammis compositam minorem esse super- cylindri praeter bases.[3])

nam unumquodque parallelogrammum minus est dri superficie ad id pertinenti] [prop. 11].[4])

) ἐκ τῶν προειρημένων subditiua esse puto, quia idem ictum est uerbis praecedentibus: τούτων δεδειγμένων.

) κατὰ τὸ συνεχὲς ἐκείνῳ (h. e. propter sequentem pro- onem) Archimedea esse non puto, maxime ob ἐκείνῳ (h. e. roportioni, qua nitebatur lemma praecedens) obscure et genter dictum.

) Archimedes hic et pag. 60 linn. 4, 7, 17 scripserat τῶν ων (Qu. Arch. p. 73).

) Hanc demonstrationem et similem supra lin. 9—13 sub- as esse suspicor; turbant enim sententiarum nexum (τε — καί 8—60, 1), nec intellegitur, aut cur additae sint, cum supra m sit: φανερὸν ἐκ τῶν δεδειγμένων (p. 58, 5 et 18), aut Archimedes, si eas addere uoluerit, non ceteris duobus lem- s etiam (p. 58, 14; p. 60, 1) demonstrationes adiunxerit.

καὶ ὅτι, ἐὰν περὶ κύλινδρον ὀρθὸν πρῖσμα περιγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος ἡ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένη μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῆς βάσεως.

ιγ΄.

Παντὸς κυλίνδρου ὀρθοῦ ἡ ἐπιφάνεια χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου καὶ τῆς διαμέτρου τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου.

ἔστω κυλίνδρου τινὸς ὀρθοῦ βάσις ὁ Α κύκλος, καὶ ἔστω τῇ μὲν διαμέτρῳ τοῦ Α κύκλου ἴση ἡ ΓΔ, τῇ δὲ πλευρᾷ τοῦ κυλίνδρου ἡ ΕΖ· ἐχέτω δὲ μέσον λόγον τῶν ΔΓ, ΕΖ ἡ Η, καὶ κείσθω κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ Η ὁ Β. δεικτέον, ὅτι ὁ Β κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῆς βάσεως.

εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσος, ἤτοι μείζων ἐστὶ ἢ ἐλάσσων. ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων. δύο δὴ μεγεθῶν ὄντων ἀνίσων τῆς τε ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου καὶ τοῦ Β κύκλου δυνατόν ἐστιν εἰς τὸν Β κύκλον ἰσόπλευρον πολύγωνον ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περιγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου πρὸς τὸν Β κύκλον. νοείσθω δὴ περιγεγραμμένον καὶ ἐγγεγραμμένον, καὶ περὶ τὸν Α κύκλον περιγεγράφθω εὐθύγραμμον ὅμοιον τῷ περὶ τὸν Β περιγεγραμμένῳ, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τοῦ εὐθυγράμμου πρῖσμα· ἔσται

1. *καί* om. F; corr. B*. 5. *ιδ΄* F. 12. *εχετο* F; corr. BC*. 19. *ανισσων* F. 21. *ἐγγράψαι*] alterum γ in F supra scriptum est manu 1.

, si circum cylindrum rectum prisma circum-
tur, superficiem prismatis ex parallelogrammis
›sita maiorem esse cylindri superficie praeter
[1]) [prop. 12].

XIII.

ıiusuis cylindri recti superficies praeter bases[1])
lis est circulo, cuius radius media est proportio-
[2]) inter latus cylindri et diametrum basis cylindri.[3])
t *A* circulus basis cylindri recti, et sit linea *ΓΔ*
lis diametro circuli *A*, et linea *EZ* aequalis la-
ylindri. linea autem *H* media sit proportionalis[2])
ΔΓ, *EZ* lineas. et ponatur *B* circulus, cuius
s aequalis sit lineae *H*. demonstrandum, circu-
B aequalem esse superficiei cylindri praeter bases.[1])
am nisi aequalis est, aut maior est aut minor.
rius, si fieri potest, minor. datis igitur duabus
ıitudinibus inaequalibus, superficie cylindri et cir-
B, fieri potest, ut circulo *B* inscribatur polygo-
aequilaterum, et aliud circumscribatur, ita ut poly-
ım circumscriptum ad inscriptum rationem minorem
at, quam superficies cylindri ad circulum *B* [prop. 5].
ıtur igitur circumscriptum et inscriptum circulo *B*,
ircum *A* circulum circumscriptum polygonum si-
figurae circum *B* circulum circumscriptae[4]), et

1) Archimedes hic et linn. 4, 7, 17 scripserat *τῶν βάσεων* Arch. p. 73).

2) Archimedes hic et lin. 12—13 scripsit *μέση ἀνάλογόν* (Quaest. Arch. p. 70).

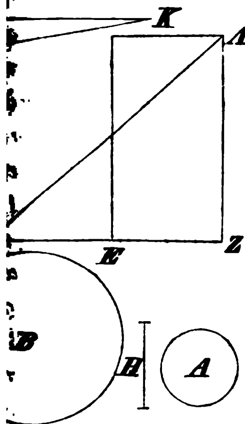
3) Hanc propositionem ut tertiam decimam citat Pappus I 94, 11.

4) Lin. 24 sq. Archimedes scripserat: *νοείσθω δὴ εἰς τὸν B*
λον περιγεγραμμένον καὶ ἐγγεγραμμένον, καὶ περὶ τὸν A

δὴ περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένον. ἔστω δὲ καὶ τῇ περιμέτρῳ τοῦ εὐθυγράμμου τοῦ περὶ τὸν Α κύκλον ἴση ἡ ΚΔ, καὶ τῇ ΚΔ ἴση ἡ ΔΖ· τῆς δὲ ΓΔ ἡμίσεια ἔστω ἡ ΓΤ. ἔσται δὴ τὸ ΚΔΤ τρίγωνον ἴσον τῷ περιγεγραμμένῳ εὐθυγράμμῳ περὶ τὸν Α κύκλον [ἐπειδὴ βάσιν μὲν ἔχει τῇ περιμέτρῳ ἴσην, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Α κύκλου], τὸ δὲ ΕΛ παραλληλόγραμμον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος τοῦ περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένου [ἐπειδὴ περιέχεται ὑπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου καὶ τῆς ἴσης τῇ περιμέτρῳ τῆς βάσεως τοῦ πρίσματος]. κείσθω δὴ τῇ ΕΖ ἴση ἡ ΕΡ. ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ΖΡΛ τρίγωνον τῷ ΕΛ παραλληλογράμμῳ, ὥστε καὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος. καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ εὐθύγραμμα τὰ περὶ τοὺς Α, Β κύκλους περιγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον [τὰ εὐθύγραμμα], ὅνπερ αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμει. ἕξει ἄρα τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ περὶ τὸν Β κύκλον εὐθύγραμμον λόγον, ὃν ἡ ΤΔ πρὸς τὴν Η δυνάμει [αἱ γὰρ ΤΔ, Η ἴσαι εἰσὶν ταῖς ἐκ τοῦ κέντρου]. ἀλλ' ὃν ἔχει λόγον ἡ ΤΔ πρὸς Η δυνάμει, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ μήκει [ἡ γὰρ Η τῶν ΤΔ, ΡΖ μέση ἐστὶ ἀνάλογον διὰ τὸ καὶ τῶν ΓΔ, ΕΖ· πῶς δὲ τοῦτο; ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΔΤ τῇ ΤΓ, ἡ δὲ ΡΕ τῇ ΕΖ, διπλασία ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ τῆς ΤΔ, καὶ ἡ ΡΖ τῆς ΡΕ. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΓΔ πρὸς ΔΤ, οὕτως ἡ ΡΖ πρὸς ΖΕ. τὸ ἄρα ὑπὸ

1. δέ] scripsi; δη F, uulgo. 5. τῷ] το F. 19. τὴν Η] το Η F. ἐκ τοῦ κέντρου] per compendium FC, quod in loco interpolato ferendum est; ἐκ τῶν κέντρων uulgo; „ex centris" Cr. 20. πρὸς Η] πρὸς τὴν Η ed. Basil., Torellius. 25. ὡς ἡ ΓΔ] F; ὡς ἡ ΔΓ uulgo.

struatur prisma; erit igitur circum cylindrum ptum. praeterea autem aequalis sit linea $K\Delta$ figurae rectilineae circum A circulum cir- ae, et lineae $K\Delta$ aequalis ΔZ linea; lineae autem $\Gamma\Delta$ dimidium sit ΓT linea. itaque triangulus $K\Delta T$ aequalis erit figurae circum A circulum circumscriptae[1]), parallelogrammum autem $E\Delta$ superficiei prismatis circum cylindrum circumscripti.[2]) ponatur igitur lineae EZ aequalis EP linea. itaque triangulus $ZP\Delta$ aequalis est parallelogrammo $E\Delta$ [Eucl. I, 41]; quare etiam superficiei prismatis. et quoniam sint figurae rectilineae circum A, B circulos cir- tae, eandem rationem habebunt[3]), quam radii [u. Eutocius]. habebit igitur triangulus $KT\Delta$ am rectilineam circum B circulum circumscrip- dem rationem, quam $T\Delta^2 : H^2$ [quia $T\Delta$, H aequales sunt ex hypothesi].



ριγεγραμμένον ὅμοιον τῷ περὶ τὸν B περιγεγραμμένῳ; us.

ia basis $K\Delta$ aequalis est perimetro polygoni, altitudo Γ aequalis radio circuli A siue radio minori polygoni; chr. f. Math. u. Physik, hist.-litt. Abth. XXIV p. 180

ia basis EZ aequalis est perimetro polygoni, quod basis est, altitudo autem ΔZ aequalis lateri cylindri. ; εὐθύγραμμα lin. 16 deleri uoluit Torellius, probante

τῶν ΓΔ, ΕΖ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΤΔ, ΡΖ. τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΕΖ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ Η. καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΤΔ, ΡΖ ἄρα ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς Η. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΤΔ πρὸς Η, οὕτως ἡ Η πρὸς ΡΖ. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ, τὸ ἀπὸ τῆς ΤΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Η. ἐὰν γὰρ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἔστιν, ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας εἶδος τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον]. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ μήκει, τοῦτον ἔχει τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΡΛΖ [ἐπειδήπερ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΚΔ, ΛΖ]. τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένον, ὅνπερ τὸ ΤΚΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΡΖΛ τρίγωνον. ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ΖΛΡ τρίγωνον τῷ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένῳ εὐθυγράμμῳ. ὥστε καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος τοῦ περὶ τὸν Α κύλινδρον περιγεγραμμένου τῷ εὐθυγράμμῳ τῷ περὶ τὸν Β κύκλον ἴση ἐστί. καὶ ἐπεὶ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ κύκλῳ τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ Α κυλίνδρου πρὸς τὸν Β κύκλον, ἐλάσσονα λόγον ἕξει καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος τοῦ περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένου πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ κύκλῳ τῷ Β ἐγγεγραμμένον, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου πρὸς τὸν Β κύκλον· καὶ ἐναλλάξ· ὅπερ ἀδύνατον [ἡ μὲν γὰρ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν κύλινδρον μείζων οὖσα δέδεικται τῆς ἐπιφανείας

2. ἀπὸ Η] FBC; ἀπὸ τῆς Η uulgo. 5. ὡς ἡ] ὡς om. F; corr. AC. τὸ ἀπό] οὕτως τὸ ἀπό A, ed. Basil., Torellius.

$$T\Delta^2 : H^2 = T\Delta : PZ.$$ [1]

$$T\Delta : PZ = KT\Delta : P\Lambda Z.$$ [2]

triangulus $KT\Delta$ ad figuram rectilineam circum culum circumscriptam eandem rationem habet, triangulus $TK\Delta$ ad triangulum $PZ\Lambda$ [u. Euto- aequalis igitur est triangulus $Z\Lambda P$ figurae neae circum B circulum circumscriptae [Eucl. quare etiam superficies prismatis circum A rum circumscripti aequalis est figurae rectilineae B circulum circumscriptae. et quoniam figura nea circum B circulum circumscripta ad figuram o inscriptam minorem rationem habet, quam su- ies A cylindri ad B circulum [ex hypothesi], bit igitur etiam superficies prismatis circum cylin- circumscripti ad figuram circulo B inscriptam rem rationem, quam superficies cylindri ad B cir-

o. et ex Eutocio adparet Archimedem scripsisse: τὸν αὐ- ει λόγον, ὅνπερ.

1) Nam ex hypothesi est $H^2 = \Delta\Gamma \times EZ$ et $\Delta\Gamma = 2T\Delta$, $= \frac{1}{2}PZ$; quare $H^2 = T\Delta \times PZ$, h. e. $T\Delta : H = H : PZ$; u. Eucl. VI, 20 πόρ. 2. demonstrationem subditiuam p. 62, 11—p. 64, lin. 9 nimis uerbosam esse iam Nizze p. 57 not. ellexit; idem p. 270 uerba πῶς δὲ τοῦτο deleri uult sed uaest. Arch. p. 74.

2) Ex Eucl. VI, 1, quia ex hypothesi $\Lambda Z = K\Delta$.

ἀπό] FA; οὕτως τὸ ἀπό uulgo. 14. $TK\Delta$] $KT\Delta$ To- us. 24. ἐγγεγραμμένον] scripsi; γεγραμμενον F, uulgo.

τοῦ κυλίνδρου, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τῷ Β κύκλῳ ἔλασσόν ἐστι τοῦ Β κύκλου]. οὐκ ἄρα ἐστὶν ὁ Β κύκλος ἐλάσσων τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου. — ἔστω δέ, εἰ δυνατόν, μείζων. πάλιν δὲ νοείσθω εἰς τὸν Β κύκλον εὐθύγραμμον ἐγγεγραμμένον καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ τὸν Β κύκλον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸν Α κύκλον πολύγωνον ὅμοιον τῷ εἰς τὸν Β κύκλον ἐγγεγραμμένῳ, καὶ πρῖσμα ἀναγεγράφθω ἀπὸ τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου. καὶ πάλιν ἡ ΚΔ ἴση ἔστω τῇ περιμέτρῳ τοῦ εὐθυγράμμου τοῦ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένου, καὶ ἡ ΖΛ ἴση αὐτῇ ἔστω. ἔσται δὴ τὸ μὲν ΚΤΔ τρίγωνον μεῖζον τοῦ εὐθυγράμμου τοῦ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένου [διότι βάσιν μὲν ἔχει τὴν περίμετρον αὐτοῦ, ὕψος δὲ μεῖζον τῆς ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου ἀγομένης καθέτου], τὸ δὲ ΕΛ παραλληλόγραμμον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος τῇ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένῃ [διότι περιέχεται ὑπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου καὶ τῆς ἴσης τῇ περιμέτρῳ τοῦ εὐθυγράμμου, ὅ ἐστι βάσις τοῦ πρίσματος]. ὥστε καὶ τὸ ΡΛΖ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος· καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ εὐθύγραμμα τὰ ἐν τοῖς Α, Β κύκλοις ἐγγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων αὐτῶν δυνάμει. ἔχει δὲ καὶ τὰ ΚΤΔ, ΖΡΛ

---

1. ἐγγεγραμμένον] scripsi; γεγραμμενον F, uulgo. 7. ἔχειν] εχει F; corr. B* 10. εγγεγραμμενον F; corr. B* 12. ἔστω] εστι F; corr. A. 17. μειζων F, ut uidetur. κέντρου] κεντρου πλευρας F; corr. Torellius. 22. ὅ] ὅς F; corr. ed. Basil.

permutando igitur [prisma ad cylindrum mi- rationem habet, quam figura circulo *B* inscripta circulum][1], quod absurdum est [u. Eutocius][2]. fieri non potest, ut *B* circulus minor sit super- cylindri.

autem, si fieri potest, maior. rursus autem tur figura rectilinea circulo *B* inscripta et alia mscripta, ita ut figura circumscripta ad inscrip- minorem rationem habeat, quam *B* circulus ad rficiem cylindri [prop. 5], et inscribatur circulo *A* gonum simile polygono circulo *B* inscripto, et na in polygono circulo [*A*] inscripto construatur. rsus linea *KΔ* aequalis sit perimetro figurae recti- e circulo *A* inscriptae, et linea *ZΔ* ei aequalis rit igitur triangulus *KTΔ* maior figura rectilinea lo *A* inscripta[3], parallelogrammum autem *EA* ale superficiei prismatis ex parallelogrammis com- ae.[4] quare etiam triangulus *PAZ* aequalis est rficiei prismatis [quia aequalis est parallelogrammo p. 62, 12]. et quoniam figurae rectilineae cir- *A*, *Z* inscriptae similes sunt, eandem inter se nem habent, quam radii circulorum quadrati [Eucl.

---

1) Archimedes pro καὶ ἐναλλάξ· ὅπερ ἀδύνατον p. 64, 26 serat: ἐναλλὰξ ἄρα ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ πρίσμα πρὸς τὸν νδρον, ἤπερ τὸ ἐγγεγραμμένον εἰς τὸν B κύκλον πολύγωνον τὸν B κύκλον· ὅπερ ἄτοπον, ut ex Eutocio adparet.

2) Sequentia uerba p. 64, 26—66, 2 subditiua esse adparet utocio.

3). Basis enim *KΔ* aequalis est perimetro polygoni, altitudo m *ΔT*, quae aequalis est radio circuli *A*, maior quam ra- minor polygoni. Uerba lin. 16—18 Archimedis non sunt; . 62, 6.

4) U. p. 63 not. 2. Quae sequuntur lin. 20—23 subditiua ; cfr. p. 62, 9.

τρίγωνα πρὸς ἄλληλα λόγον, ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων δυνάμει. τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένον πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Β ἐγγεγραμμένον, καὶ τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΔΖΡ τρίγωνον. ἔλασσον δέ ἐστι τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τοῦ ΚΤΔ τριγώνου. ἔλασσον ἄρα καὶ τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Β κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τοῦ ΖΡΔ τριγώνου· ὥστε καὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ πρίσματος τοῦ ἐν τῷ κυλίνδρῳ ἐγγεγραμμένου· ὅπερ ἀδύνατον [ἐπεὶ γὰρ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ περιγεγραμμένον εὐθύγραμμον περὶ τὸν Β κύκλον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἢ ὁ Β κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου, καὶ ἐναλλάξ, μεῖζον δέ ἐστι τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὸν Β κύκλον τοῦ Β κύκλου, μεῖζον ἄρα ἐστὶν τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ Β κύκλῳ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου. ὥστε καὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ πρίσματος]. οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶ ὁ Β κύκλος τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων. ἴσος ἄρα ἐστίν.

ιδ'.

Παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς χωρὶς τῆς βάσεως ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς πλευρᾶς τοῦ κώνου καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ κώνου.

ἔστω κῶνος ἰσοσκελής, οὗ βάσις ὁ Α κύκλος, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου ἔστω ἡ Γ. τῇ δὲ πλευρᾷ τοῦ κώνου

15. μειζων F. 21. ιε' F. 22. ἡ ἐπιφάνεια χωρὶς τῆς βάσεως Pseudopappus. 23. ἐστίν idem. 24. λόγον] ἀνάλογον idem. 25. ἐστιν idem.

1]. sed etiam trianguli $KT\Delta$, $ZP\Lambda$ eandem in-
ıe rationem habent, quam radii circulorum qua-
.[1]) itaque figura rectilinea circulo A inscripta ad
am circulo B inscriptam eandem rationem habet,
ı triangulus $KT\Delta$ ad triangulum ΛZP. minor
m est figura rectilinea circulo A inscripta trian-
$KT\Delta$. itaque etiam figura rectilinea circulo B
ipta minor est triangulo $ZP\Lambda$; quare etiam super-
prismatis cylindro inscripti. quod fieri nequit.[2])
ıe fieri non potest, ut circulus B maior sit super-
cylindri. demonstratum autem est, ne minorem
em eum esse. itaque aequalis est.

XIV.

Superficies cuiusuis coni aequicrurii praeter basim
ıalis est circulo, cuius radius media proportio-
s est[3]) inter latus coni et radium circuli, qui basis
. est.[4])

sit conus aequicrurius, cuius basis sit circulus A,
us autem eius sit Γ linea. et lateri coni aequalis

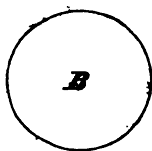
1) Nam $KT\Delta : ZP\Lambda = T\Delta : ZP = T\Delta^2 : H^2$; p. 65 not. 1;
$T\Delta$ linea aequalis est radio circuli A, H radio circuli B.
2) Nam quoniam figura circum B circumscripta ad figuram
riptam minorem rationem habet, quam circulus B ad super-
m cylindri, et B circulus $<$ figura circumscripta, erit etiam
ra inscripta maior superficie cylindri, et multo magis su-
icie prismatis (prop. 12 p. 58, 18). Sequentia uerba lin. 10—
leleo; cfr. p. 67 not. 2.
3) Archimedem scripsisse puto lin. 23: μέση ἐστὶν ἀνάλογον;
p. 61 not. 2.
4) Hanc propositionem ut XIV^mam citat Pappus I p. 390,
sed uerba ipsa Archimedis interpolator addidit, ut recte
ɔicatus est Hultschius; neque enim Pappi temporibus scripta
himedis in linguam communem conuersa circumferebantur;
enim post Eutocium demum factum est (Quaest. Arch.
77—78).

ἔστω ἴση ἡ Δ, τῶν δὲ Γ, Δ μέση ἀνάλογον ἡ Ε. ὁ δὲ Β κύκλος ἐχέτω τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ Ε ἴσην. λέγω, ὅτι ὁ Β κύκλος ἐστὶν ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου χωρὶς τῆς βάσεως. — εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσος, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. ἔστω πρότερον ἐλάσσων. ἔστι δὴ δύο μεγέθη ἄνισα ἥ τε ἐπιφάνεια τοῦ κώνου καὶ ὁ Β κύκλος, καὶ μείζων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου. δυνατὸν ἄρα εἰς τὸν Β κύκλον πολύγωνον ἰσόπλευρον ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περιγράψαι ὅμοιον τῷ ἐγγεγραμμένῳ, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν Β κύκλον. νοείσθω δη καὶ περὶ τὸν Α κύκλον πολύγωνον περιγεγραμμένον ὅμοιον τῷ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένῳ. καὶ ἀπὸ τοῦ περὶ τὸν Α κύκλον περιγεγραμμένου πολυγώνου πυραμὶς ἀνεστάτω ἀναγεγραμμένη τὴν αὐτὴν κορυφὴν ἔχουσα τῷ κώνῳ. ἐπεὶ οὖν ὅμοιά ἐστι τὰ πολύγωνα τὰ περὶ τοὺς Α, Β κύκλους περιγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν αἱ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάμει πρὸς ἀλλήλας, τουτέστιν ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς Ε δύναμει, τουτέστι ἡ Γ πρὸς Δ μήκει. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ Γ πρὸς Δ μήκει, τοῦτον ἔχει τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον περὶ τὸν Α κύκλον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος τῆς περιγεγραμμένης περὶ τὸν κῶνον [ἡ μὲν γὰρ Γ ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου καθέτῳ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου, ἡ δὲ Δ τῇ πλευρᾷ τοῦ κώνου· κοινὸν δὲ ὕψος ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς τὰ ἡμίση τῶν ἐπιφανειῶν]· τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει

11. ἔχειν] εχει F; corr. BC* 15. τὸν Α] scripsi; το Α F, uulgo. 19. ὃν] ὧν F; corr. BC* τῶν κέντρων ed. Basil., Torellius; sed cfr. p. 62, 19. 28. ἡμίση] διπλάσια Hauber, Nizze.

Δ, et inter Γ, Δ lineas media proportionalis circulus autem B radium lineae E aequalem dico, circulum B aequalem esse superficiei ...eter basim.

... si aequalis non est, aut maior est aut minor. ...minor sit. sunt igitur duae magnitudines in...s, superficies coni et B circulus, quarum maior ...erficies coni. itaque fieri potest, ut circulo B ...num aequilaterum inscribatur et aliud circum...ur simile inscripto, ita ut polygonum circum...m ad inscriptum minorem rationem habeat, ...superficies coni ad B circulum [prop. 5]. fingatur igitur polygonum circum A circulum circumscriptum simile polygono circum B circumscripto. et in polygono circum A circulum circumscripto pyramis construatur eundem habens uerticem, quem habet conus. iam quoniam similia sunt polygona circum A, B



...s circumscripta, eandem habent rationem inter ...am radii circulorum quadrati [p. 66, 24], id est, habet $\Gamma^2 : E^2$, id est $\Gamma : \Delta$ [Eucl. VI, 20 πόρ. 2]. ...am rationem habet Γ ad Δ, eam habet polygonum ...scriptum circum A circulum ad superficiem pyra... circum conum circumscriptae.[1]) eandem igitur

---

[1]) Nam polygonum circumscriptum aequale est triangulo, ...basis est perimetro polygoni aequalis, altitudo autem Γ (p. 63 not. 1), et superficies pyramidis triangulo ean...asim habenti, altitudinem autem lineam Δ (prop. 8); tum ...l. VI, 1; Zeitschr. f. Math. u. Physik XXIV p. 179 nr. 7. ...itas uerborum proxime sequentium lin. 24—28 interpo...non Archimedi imputanda est.

τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν *Α* κύκλον πρὸς το εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν *Β* κύκλον καὶ αὐτὸ τὸ εὐθύγραμμον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος τῆς περιγεγραμμένης περὶ τὸν κῶνον. ὥστε ἴση ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος τῷ εὐθυγράμμῳ τῷ περὶ τὸν *Β* κύκλον περιγεγραμμένῳ. ἐπεὶ οὖν ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν *Β* κύκλον περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν *Β* κύκλον, ἐλάσσονα λόγον ἕξει ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος τῆς περὶ τὸν κῶνον περιγεγραμμένης πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ *Β* κύκλῳ ἐγγεγραμμένον, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν *Β* κύκλον· ὅπερ ἀδύνατον [ἡ μὲν γὰρ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος μείζων οὖσα δέδεικται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τῷ *Β* κύκλῳ ἔλασσόν ἐστι τοῦ *Β* κύκλου]. οὐκ ἄρα ὁ *Β* κύκλος ἐλάσσων ἔσται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου. — λέγω δή, ὅτι οὐδὲ μείζων. εἰ γὰρ δυνατόν ἐστιν, ἔστω μείζων. πάλιν δὴ νοείσθω εἰς τὸν *Β* κύκλον πολύγωνον ἐγγεγραμμένον καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει ὁ *Β* κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κώνου, καὶ εἰς τὸν *Α* κύκλον νοείσθω ἐγγεγραμμένον πολύγωνον ὅμοιον τῷ εἰς τὸν *Β* κύκλον ἐγγεγραμμένῳ· καὶ ἀναγεγράφθω ἀπ᾽ αὐτοῦ πυραμὶς τὴν αὐτὴν κορυφὴν ἔχουσα τῷ κώνῳ. ἐπεὶ οὖν ὅμοιά ἐστι τὰ ἐν τοῖς *Α*, *Β* κύκλοις ἐγγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμει πρὸς ἀλλήλας. τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον,

2. αὐτὸ τό] τὸ αὐτό? cfr. tamen p. 74, 11; „eadem" Cr. 6. περιγεγραμμενοι F. ελασσο F; corr. BC*; fortasse ἐλάσσω

tionem habet figura rectilinea circum *A* circulum circumscripta ad figuram circum *B* circumscriptam, quam ec ipsa figura[1]) ad superficiem pyramidis circum conum rcumscriptae. quare superficies pyramidis aequalis est urae rectilineae circum *B* circulum circumscriptae ucl. V, 9]. iam quoniam minorem rationem habet ura rectilinea circum *B* circulum circumscripta ad uram inscriptam, quam superficies coni ad *B* cirulum, minorem rationem habebit superficies pyramis circum conum circumscriptae ad figuram rectilineam rculo *B* inscriptam, quam superficies coni ad *B* cirulum. quod fieri non potest.[2]) itaque fieri non pott, ut *B* circulus minor sit superficie coni — dico itur, eum ne maiorem quidem esse. sit enim, si eri potest, maior. rursus igitur fingatur circulo *B* polygonum inscriptum et aliud circumscriptum, ita ut polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam *B* circulus ad superficiem coni [prop. 5], et circulo *A* fingatur polygonum inscriptum simile polygono circulo *B* inscripto. et in eo pyramis construatur eundem uerticem habens, quem habet conus. iam quoniam polygona circulis *A*, *E* inscripta similia sunt, eandem habebunt rationem inter se, quam radii quadrati [Eucl. XII, 1]. polygona igitur inter

1) H. e. figura rectilinea circum *A* circulum circumscripta.
2) Nam superficies pyramidis maior est superficie coni (prop. 12 p. 58, 14), sed polygonum inscriptum minus circulo *B*.

cum A. 11. ενγεγραμμενον F. 16. ἐστι] εσται per compendium F; corr. Torellius. 17. ἔσται] per comp. F. 18. δή] scripsi; δε F, uulgo. 21. ἔχειν] εχει F; corr. B. 23. τόν] το F. 26. κονω F. 28. τῶν] τ suprascripto ω F.

καὶ ἡ Γ πρὸς τὴν Δ μήκει. ἡ δὲ Γ πρὸς τὴν Δ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος τῆς ἐγγεγραμμένης εἰς τὸν κῶνον [ἡ γὰρ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Α κύκλου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀγομένη κάθετος ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου κάθετον ἀγομένην ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου]· μείζονα ἄρα λόγον ἔχει τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένον πρὸς τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ Β ἐγγεγραμμένον, ἢ αὐτὸ τὸ πολύγωνον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος. μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος τοῦ ἐν τῷ Β πολυγώνου ἐγγεγραμμένου. ἐλάσσονα δὲ λόγον ἔχει τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἢ ὁ Β κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κώνου. πολλῷ ἄρα τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος τῆς ἐν τῷ κώνῳ ἐγγεγραμμένης ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ Β κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κώνου· ὅπερ ἀδύνατον [τὸ μὲν γὰρ περιγεγραμμένον πολύγωνον μεῖζόν ἐστιν τοῦ Β κύκλου, ἡ δὲ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος τῆς ἐν τῷ κώνῳ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου]. οὐκ ἄρα οὐδὲ μείζων ἐστὶν ὁ κύκλος τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων. ἴσος ἄρα.

---

7. πρὸς τὴν ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου] om. F; corr. ed. Basil.* 11. αὐτὸ τό] τὸ αὐτό? cfr. p. 72, 2. 19. κονω F. 25. ὁ κύκλος] ὁ κύκλος Β Torellius.

se eandem habent rationem, quam $\Gamma : \Delta$ [Eucl. VI, 20 πόρ. 2]. sed $\Gamma : \Delta$ maiorem rationem habet, quam polygonum circulo *A* inscriptum ad superficiem pyramidis cono inscriptae [u. Eutocius]. maiorem igitur rationem habet polygonum circulo *A* inscriptum ad polygonum circulo *B* inscriptum, quam hoc ipsum polygonum[1]) ad superficiem pyramidis. maior igitur est superficies pyramidis polygono circulo *B* inscripto. minorem autem rationem habet polygonum circum *B* circulum circumscriptum ad polygonum inscriptum, quam *B* circulus ad superficiem coni. multo igitur minorem rationem habet polygonum circum *B* circulum circumscriptum ad superficiem pyramidis cono inscriptae, quam *B* circulus ad superficiem coni. quod fieri non potest.[2]) itaque ne hoc quidem fieri potest, ut maior sit circulus [*B*] superficie coni. demonstratum autem est, eum ne minorem quidem esse. aequalis igitur est.

---

1) H. e. circulo *A* inscriptum.

2) Nam polygonum circumscriptum maius est circulo *B*, sed superficies pyramidis inscriptae minor superficie coni (prop. 12 p. 58, 5). sed quibus hoc ipsum continetur uerbis lin. 21—24 in suspicionem uocantur uerbis p. 64, 26 sq. damnatis (p. 67 not. 2); cfr. 69 not. 2.

ιε'.

Παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν βάσιν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ πλευρὰ τοῦ κώνου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως τοῦ κώνου.

ἔστω κῶνος ἰσοσκελής, οὗ βάσις ὁ *Α* κύκλος. ἔστω δὲ τῇ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ *Α* ἴση ἡ *Β*, τῇ δὲ πλευρᾷ τοῦ κώνου ἡ *Γ*. δεικτέον, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν *Α* κύκλον, καὶ ἡ *Γ* πρὸς τὴν *Β*.

εἰλήφθω γὰρ τῶν *Β*, *Γ* μέση ἀνάλογον ἡ *Ε*, καὶ ἐκκείσθω κύκλος ὁ *Δ* ἴσην ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ *Ε*. ὁ *Δ* ἄρα κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου [τοῦτο γὰρ ἐδείχθη ἐν τῷ πρὸ τούτου]· ἐδείχθη δὲ ὁ *Δ* κύκλος πρὸς τὸν *Α* κύκλον λόγον ἔχων τὸν αὐτὸν τῷ τῆς *Γ* πρὸς *Β* μήκει [ἑκάτερος γὰρ ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς *Ε* πρὸς *Β* δυνάμει διὰ τὸ τοὺς κύκλους πρὸς ἀλλήλους εἶναι, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα πρὸς ἄλληλα, ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων· εἰ γὰρ αἱ διάμετροι, καὶ τὰ ἡμίση, τουτέστιν αἱ ἐκ τῶν κέντρων. ταῖς δὲ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσὶν αἱ *Β*, *Ε*]. δῆλον οὖν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν *Α* κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ *Γ* πρὸς *Β* μήκει.

ιϛ'.

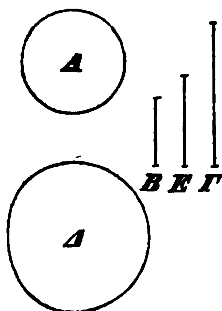
Ἐὰν κῶνος ἰσοσκελὴς ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου

1. ιϛ' F. 24. ιζ' F. 26. ἐπιφανείᾳ] τη επιφανεια F; corr. ed. Basil.; τη om. Pseudopappus. 27. ἐστὶν idem.

XV.

Superficies cuiusuis coni aequicrurii ad basim eandem rationem habet, quam latus coni ad radium basis coni.

sit conus aequicrurius, cuius basis circulus *A*. sit autem *B* linea aequalis radio circuli *A*, *Γ* autem aequalis lateri coni. demonstrandum, superficiem coni ad *A* circulum eandem rationem habere, quam *Γ* linea ad *B* lineam.



sumatur enim media proportionalis inter *B*, *Γ* lineas linea *E*, et ponatur circulus *Δ* radium lineae *E* aequalem habens. itaque circulus *Δ* aequalis est superficiei coni [prop. 14]. demonstratum autem est, *Δ* circulum ad *A* circulum eam rationem habere, quam *Γ* linea ad *B* lineam [prop. 14 p. 59, 20 sq.].[1]) adparet igitur, superficiem coni ad *A* circulum eandem rationem habere, quam *Γ* linea ad lineam *B*.

XVI.

Si conus aequicrurius secatur plano basi parallelo, superficiei coni inter plana parallela positae aequalis est circulus, cuius radius media proportionalis[2]) est

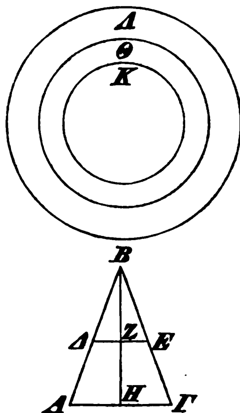
---

1) Nam $\Delta : A = E^2 : B^2$ (Eucl. XII, 2) et $B : \Gamma = B^2 : E^2$ (Eucl. VI, 20 πόρ. 2).

2) Archimedes p. 78, 1 scripserat: μέση ἀνάλογόν ἐστι; cfr. p. 61 not. 2.

μέσον λόγον ἔχει τῆς τε πλευρᾶς τοῦ κώνου τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων καὶ τῆς ἴσης ἀμφοτέραις ταῖς ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων τῶν ἐν τοῖς παραλλήλοις ἐπιπέδοις.

ἔστω κῶνος, οὗ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον ἴσον τῷ *ΑΒΓ*, καὶ τετμήσθω παραλλήλῳ ἐπιπέδῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν *ΔΕ*· ἄξων δὲ τοῦ κώνου ἔστω ἡ *ΒΗ*. κύκλος δέ τις ἐκκείσθω, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέση ἀνάλογόν ἐστι τῆς τε *ΑΔ* καὶ συναμφοτέρου τῆς *ΔΖ*, *ΗΑ*. ἔστω δὲ κύκλος ὁ *Θ*. λέγω, ὅτι ὁ *Θ* κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν *ΔΕ*, *ΑΓ*.



ἐκκείσθωσαν γὰρ κύκλοι οἱ *Λ*, *Κ*, καὶ τοῦ μὲν *Κ* κύκλου ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ ὑπὸ τῶν *ΒΔΖ*, τοῦ δὲ *Λ* ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ ὑπὸ *ΒΑΗ*. ὁ μὲν ἄρα *Λ* κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ *ΑΒΓ* κώνου, ὁ δὲ *Κ* κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ *ΔΕΒ*. καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν *ΒΑ*, *ΑΗ* ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν *ΒΔ*, *ΔΖ* καὶ τῷ ὑπὸ τῆς *ΑΔ* καὶ συναμφοτέρου τῆς *ΔΖ*, *ΑΗ* διὰ τὸ παράλληλον εἶναι τὴν *ΔΖ* τῇ *ΑΗ*, ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ *ΑΒ*, *ΑΗ* δύναται ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ *Λ* κύκλου, τὸ δὲ ὑπὸ *ΒΔ*, *ΔΖ* δύναται ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ *Κ* κύκλου, τὸ δὲ ὑπὸ τῆς *ΔΑ* καὶ συναμφοτέρου τῆς *ΔΖ*, *ΑΗ* δύναται ἡ

---

1. τε om. idem. 7. τοῦ] των, ut uidetur, F. 8. ἡ] (prius)

ter latus coni, quod inter plana parallela positum est, et lineam aequalem utrique simul radio circulorum in planis parallelis positorum.[1])

sit conus eiusmodi, ut triangulus per axem eius positus aequalis sit triangulo $AB\Gamma$, et secetur plano basi parallelo, et efficiat [planum secans] sectionem ΔE, axis autem coni sit BH linea. ponatur autem circulus, cuius radius media sit proportionalis inter lineas $A\Delta$ et $\Delta Z + HA$, et sit circulus Θ. dico, circulum Θ aequalem esse superficiei coni inter lineas ΔE, $A\Gamma$ positae.

ponantur enim circuli A, K, et radius circuli K quadratus aequalis sit $B\Delta \times \Delta Z$, radius autem circuli A quadratus aequalis $BA \times AH$. itaque circulus A aequalis est superficiei coni $AB\Gamma$, K autem circulus aequalis superficiei coni ΔEB [prop. 14]. et quoniam

$$BA \times AH = B\Delta \times \Delta Z + A\Delta \times (\Delta Z + AH)$$

[Eutocius], quia ΔZ linea parallela est lineae AH, et radius circuli A quadratus $= BA \times AH$, radius autem circuli K quadratus $= B\Delta \times \Delta Z$, radius autem circuli Θ quadratus $= A\Delta \times (\Delta Z + AH)$ [ex hypo-

1) Citat Pappus I p. 366, 21 sq.; sed totum hunc locum interpolatori tribuo; cfr. p. 69 not. 4. etiam uerba apud Pappum I p. 370, 12: διὰ τὸ αὐτὸ Ἀρχιμήδους ιζ' θεώρημα tum delenda sunt, etiam propter uitiosum numerum (cfr. Quaest. Arch. p. 154 not.).

...didi; om. F, uulgo. 13. εκκειεσθωσ cum comp. ιν uel ην F. ... τῶν $B\Delta Z$] scripsi; το $B\Delta Z$ F, uulgo*; βδζ ed. Basil., $B\Delta$, ΔZ Torellius. 16. BA, AH Torellius.

ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Θ, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Λ κύκλου ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν κέντρων τῶν Κ, Θ κύκλων. ὥστε καὶ ὁ Λ κύκλος ἴσος ἐστὶ τοῖς Κ, Θ κύκλοις. ἀλλ' ὁ μὲν Λ ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΒΑΓ κώνου, ὁ δὲ Κ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΒΕ κώνου. λοιπὴ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου ἡ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν ΔΕ, ΑΓ ἴση ἐστὶ τῷ Θ κύκλῳ.

[ΛΗΜΜΑ.]

[Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΒΑΗ, καὶ διάμετρος αὐτοῦ ἔστω ἡ ΒΗ. τετμήσθω ἡ ΒΑ πλευρά, ὡς ἔτυχεν, κατὰ τὸ Δ, καὶ διὰ τοῦ Δ ἤχθω παράλληλος τῇ ΑΗ ἡ ΔΘ, διὰ δὲ τοῦ Ζ τῇ ΒΑ ἡ ΚΛ. λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ ΒΑΗ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ ΒΔΖ καὶ τῷ ὑπὸ ΔΑ καὶ συναμφοτέρου τῆς ΔΖ, ΑΗ. ἐπεὶ γὰρ τὸ μὲν ὑπὸ ΒΑΗ ὅλον ἐστὶ τὸ ΒΗ, τὸ δὲ ὑπὸ ΒΔΖ τὸ ΒΖ, τὸ δὲ ὑπὸ ΔΑ καὶ συναμφοτέρου τῆς ΔΖ, ΑΗ ὁ ΜΝΞ γνώμων (τὸ μὲν γὰρ ὑπὸ ΔΑΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ΚΗ διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ΚΘ παραπλήρωμα τῷ ΔΛ παραπληρώματι, τὸ δὲ ὑπὸ ΔΑ, ΔΖ τῷ ΔΛ), ὅλον ἄρα τὸ ΒΗ, ὅπερ ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΒΑΗ, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ ΒΔΖ καὶ τῷ ΜΝΞ γνώμονι, ὅς ἐστιν ἴσος τῷ ὑπὸ ΔΑ καὶ συναμφοτέρου τῆς ΑΗ, ΔΖ.]

ΛΗΜΜΑΤΑ.

α΄. Οἱ κῶνοι οἱ ἴσον ὕψος ἔχοντες τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς βάσεσιν· καὶ οἱ ἴσας ἔχοντες βάσεις τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον τοῖς ὕψεσιν.

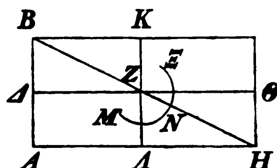
---

10. *ΛΗΜΜΑ* om. F; add. Torellius. 15. *ΒΑ*, *ΑΗ* idem. *ΒΔ*, *ΔΖ* idem. 16. *ΑΗ*] *ΑΛ* F; corr. man. 2, ed. Basil.

thesi], erit radius circuli Λ quadratus aequalis radiis circulorum K, Θ quadratis. quare etiam

$$\Lambda = K + \Theta.$$ [1]

sed circulus Λ aequalis est superficiei coni $BA\Gamma$, K autem circulus aequalis superficiei coni ΔBE. itaque quae relinquitur [Eucl. I *κοιν. ἐνν.* 3] superficies coni inter plana parallela ΔE, $A\Gamma$ posita, aequalis est circulo Θ.[2]



LEMMATA.

1. Coni eandem altitudinem habentes eandem rationem habent, quam bases.[3] et coni aequales bases habentes eandem rationem habent, quam altitudines.[4]

---

1) Nam circuli inter se eam habent rationem, quam radii quadrati (Eucl. XII, 2); tum cfr. Quaest. Archim. p. 48.

2) Quod hic sequitur lemma subditiuum a Torellio ante prop. 16 transpositum est (Quaest. Arch. p. 72); hoc loco habet F.

3) Eucl. XII, 11: οἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις.

4) Eucl. XII, 14: οἱ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη.

---

17. BA, AH Torellius. $B\Delta$, ΔZ idem. 19. ΔA, AH idem. 20. τὸ $K\Theta$] τω $K\Theta$ F. 22. BA, AH Torellius. 23. $B\Delta$, ΔZ idem. γνωμωνι F; corr. Torellius. 25. λήμματα om. F; hoc et numeros add. Torellius. 26. οἱ ἴσον] οἱ om. F.

β'. Ἐὰν κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παρὰ τὴν βάσιν, ἔστιν, ὡς ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κύλινδρον, ὁ ἄξων πρὸς τὸν ἄξονα.

γ'. Τοῖς δὲ κυλίνδροις ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν οἱ κῶνοι οἱ ἔχοντες τὰς αὐτὰς βάσεις τοῖς κυλίνδροις.

δ'. Καὶ τῶν ἴσων κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· καὶ ὧν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσίν.

ε'. Καὶ οἱ κῶνοι, ὧν αἱ διάμετροι τῶν βάσεων τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι τοῖς ἄξοσιν [τουτέστι τοῖς ὕψεσι], πρὸς ἀλλήλους ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶν τῶν ἐν ταῖς βάσεσι διαμέτρων.

ταῦτα δὲ πάντα ὑπὸ τῶν πρότερον ἀπεδείχθη.

ιζ'.

Ἐὰν ὦσιν δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς, ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου κώνου ἐπιφάνεια ἴση ᾖ τῇ τοῦ ἑτέρου βάσει, ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου κάθετος ἀγομένη τῷ ὕψει ἴση ᾖ, ἴσοι ἔσονται οἱ κῶνοι.

---

5. κονοι F. 10. αξονσιν F. 11. ἀλλήλους per comp. F. 14. ιη' F.

2. Si cylindrus plano basi parallelo secatur, erit, ut cylindrus ad cylindrum, ita axis ad axem.[1])

3. Eandem autem rationem, quam cylindri, habent oni easdem bases habentes, quas cylindri habent [et ltitudinem aequalem].[2])

4. Et bases conorum aequalium in contraria proortione altitudinum sunt. et quorum bases in conaria proportione altitudinum sunt, aequales sunt coni.[3])

5. Et coni, quorum basium diametri eandem raionem habent, quam axes[4]), in tripla ratione diaetrorum basium sunt.[5])

Haec autem omnia a prioribus demonstrata sunt.

XVII.

Si dati sunt duo coni aequicrurii, alterius autem coni superficies aequalis est basi alterius, linea autem a centro basis [prioris coni][6]) ad latus coni perpendiculāris ducta aequalis est altitudini [alterius coni], coni aequales erunt.

---

1) Eucl. XII, 13: *ἐὰν κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ ὄντι τοῖς ἀπεναντίον ἐπιπέδοις, ἔσται, ὡς ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κύλινδρον, οὕτως ὁ ἄξων πρὸς τὸν ἄξονα.*

2) Post *τοῖς κυλίνδροις* Archimedes uix omiserat: *καὶ ὕψος ἴσον*, quae uerba addi uolunt Peyrardus, Hauberus, Nizzius. propositio ipsa apud Euclidem non legitur; sequitur autem ex XII, 10.

3) Eucl. XII, 15: *τῶν ἴσων κώνων καὶ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι· καὶ ὧν κώνων καὶ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσὶν ἐκεῖνοι.*

4) Uerba *τουτέστι τοῖς ὕψεσι* transscriptori tribuenda esse uidentur.

5) Eucl. XII, 12: *οἱ ὅμοιοι* (h. e. quorum axes et diametri basium proportionales sunt; XI def. 24) *κῶνοι καὶ κύλινδροι πρὸς ἀλλήλους ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἐν ταῖς βάσεσι διαμέτρων.*

6) Ueri simile. est, Archimedem hos duos conos diligentius

ἔστωσαν δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ· καὶ τοῦ ΑΒΓ ἡ μὲν βάσις ἴση ἔστω τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΖ, τὸ δὲ ὕψος τὸ ΑΗ ἴσον ἔστω τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως τοῦ Θ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ κώνου, οἷον ἐπὶ τὴν ΔΕ, καθέτῳ ἠγμένῃ τῇ ΚΘ. λέγω, ὅτι ἴσοι εἰσὶν οἱ κῶνοι.

ἐπεὶ γάρ ἴση ἐστὶν ἡ βάσις τοῦ ΑΒΓ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΖ [τὰ δὲ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον], ὡς ἄρα ἡ τοῦ ΒΑΓ βάσις πρὸς τὴν τοῦ ΔΕΖ βάσιν, οὕτως ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΔΕΖ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΔΕΖ. ἀλλ' ὡς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν ἰδίαν βάσιν, οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς τὴν ΘΚ [ἐδείχθη γὰρ τοῦτο, ὅτι παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν βάσιν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἡ πλευρὰ τοῦ κώνου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως, τουτέστι ἡ ΔΕ πρὸς ΕΘ. ὡς δὲ ἡ ΕΔ πρὸς ΘΔ, οὕτως ἡ ΕΘ πρὸς ΘΚ. ἰσογώνια γάρ ἐστι τὰ τρίγωνα. ἴση δέ ἐστιν ἡ ΘΚ τῇ ΑΗ]. ὡς ἄρα ἡ βάσις τοῦ ΒΑΓ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΔΕΖ, οὕτως τὸ ὕψος τοῦ ΔΕΖ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ ΑΒΓ. τῶν ΑΒΓ, ΔΕΖ ἄρα ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΒΑΓ τῷ ΔΕΖ κώνῳ.

ιη'.

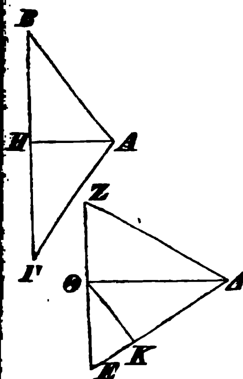
Παντὶ ῥόμβῳ ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκειμένῳ ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἑτέρου κώνου τῶν περιεχόντων τὸν ῥόμβον, ὕψος δὲ

---

5. *καθετον* F; corr. ed. Basil.* 10. *οὕτως* per comp. F; item lin. 12. 12. *ΔΘ*] *ΕΘ* F; corr. man. 2, B. *ΘΚ*] E supra scriptum man. 2 F. 15. *η ΔΕ τουτεστι* F; corr. ed. Basil.* 16. *ΕΘ*] *ΔΘ* F; E supra scriptum man. 2; corr. Torellius. *ΘΔ*] *ΘΕ* F man. 2, Torellius. *οὕτως*] per comp. F, ut lin. 19. *ΕΘ*] *ΔΘ* F man. 2, B, ed. Basil., Torellius. 23. *ιθ'* F. 24. *κονων* F.

sint duo coni aequicrurii $ABΓ$, $ΔEZ$; et basis coni $ABΓ$ aequalis sit superficiei coni $ΔEZ$, altitudo autem AH aequalis lineae $KΘ$ a centro basis $Θ$ ad latus coni, uelut $ΔE$, perpendiculari ductae. dico, conos esse aequales.

nam quoniam basis coni $ABΓ$ aequalis est superficiei coni $ΔEZ$, erit, ut basis coni $BAΓ$ ad basim coni $ΔEZ$, ita superficies coni $ΔEZ$ ad basim coni $ΔEZ$ [Eucl. V, 7]. sed ut superficies ad basim eiusdem coni, ita $ΔΘ$ ad $ΘK$.[1]) itaque ut basis coni $BAΓ$ ad basim coni $ΔEZ$, ita altitudo coni $ΔEZ$ ad altitudinem coni $ABΓ$.[2]) sunt igitur bases conorum $ABΓ$, $ΔEZ$ in contraria proportione altitudinum. aequalis igitur est conus $BAΓ$ cono $ΔEZ$ (λημμ. 4 p. 82).



XVIII.

Cuiuis rhombo[3]) ex conis aequicruriis composito aequalis est conus basim habens superficiei alterius coni eorum, qui rhombum comprehendunt, aequalem,

distinxisse; ea saltem uerba, quae in interpretatione addidi, uix omiserat; τοῦ ἑτέρου κώνου p. 82, lin. 18 addidit prop. 18. cfr. prop. 20; Quaest. Arch. p. 73.

1) Nam superficies coni $ΔEZ$: basis coni $ΔEZ = ΔE : EΘ$ (prop. 15); sed $ΔE : EΘ = ΘΔ : ΘK$ (Eucl. VI, 4), quia $ΔEΘ \sim ΘKΔ$.

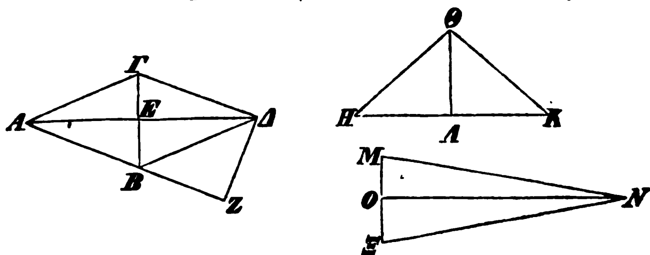
2) Nam $ΘK = HA$ ex hypothesi.

3) Sc. solido (defin. 6 p. 8).

ἴσον τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἑτέρου κώνου καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ ἑτέρου κώνου.

ἔστω ῥόμβος ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκείμενος ὁ *ΑΒΓΔ*, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν *ΒΓ* κύκλος, ὕψος δὲ τὸ *ΑΔ*. ἐκκείσθω δέ τις ἕτερος ὁ *ΗΘΚ* τὴν μὲν βάσιν ἔχων τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ *ΑΒΓ* κώνου ἴσην, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ *Δ* σημείου καθέτῳ ἐπὶ τὴν *ΑΒ* ἢ τὴν ἐπ' εὐθείας αὐτῇ ἠγμένῃ. ἔστω δὲ ἡ *ΔΖ*, τὸ δὲ ὕψος τοῦ *ΘΗΚ* κώνου ἔστω τὸ *ΘΛ*· ἴσον δή ἐστιν τὸ *ΘΛ* τῇ *ΔΖ*. λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ κῶνος τῷ ῥόμβῳ.

ἐκκείσθω γὰρ ἕτερος κῶνος ὁ *ΜΝΞ* τὴν μὲν βάσιν ἔχων ἴσην τῇ βάσει τοῦ *ΑΒΓ* κώνου, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ *ΑΔ*. καὶ ἔστω τὸ ὕψος αὐτοῦ τὸ *ΝΟ*. ἐπεὶ οὖν ἡ *ΝΟ* τῇ *ΑΔ* ἴση ἐστίν, ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ *ΝΟ* πρὸς *ΔΕ*, οὕτως ἡ *ΑΔ* πρὸς *ΔΕ*. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ *ΑΔ* πρὸς *ΔΕ*, οὕτως ὁ *ΑΒΓΔ* ῥόμβος πρὸς τὸν *ΒΓΔ* κῶνον· ὡς δὲ ἡ *ΝΟ* πρὸς τὴν *ΔΕ*, οὕτως ὁ *ΜΝΞ* κῶνος πρὸς τὸν *ΒΓΔ* κῶνον [διὰ τὸ τὰς βάσεις αὐτῶν εἶναι ἴσας]. ὡς ἄρα ὁ *ΜΝΞ* κῶνος πρὸς τὸν



ΒΓΔ κῶνον, οὕτως ὁ *ΑΒΓΔ* ῥόμβος πρὸς τὸν *ΒΓΔ* κῶνον. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ *ΜΝΞ* τῷ *ΑΒΓΔ* ῥόμβῳ.

8. ηγμενην, ut uidetur, F; corr. Torellius. 13. εχον F.

altitudinem autem aequalem lineae, quae a uertice alterius coni ad latus prioris coni[1]) perpendicularis ducitur.

sit rhombus ex conis aequicruriis compositus $AB\Gamma\Delta$, cuius basis sit circulus circum $B\Gamma$ diametrum descriptus, altitudo autem $A\Delta$. ponatur autem alius conus $H\Theta K$ basim habens superficiei coni $AB\Gamma$ aequalem, altitudinem autem aequalem lineae a Δ puncto ad AB lineam uel eandem productam perpendiculari. sit autem ΔZ linea, altitudo autem coni ΘHK sit $\Theta\Lambda$ linea. itaque $\Theta\Lambda = \Delta Z$. dico, conum $[H\Theta K]$ aequalem esse rhombo.

ponatur enim alius conus $MN\Xi$ basim habens basi coni $AB\Gamma$ aequalem, altitudinem autem aequalem $A\Delta$ lineae. et sit altitudo eius NO linea. iam quoniam $NO = A\Delta$, erit [Eucl. V, 7]

$$NO : \Delta E = A\Delta : \Delta E.$$

sed

$$A\Delta : \Delta E = AB\Gamma\Delta : B\Gamma\Delta^{2}),$$

et

$$NO : \Delta E = MN\Xi : B\Gamma\Delta \; [\lambda\eta\mu\mu.\ 1\ \text{p.}\ 80].^{3})$$

itaque

$$MN\Xi : B\Gamma\Delta = AB\Gamma\Delta : B\Gamma\Delta.$$

quare

$$MN\Xi = AB\Gamma\Delta \; [\text{Eucl. V, 9}].$$

1) Cfr. p. 83 not. 6.

2) Nam $AB\Gamma : B\Gamma\Delta = AE : E\Delta$ ($\lambda\eta\mu\mu.$ 1 p. 80); quare componendo (Eucl. V, 18): $AB\Gamma + B\Gamma\Delta : B\Gamma\Delta = A\Delta : E\Delta$.

3) Sequentia uerba lin. 19—20 transscriptori tribuo; neque enim intellegitur, cur Archimedes, si ad lemma 1 lectorem reuocare uoluit, lin. 18, ubi magis opus erat, praetermiserit.

$AB\Gamma$] Γ om. F; add. eadem manus(?). 16. οὕτως F, ut lin. 17 et 18. 22. $AB\Gamma\Delta$] Δ om. F; add. man. 2.

καὶ ἐπεὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΗΘΚ, ὡς ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ πρὸς τὴν ἰδίαν βάσιν, οὕτως ἡ βάσις τοῦ ΗΘΚ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΜΝΞ [ἡ γὰρ βάσις τοῦ ΑΒΓ ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΜΝΞ]. ὡς δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ πρὸς τὴν ἰδίαν βάσιν, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΕ, τουτέστι ἡ ΑΔ πρὸς ΔΖ [ὅμοια γὰρ τὰ τρίγωνα]. ὡς ἄρα ἡ βάσις τοῦ ΗΘΚ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΝΜΞ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς ΔΖ. ἴση δὲ ἡ μὲν ΑΔ τῇ ΝΟ [ὑπέκειτο γάρ], ἡ δὲ ΔΖ τῇ ΘΛ. ὡς ἄρα ἡ βάσις τοῦ ΗΘΚ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΜΝΞ, οὕτως τὸ ΝΟ ὕψος πρὸς τὸ ΘΛ. τῶν ΗΘΚ, ΜΝΞ ἄρα κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. ἴσοι ἄρα εἰσὶν οἱ κῶνοι. ἐδείχθη δὲ ὁ ΜΝΞ ἴσος τῷ ΑΒΓΔ ῥόμβῳ. καὶ ὁ ΗΘΚ ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΑΒΓΔ ῥόμβῳ.

ιθ´.

Ἐὰν κῶνος ἰσοσκελὴς ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει, ἀπὸ δὲ τοῦ γενομένου κύκλου κῶνος ἀναγραφῇ κορυφὴν ἔχων τὸ κέντρον τῆς βάσεως, ὁ δὲ γενόμενος ῥόμβος ἀφαιρεθῇ ἀπὸ τοῦ ὅλου κώνου, τῷ περιλείμματι ἴσος ἔσται κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ κώνου καθέτῳ ἠγμένῃ.

ἔστω κῶνος ἰσοσκελὴς ὁ ΑΒΓ, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν ΔΕ. κέντρον δὲ τῆς βάσεως ἔστω τὸ Ζ· καὶ ἀπὸ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΔΕ κύκλου κῶνος ἀναγεγράφθω κορυ-

---

8. *ΝΜΞ*] sic FBC*; *ΜΝΞ* ed. Basil., Torellius. 10. *ΘΛ*]

quoniam superficies coni $AB\Gamma$ aequalis est basi ...i $H\Theta K$, erit, ut superficies coni $AB\Gamma$ ad basim ...dem coni, ita basis coni $H\Theta K$ ad basim coni $N\Xi$[1]) sed ut superficies coni $AB\Gamma$ ad basim eiusdem ...i, ita AB ad BE [prop. 15], h. e. $A\Delta$ ad ΔZ.[2]) ...ue ut basis coni $H\Theta K$ ad basim coni $NM\Xi$, ita $A\Delta$ ...ΔZ. sed $A\Delta = NO$ [ex hypothesi], et $\Delta Z = \Theta\Lambda$ ...hypothesi]. itaque ut basis coni $H\Theta K$ ad basim ...i $MN\Xi$, ita erit NO altitudo ad $\Theta\Lambda$. conorum igitur ...K, $MN\Xi$ bases in contraria sunt proportione alti...inum. quare coni aequales sunt [λημμ. 4 p. 82]. ... demonstratum est, conum $MN\Xi$ aequalem esse ...mbo $AB\Gamma\Delta$. itaque etiam $H\Theta K$ conus aequalis ... rhombo $AB\Gamma\Delta$.

XIX.

Si conus aequicrurius plano basi parallelo secatur, ... in circulo inde orto conus construitur uerticem ...bens centrum basis, et rhombus inde ortus a toto ...no subtrahitur, frusto relicto aequalis erit conus ...im habens aequalem superficiei coni inter plana ...rallela positae, altitudinem autem aequalem lineae ...centro basis a latus coni perpendiculari.

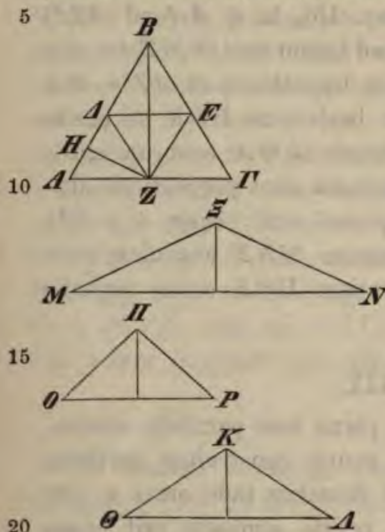
sit conus aequicrurius $AB\Gamma$, et secetur plano basi ...rallelo, quod efficiat sectionem ΔE. centrum autem ...asis sit Z. et in circulo circum diametrum ΔE de-

1) Nam basis coni $MN\Xi$ aequalis est basi coni $AB\Gamma$ (ex ...ypothesi). uerba lin. 4—5 Archimedis uix sunt.

2) Nam $ABE \sim A\Delta Z$; tum u. Eucl. VI, 4.

10 Torellius. ὡς] ὥστε F; corr. B. 12. τῶν] τοῦ F. 16. κ' F. 21. περιλήματι F.

φὴν ἔχων τὸ Ζ. ἔσται δὴ ῥόμβος ὁ ΒΔΖΕ ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκείμενος. ἐκκείσθω δή τις κῶνος ὁ ΚΘΛ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἔστω ἴση τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν ΔΕ, ΑΓ, τὸ δὲ ὕψος, ἀχθείσης ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου καθέτου ἐπὶ τὴν ΑΒ τῆς ΖΗ, ἔστω ἴσον τῇ ΖΗ. λέγω, ὅτι, ἐὰν ἀπὸ τοῦ ΑΒΓ κώνου νοηθῇ ἀφῃρημένος ὁ ΒΔΖΕ ῥόμβος, τῷ περιλείμματι ἴσος ἔσται ὁ ΘΚΛ κῶνος.



ἐκκείσθωσαν γὰρ δύο κῶνοι οἱ ΜΝΞ, ΟΠΡ, ὥστε τὴν μὲν τοῦ ΜΝΞ βάσιν ἴσην εἶναι τοῦ ΑΒΓ κώνου τῇ ἐπιφανείᾳ, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ΖΗ [διὰ δὴ τοῦτο ἴσος ἐστὶν ὁ ΜΝΞ κῶνος τῷ ΑΒΓ κώνῳ. ἐὰν γαρ ὦσι δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς, ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου κώνου ἐπιφάνεια ἴση ᾖ τῇ τοῦ ἑτέρου βάσει, ἔτι δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου ἀγομένη κάθετος τῷ ὕψει ἴση, ἴσοι ἔσονται οἱ κῶνοι], τὴν δὲ τοῦ ΟΠΡ κώνου βάσιν ἴσην εἶναι τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΒΕ κώνου, ὕψος δὲ τῇ ΖΗ [διὰ δὴ τοῦτο ἴσος ἐστὶν ὁ ΟΠΡ κῶνος τῷ ΒΔΖΕ ῥόμβῳ· τοῦτο γὰρ προαπεδείχθη]. ἐπεὶ δὲ ἡ τοῦ ΑΒΓ κώνου ἐπιφάνεια σύγκειται ἔκ τε τῆς τοῦ ΒΔΕ ἐπιφανείας

6. τῆς] τη FBC*. 10. περιλημματι F. 12. κονος F. 27. τοῦτο] τουτοις F; corr. B*.

scripto construatur conus uerticem habens Z punctum. erit igitur $B\Delta ZE$ rhombus ex conis aequicruriis compositus. ponatur igitur conus $K\Theta\Lambda$, cuius basis aequalis sit superficiei inter ΔE, $A\Gamma$ positae, altitudo autem lineae ZH a Z puncto ad AB lineam perpendiculari ductae. dico, si rhombus $B\Delta ZE$ a cono $AB\Gamma$ ablatus fingatur, conum $\Theta K\Lambda$ aequalem futurum esse frusto relicto.

ponantur enim duo coni $MN\Xi$, $O\Pi P$, ita ut basis coni $MN\Xi$ aequalis sit superficiei coni $AB\Gamma$, altitudo autem lineae ZH[1]), basis autem coni $O\Pi P$ aequalis superficiei coni ΔBE, altitudo autem lineae ZH.[2])

sed quoniam superficies coni $AB\Gamma$ composita est ex superficie coni $B\Delta E$ et superficie inter ΔE, $A\Gamma$ posita, superficies autem coni $AB\Gamma$ aequalis est basi

1) Quaest.. Arch. p. 75 dixi lin. 21—25 subditiuas mihi uideri esse, quippe quae nihil contineant nisi inutilem et ab Archimedis consuetudine abhorrentem repetitionem prop. 17; sed etiam lin. 19—21, quibus interpositis praue interrumpitur constructio, et membra ab ὥστε lin. 15 pendentia et per μέν lin. 15 — δέ lin. 25 coniuncta uiolenter disiunguntur, interpolatori tribuo.

2) Ex iis, quae not. 1 de uerbis similibus lin. 19—25 dixi, ueri simile fit, etiam uerba, quae hoc loco sequuntur lin. 26 διὰ δὴ — 28 προαποδείχθη, interpolatori deberi.

καὶ τῆς μεταξὺ τῶν ΔΕ, ΑΓ, ἀλλ' ἡ μὲν τοῦ ΑΒ κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΜΝΞ κών ἡ δὲ τοῦ ΔΒΕ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶν τῇ βάσει τ ΟΠΡ, ἡ δὲ μεταξὺ τῶν ΔΕ, ΑΓ ἴση ἐστὶ τῇ βά τοῦ ΘΚΛ, ἡ ἄρα τοῦ ΜΝΞ βάσις ἴση ἐστὶ ταῖς β σεσιν τῶν ΘΚΛ, ΟΠΡ. καί εἰσιν οἱ κῶνοι ὑπὸ αὐτὸ ὕψος. ἴσος ἄρα ἐστὶν καὶ ὁ ΜΝΞ κῶνος το ΘΚΛ, ΟΠΡ κώνοις. ἀλλ' ὁ μὲν ΜΝΞ κῶνος ἴσο ἐστὶ τῷ ΑΒΓ κώνῳ, ὁ δὲ ΠΟΡ τῷ ΒΔΕΖ ῥόμβῳ λοιπὸς ἄρα ὁ ΘΚΛ κῶνος τῷ περιλείμματι ἴσος ἐστίν.

κʹ.

Ἐὰν ῥόμβου ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκειμένου ὁ ἕτερος κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει, ἀπὸ δὲ τοῦ γενομένου κύκλου κῶνος ἀναγραφῇ κορυφὴν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ ἑτέρῳ κώνῳ, ἀπὸ δὲ τοῦ ὅλου ῥόμβου ὁ γενόμενος ῥόμβος ἀφαιρεθῇ, τῷ περιλείμματι ἴσος ἔσται ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἑτέρου κώνου ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ ἑτέρου κώνου καθέτῳ ἠγμένῃ.

ἔστω ῥόμβος ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκείμενος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ τμηθήτω ὁ ἕτερος κῶνος ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν ΕΖ, ἀπὸ δὲ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΕΖ κύκλου κῶνος ἀναγεγράφθω τὴν κορυφὴν ἔχων τὸ Δ σημεῖον. ἔσται δὴ γεγονὼς ῥόμβος ὁ ΕΒΔΖ, καὶ νοείσθω ἀφῃρημένος

---

7. κονος F. 9. ὁ] το FBC*. 10. περιλειμματι F. 11. καʹ F. 12. ισκελων F. 14. κύκλου κῶνος] κωνου κυκλος

ii $MN\Xi$, et superficies coni $\varDelta BE$ aequalis basi ii $O\Pi P$, et superficies inter $\varDelta E$, $A\Gamma$ posita aequalis ii coni $\Theta K\varLambda$ [ex hypothesi], basis igitur coni $MN\Xi$ qualis est basibus conorum $\Theta K\varLambda$, $O\Pi P$, et omnes ii illi eandem habent altitudinem; quare

$$MN\Xi = \Theta K\varLambda + O\Pi P.$$ [1])

l $MN\Xi = AB\Gamma$ [prop. 17], et $\Pi OP = B\varDelta EZ$ rop. 18]. [itaque $AB\Gamma = \Theta K\varLambda + B\varDelta EZ$, et ab- b rhombo $B\varDelta EZ$] erit igitur conus $\Theta K\varLambda$ aequa- i frusto relicto [Eucl. I κοιν. ἐνν. 3].

XX.

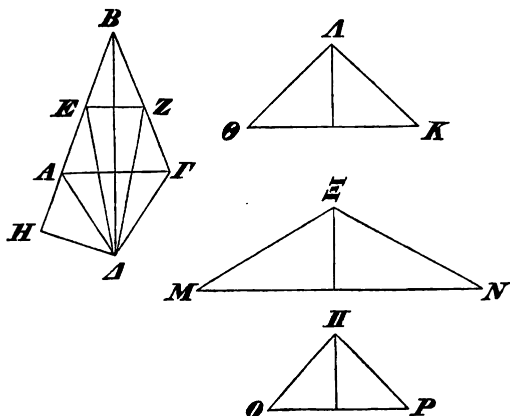
Si in rhombo ex conis aequicruriis composito alter nus plano basi parallelo secatur, et in circulo inde o conus construitur uerticem habens eundem, quem r conus [rhombi], et rhombus inde ortus a toto mbo aufertur, frusto relicto aequalis erit conus im habens aequalem superficiei coni inter plana allela positae, altitudinem autem lineae a uertice oris[2]) coni ad latus alterius coni perpendiculari tae.

sit rhombus ex conis aequicruriis compositus $AB\Gamma\varDelta$, secetur alter conus plano basi parallelo, quod effi- it sectionem EZ; et in circulo circum diametrum Z descripto construatur conus uerticem habens $\varDelta$ nctum. efficietur igitur rhombus $EB\varDelta Z$, et finga- r ablatus ab toto rhombo. ponatur autem conus

1) Ex lemm. 1; cfr. Quaest. Arch. p. 48.
2) H. e. eius, qui plano parallelo secatur; cfr. p. 83 not. 6.

; corr. ed. Basil. 16. ἀφαιρεθῇ] αφηνερεθη F expunctis tteris νε. 27. $EBZ\varDelta$ Torellius.

ἀπὸ τοῦ ὅλου ῥόμβου. ἐκκείσθω δέ τις κῶνος ὁ Θ τὴν μὲν βάσιν ἴσην ἔχων τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ ΑΓ, ΕΖ, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ Δ σημ



καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν ΒΑ ἢ τὴν ἐπ' εὐθείας α λέγω, ὅτι ὁ ΘΚΛ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ π λείμματι.

ἐκκείσθωσαν γὰρ δύο κῶνοι οἱ ΜΝΞ, ΟΠΡ· ἡ μὲν βάσις τοῦ ΜΝΞ κώνου ἴση ἔστω τῇ ἐπιφα τοῦ ΑΒΓ, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ΔΗ [διὰ δὴ τὰ δειχθέντα ἴσος ἐστὶν ὁ ΜΝΞ κῶνος τῷ ΑΒΓΔ ῥόμ τοῦ δὲ ΟΠΡ κώνου ἡ μὲν βάσις ἴση ἔστω τῇ ἐπιφα τοῦ ΕΒΖ κώνου, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ΔΗ [ὁμ δὴ ἴσος ἐστὶν ὁ ΟΠΡ κῶνος τῷ ΕΒΖΔ ῥόμβῳ]. δὲ ὁμοίως ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ κώνου σύγκειτι τε τῆς τοῦ ΕΒΖ καὶ τῆς μεταξὺ τῶν ΕΖ, ΑΓ, ἡ μὲν τοῦ ΑΒΓ κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ β τοῦ ΜΝΞ, ἡ δὲ τοῦ ΕΒΖ κώνου ἐπιφάνεια ἴση

---

5. περιληματι supra scripto μ F. 12. ομοιω F.

$\Theta K \Lambda$ basim habens superficiei inter $A\Gamma$, EZ positae aequalem, altitudinem autem lineae ab Δ puncto ad $B\Lambda$ uel eandem productam perpendiculari ductae. dico, conum $\Theta K \Lambda$ aequalem esse frusto relicto, quod commemorauimus.

ponantur enim duo coni $MN\Xi$, $O\Pi P$. et basis coni $MN\Xi$ aequalis sit superficiei coni $AB\Gamma$, altitudo autem lineae ΔH[1]; coni autem $O\Pi P$ basis aequalis sit superficiei coni EBZ, altitudo autem lineae ΔH.[2]) quoniam autem, ut supra [prop. 19 p. 90, 28], superficies coni $AB\Gamma$ composita est ex superficie coni EBZ et superficie inter EZ, $A\Gamma$ posita, et superficies coni $AB\Gamma$ aequalis est basi coni $MN\Xi$, et superficies coni EBZ aequalis basi coni $OP\Pi$, et superficies inter

1) Uerba sequentia lin. 9—10 subditiua esse puto; cfr. p. 91 not. 2.

2) Etiam uerba lin. 12—13, quae per uocabulum ὁμοίως uerba subditiua lin. 9—10 significant, necessario subditiua sunt, si illa iure damnauimus.

figura litteras A, H permutat F; pro O habet C; praeterea ut prop. 19 om. altitudines conorum.

τῇ βάσει τοῦ ΟΡΠ κώνου, ἡ δὲ μεταξὺ τῶν ΕΖ, Δ ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΘΚΛ, ἡ ἄρα βάσις τοῦ ΜΝ ἴση ἐστὶ ταῖς βάσεσιν τῶν ΟΠΡ, ΘΚΛ. καί εἰσιν κῶνοι ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος. καὶ ὁ ΜΝΞ ἄρα κῶν ἴσος ἐστὶ τοῖς ΘΚΛ, ΟΠΡ κώνοις. ἀλλ' ὁ μὲν ΜΝ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΑΒΓΔ ῥόμβῳ, ὁ δὲ ΟΠΡ κῶν τῷ ΕΒΔΖ ῥόμβῳ. λοιπὸς ἄρα ὁ κῶνος ὁ ΘΚΛ ἴσ ἐστὶ τῷ περιλείμματι τῷ λοιπῷ.

κα΄.

Ἐὰν εἰς κύκλον πολύγωνον ἐγγραφῇ ἀρτιόπλευρό τε καὶ ἰσόπλευρον, καὶ διαχθῶσιν εὐθεῖαι ἐπιζευγνύουσαι τὰς πλευρὰς τοῦ πολυγώνου, ὥστε αὐτὰς παραλλήλους εἶναι μιᾷ ὁποιᾳοῦν τῶν ὑπὸ δύο πλευρὰ τοῦ πολυγώνου ὑποτεινουσῶν, αἱ ἐπιζευγνύουσαι πᾶσα πρὸς τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον τοῦτον ἔχουσι τὸ λόγον, ὃν ἔχει ἡ ὑποτείνουσα τὰς μιᾷ ἐλάσσονας τῶ ἡμίσεων πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου.

ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ πολύγωνο ἐγγεγράφθω τὸ ΑΕΖΒΗΘΓΜΝΔΛΚ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ. δῆλον δή, ὅτ παράλληλοί εἰσιν τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνο ὑποτεινούσῃ. λέγω οὖν, ὅτι αἱ εἰρημέναι πᾶσαι πρὸ τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον τὴν ΑΓ τὸν αὐτὸν λόγο ἔχουσι τῷ τῆς ΓΕ πρὸς ΕΑ.

ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΖΚ, ΛΒ, ΗΔ, ΘΝ. παράλληλος ἄρα ἡ μὲν ΖΚ τῇ ΕΑ, ἡ δὲ ΒΛ τῇ ΖΚ καὶ ἔτι ἡ μὲν ΔΗ τῇ ΒΛ, ἡ δὲ ΘΝ τῇ ΔΗ, καὶ ἡ

7. ΕΒΖΔ Torellius. 8. περιλιμματι F. 19. Post F habet Λ, sed expunctum. 27. ΔΗ (alt.) in rasura F.

Z, $A\Gamma$ posita aequalis basi coni $\Theta K \varLambda$, basis igitur ni $MN\Xi$ aequalis est basibus conorum $O\Pi P$, $\Theta K \varLambda$. coni eandem altitudinem habent. itaque etiam conus

$$MN\Xi = \Theta K \varLambda + O\Pi P$$ [p. 93 not. 1].

d $MN\Xi = AB\Gamma\varDelta$ [prop. 18], et $O\Pi P = EB\varDelta Z$ rop. 18] [itaque $AB\Gamma\varDelta = \Theta K\varLambda + EB\varDelta Z$. auatur, qui communis est rhombus $EB\varDelta Z$]. erit itur, qui relinquitur, cónus $\Theta K\varLambda$ aequalis frusto reto [Eucl. I κοιν. ἐνν. 3].

XXI.

Si circulo polygonum inscribitur aequilaterum, cuius era paria sunt numero, et ducuntur lineae angulos[1]) ygoni coniungentes, ita ut parallelae sint cuiuis earum sub duo latera subtendentium polygoni, omnes ul lineae coniungentes ad diametrum circuli eam bent rationem, quam habet linea subtendens sub era polygoni uno pauciora, quam dimidius numerus rum est, ad latus polygoni.

sit circulus $AB\Gamma\varDelta$, et ei inscribatur polygonum $EZBH\Theta\Gamma MN\varDelta\varLambda K$, et ducantur lineae EK, $Z\varLambda$, $\varDelta$, HN, ΘM. adparet igitur, eas parallelas esse eae sub duo latera polygoni subtendenti.[2]) iam dico, nes simul lineas, quas commemorauimus, ad diaetrum circuli rationem habere, quam ΓE ad $E\varLambda$.

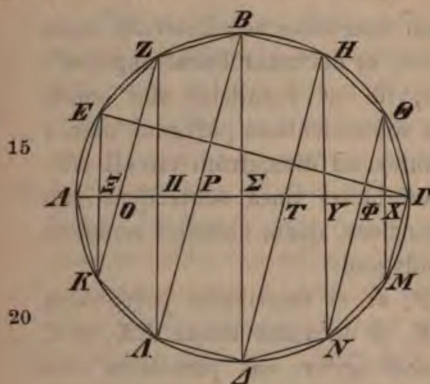
ducantur enim lineae ZK, $\varLambda B$, $H\varDelta$, ΘN. parallela itur linea ZK est lineae $E\varLambda$,[3]) $B\varLambda$ lineae ZK, et

1) Archimedes pro πλευράς lin. 12 fortasse scripserat γωνίας; Quaest. Arch. p. 76.

2) Nam quia arcus $K\varLambda$, EZ aequales sunt, erit
$$\angle EKZ = KZ\varLambda \text{ (Eucl. III, 27)};$$
itaque $EK \nparallel \varLambda Z$ (Eucl. I, 28), et eodem modo in ceteris.

3) Quia arcus $K\varLambda = EZ$, erit $\angle \varLambda EK = EKZ$ (Eucl. III,

ΓΜ τῇ ΘΝ. [καὶ ἐπεὶ δύο παράλληλοί εἰσιν αἱ Ε… ΚΖ, καὶ δύο διηγμέναι εἰσὶν αἱ ΕΚ, ΑΟ] ἔστιν ἄρ… ὡς ἡ ΕΞ πρὸς ΞΑ, ὁ ΚΞ πρὸς ΞΟ· ὡς δ' ἡ Κ… πρὸς ΞΟ, ἡ ΖΠ πρὸς ΠΟ, ὡς δὲ ἡ ΖΠ πρὸς Π… ἡ ΛΠ πρὸς ΠΡ, ὡς δὲ ἡ ΛΠ πρὸς ΠΡ, οὕτως … ΒΣ πρὸς ΣΡ, καὶ ἔτι, ὡς ἡ μὲν ΒΣ πρὸς ΣΡ, … ΔΣ πρὸς ΣΤ, ὡς δὲ ἡ ΔΣ πρὸς ΣΤ, ἡ ΗΥ πρὸς ΥΤ, καὶ ἔτι, ὡς ἡ μὲν ΗΥ πρὸς ΥΤ, ἡ ΝΥ πρὸς ΥΦ, ὡς δὲ ἡ ΝΥ πρὸς ΥΦ, ἡ ΘΧ πρὸς ΧΦ, καὶ ἔτι, ὡς μὲν ἡ ΘΧ πρὸς ΧΦ, ἡ ΜΧ πρὸς ΧΓ [καὶ πάντα ἄρα πρὸς πάντα ἐστίν, ὡς εἷς τῶν λόγων πρὸς ἕνα]. ὡς ἄρα ἡ ΕΞ πρὸς ΞΑ, οὕτως αἱ ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ πρὸς τὴν ΑΓ διάμετρον. ὡς δὲ ἡ ΕΞ πρὸς ΞΑ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ. ἔσται ἄρα καὶ ὡς ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ, οὕτω πᾶσαι αἱ ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ πρὸς τὴν ΑΓ διάμετρον.



κβ'.

Ἐὰν εἰς τμῆμα κύκλου πολύγωνον ἐγγραφῇ τὰς πλευρὰς ἔχον χωρὶς τῆς βάσεως ἴσας καὶ ἀρτίους, ἀχθῶσιν δὲ εὐθεῖαι παρὰ τὴν βάσιν τοῦ τμήματος τὰς πλευρὰς ἐπιζευγνύουσαι τοῦ πολυγώνου, αἱ ἀχθεῖσαι πᾶσαι καὶ ἡ ἡμίσεια τῆς βάσεως πρὸς τὸ ὕψος τοῦ

2. *ΑΟ*] *ΑΘ* F; corr. B man. 2*. 3. *δ'*] FBC*; *δέ* uulgo.

porro ΔH lineae BA, ΘN lineae ΔH, ΓM lineae ΘN. est igitur [Zeitschr. f. Math. u. Phys. XXIV p. 178 nr. 1]:

$$E\Xi : \Xi A = K\Xi : \Xi O;$$

sed

$$K\Xi : \Xi O = Z\Pi : \Pi O \text{ [Eucl. VI, 4]}$$
$$= A\Pi : \Pi P \text{ [id.]} = B\Sigma : \Sigma P \text{ [id.]}.$$

porro

$$B\Sigma : \Sigma P = \Delta\Sigma : \Sigma T \text{ [id.]} = H\Upsilon : \Upsilon T \text{ [id.]}.$$

porro

$$H\Upsilon : \Upsilon T = N\Upsilon : \Upsilon\Phi = \Theta X : X\Phi = MX : X\Gamma \text{ [id.]}.$$

itaque

$$E\Xi : \Xi A = EK + ZA + B\Delta + HN + \Theta M : A\Gamma$$

[Eucl. V, 12]. sed $E\Xi : \Xi A = \Gamma E : EA$ [Eucl. VI, 4]. itaque etiam

$$\Gamma E : EA = EK + ZA + B\Delta + HN + \Theta M : A\Gamma.$$

XXII.

Si segmento circuli polygonum inscribitur latera praeter basim aequalia et paria numero habens, et ducuntur lineae basi segmenti parallelae angulos[1]) coniungentes, omnes simul lineae ductae cum dimidia basi ad altitudinem segmenti eandem rationem habent,

27); quare $ZK \nparallel EA$ (Eucl. I, 28); eodem modo sequentia demonstrabuntur.

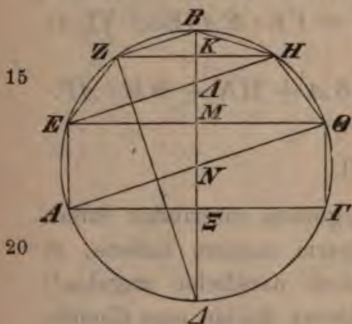
1) U. p. 97 not. 1.

8. ΥT] Υ h. l. et postea saepius in rasura F (lin. 8, 9 septies). 10. $X\Gamma$] X in rasura F. 12. εἰς] om. FCB (man. 2 ex ὡς fecit εἰς)*. 19. ἡ ΓE] ἡ om. F. ἔσται per comp. F. 24. κγ' F; κβ' Eutocius ad prop. 35. 26. εχων F; corr. Riualtus. 27. τάς] αι τας F; corr. ed. Basil. 29. ἡ addidi; om. F, uulgo.

τμήματος τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσιν, ὃν ἡ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου ἐπιζευγνυμένη πρὸς τὴν τοῦ πολυγώνου πλευράν.

εἰς γὰρ κύκλον τὸν ΑΒΓ διήχθω τις εὐθεῖα ἡ ΑΓ, καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ πολύγωνον ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ΑΒΓ τμῆμα ἀρτιόπλευρόν τε καὶ ἴσας ἔχον τὰς πλευρὰς χωρὶς τῆς βάσεως τῆς ΑΓ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΗ, ΕΘ, αἵ εἰσιν παράλληλοι τῇ βάσει τοῦ τμήματος. λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς αἱ ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ πρὸς ΒΞ, οὕτως ἡ ΔΖ πρὸς ΖΒ.

πάλιν γὰρ ὁμοίως ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΕ, ΑΘ· παράλληλοι ἄρα εἰσὶν τῇ ΒΖ· διὰ δὴ ταὐτά ἐστιν, ὡς ἡ ΚΖ πρὸς ΚΒ, ἥ τε ΗΚ πρὸς ΚΛ, καὶ ἡ ΕΜ πρὸς ΜΛ, καὶ ἡ ΜΘ πρὸς ΜΝ, καὶ ἡ ΞΑ πρὸς ΞΝ [καὶ ὡς ἄρα πάντα πρὸς πάντα, εἷς τῶν λόγων πρὸς ἕνα]. ὡς ἄρα αἱ ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ πρὸς ΒΞ, οὕτως ἡ ΖΚ πρὸς ΚΒ. ὡς δὲ ἡ ΖΚ πρὸς ΚΒ, οὕτως ἡ ΔΖ πρὸς ΖΒ. ὡς ἄρα ἡ ΔΖ πρὸς ΖΒ, οὕτως αἱ ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ πρὸς ΒΞ.



κγ'.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸν πολύγωνον ἰσόπλευρον, τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος· αἱ δὲ ΑΓ, ΔΒ διάμετροι ἔστωσαν. ἐὰν δὴ μενούσης τῆς ΑΓ διαμέτρου περιενεχθῇ ὁ ΑΒΓΔ κύκλος ἔχων

23. *κγ'* om. F. 27. *ΔΒ*] *ΒΔ* ed. Basil., Torellius.

am linea a diametro circuli ad latus polygoni ducta latus polygoni.

ducatur enim in circulo $AB\Gamma$ linea recta $A\Gamma$, et per lineam $A\Gamma$ polygonum latera praeter basim $A\Gamma$ qualia et paria numero habens segmento $AB\Gamma$ inribatur. et ducantur ZH, $E\Theta$, quae parallelae sunt si segmenti [p. 97 not. 2]. dico esse

$$ZH + E\Theta + A\Xi : B\Xi = \Delta Z : ZB.$$

rsus enim, ut supra [p. 96, 25], ducantur lineae HE, Θ; parallelae igitur sunt lineae BZ [p. 97 not. 3]. dem de causa, qua supra [p. 99, 2 sq.], erit

$$Z : KB = HK : K\Lambda = EM : M\Lambda = M\Theta : MN = \Xi\Lambda : \Xi N.$$ [1]

aque

$$ZH + E\Theta + A\Xi : B\Xi = ZK : KB$$ [Eucl. V, 12].

od

$$ZK : KB = \Delta Z : ZB$$ [Eucl. VI, 4].

quare erit

$$\Delta Z : ZB = ZH + E\Theta + A\Xi : B\Xi.$$

XXIII.

Sit in sphaera $AB\Gamma\Delta$ circulus maximus, et ei inscribatur polygonum aequilaterum, cuius laterum numerus per quattuor diuidi possit. lineae autem $A\Gamma$, ΔB diametri sint [inter se perpendiculares].[2] si igitur manente diametro $A\Gamma$ circulus $AB\Gamma\Delta$ cum polygono circumuoluitur, adparet, ambitum eius per superficiem

1) Uerba sequentia lin. 14—16 Archimedis non sunt; cfr. p. 98, 10; Neue Jahrb. Suppl. XI p. 388.

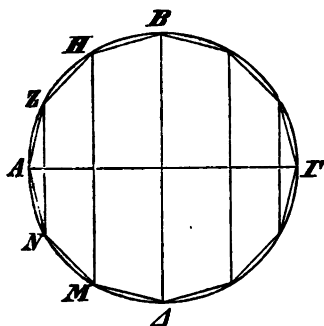
2) Hic Archimedes uix omiserat: πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις lin. 27, quae uerba Nizzius addi uoluit.

τὸ πολύγωνον, δῆλον, ὅτι ἡ μὲν περιφέρεια αὐτοῦ κατὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐνεχθήσεται, αἱ δὲ τοῦ πολυγώνου γωνίαι χωρὶς τῶν πρὸς τοῖς Α, Γ σημείοις κατὰ κύκλων περιφερειῶν ἐνεχθήσονται ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας γεγραμμένων ὀρθῶν πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον. διάμετροι δὲ αὐτῶν ἔσονται αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου παρὰ τὴν ΒΔ οὖσαι. αἱ δὲ τοῦ πολυγώνου πλευραὶ κατά τινων κώνων ἐνεχθήσονται, αἱ μὲν ΑΖ, ΑΝ κατ' ἐπιφανείας κώνου, οὗ βάσις μὲν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΖΝ, κορυφὴ δὲ τὸ Α σημεῖον· αἱ δὲ ΖΗ, ΜΝ κατά τινος κωνικῆς ἐπιφανείας οἰσθήσονται, ἧς βάσις μὲν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΗΜ, κορυφὴ δὲ τὸ σημεῖον, καθ' ὃ συμβάλλουσιν ἐκβαλλόμεναι αἱ ΖΗ, ΜΝ ἀλλήλαις τε καὶ τῇ ΑΓ· αἱ δὲ ΒΗ, ΜΔ πλευραὶ κατὰ κωνικῆς ἐπιφανείας οἰσθήσονται, ἧς βάσις μέν ἐστιν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ ὀρθὸς πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, κορυφὴ δὲ τὸ σημεῖον, καθ' ὃ συμβάλλουσιν ἐκβαλλόμεναι αἱ ΒΗ, ΔΜ ἀλλήλαις τε καὶ τῇ ΓΑ. ὁμοίως δὲ καὶ αἱ ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμικυκλίῳ πλευραὶ κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται πάλιν ὁμοίων ταύταις. ἔσται δή τι σχῆμα ἐγγεγραμμένον ἐν τῇ σφαίρᾳ ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον τῶν προειρημένων, οὗ ἡ ἐπιφάνεια ἐλάσσων ἔσται τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

διαιρεθείσης γὰρ τῆς σφαίρας ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὴν ΒΔ ὀρθοῦ πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον ἡ

5. τῆς] τη F. ορθον F; corr. ed. Bas. 9. ΑΖ] ΑΞ F. 10. οὗ] ὁ FC*. τήν] τη F; corr. B. 13. ΗΜ] ΜΗ ed. Basil., Torellius. 14. συμβαλουσιν F. ἐκβαλλόμεναι] altero λ supra scripto F. 20. αἱ] addidi; om. F, uulgo.

sphaerae circumuolutum iri, angulos autem polygoni praeter angulos ad A, Γ puncta positos per ambitus circulorum in superficie sphaerae descriptorum et ad $AB\Gamma\Delta$ circulum perpendicularium. et diametri eorum erunt lineae angulos polygoni coniungentes lineae $B\Delta$ parallelae. latera autem polygoni per conos quosdam circumuoluentur, AZ, AN latera per superficiem coni, cuius basis est circulus circum diametrum ZN descriptus, uertex autem A punctum, latera uero ZH, MN per superficiem conicam circumuoluentur, cuius basis est circulus circum diametrum HM descriptus, uertex autem punctum, in quo ZH, MN lineae productae et sibi in uicem et lineae $A\Gamma$ concurrunt; latera autem BH, $M\Delta$ per superficiem conicam circumuoluentur, cuius basis est circulus circum $B\Delta$ diametrum descriptus ad $AB\Gamma\Delta$ circulum perpendicularis, uertex autem punctum, in quo BH, ΔM lineae productae et sibi in uicem et lineae ΓA concurrunt. eodem modo etiam latera in altero semicirculo posita rursus per superficies conicas circumuoluentur his similes. itaque in sphaera figura inscripta erit comprehensa per superficies conicas, quas commemorauimus, cuius superficies minor erit superficie sphaerae.



secta enim sphaera plano in linea $B\Delta$ posito ad circulum $AB\Gamma\Delta$ perpendiculari superficies alterius

ἐπιφάνεια τοῦ ἑτέρου ἡμισφαιρίου καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος τοῦ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένου τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσιν ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ· ἀμφοτέρων γὰρ τῶν ἐπιφανειῶν πέρας ἐστὶν τοῦ κύκλου ἡ περιφέρεια τοῦ περὶ διάμετρον τὴν $B\varDelta$ ὀρθοῦ πρὸς τὸν $AB\Gamma\varDelta$ κύκλον· καί εἰσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ περιλαμβάνεται αὐτῶν ἡ ἑτέρα ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἐπιφανείας καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ. ὁμοίως δὲ καὶ τοῦ ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμισφαιρίῳ σχήματος ἡ ἐπιφάνεια ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφανείας. καὶ ὅλη οὖν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος τοῦ ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐλάσσων ἐστὶν τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

κδ΄.

Ἡ τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς πλευρᾶς τοῦ σχήματος καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑπὸ τετράδος μετρουμένας καὶ παραλλήλοις οὔσαις τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινούσῃ εὐθείᾳ.

ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ $AB\Gamma\varDelta$, καὶ ἐν αὐτῷ πολύγωνον ἐγγεγράφθω ἰσόπλευρον, οὗ αἱ πλευραὶ ὑπὸ τετράδος μετροῦνται· καὶ ἀπὸ τοῦ πολυγώνου τοῦ ἐγγεγραμμένου νοείσθω τι εἰς τὴν σφαῖραν ἐγγραφὲν σχῆμα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ EZ, $H\Theta$, $\Gamma\varDelta$, $K\varLambda$, MN παράλληλοι οὖσαι τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑπο-

9. τοῦ ἐν τῷ] scripsi; του F C*; τοῦ ἐν B*, ed. Basil., Torellius. 18. ὑπὸ τετράδος μετρουμένας] scripsi; τετραγωνους F, uulgo; del. Hauber, Nizze; (τετραπλεύρῃ) ed. Basil.; τετρακώλου censor Ienensis; ὡς τετράπλευρας γίνεσθαι Torellius. 19. παραλλή-

isphaerii et superficies figurae hemisphaerio inptae eosdem terminos habent in uno plano (utraque superficies terminum habet ambitum circuli circum etrum $B\Delta$ descripti ad circulum $AB\Gamma\Delta$ perpenlaris), et utraque in eandem partem caua est, et ra ab altera comprehenditur superficie et superficie na eosdem, quos illa, terminos habenti.[1]) eodem modo m figurae alteri hemisphaerio inscriptae superficies or est superficie hemisphaerii. itaque etiam tota perficies figurae sphaerae inscriptae minor est superie sphaerae.

XXIV.

Superficies figurae sphaerae inscriptae aequalis est culo, cuius radius quadratus aequalis est rectangulo, od continetur latere figurae et linea aequali omnis simul lineis iungentibus angulos[2]) polygoni, quon numerus per quattuor diuidi possit, et parallelis eae sub duo latera polygoni subtendenti.

sit in sphaera circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, et ei inribatur polygonum aequilaterum, cuius laterum nuerus[3]) per quattuor diuidi possit. et in polygono scripto fingatur figura inscripta sphaerae, et iunntur lineae EZ, $H\Theta$, $\Gamma\Delta$, $K\Lambda$, MN parallelae

1) Quare superficies figurae inscriptae minor est superficie phaerae (λαμβ. 4 p. 10). nec Archimedes hoc praetermiserat; fr. Quaest. Arch. p. 73.

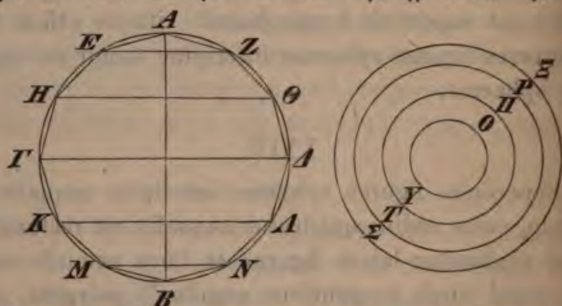
2) Cfr. p. 97 not. 1.

3) Archimedem puto scripsisse lin. 22—23: οὐ τὸ πλῆθος τῶν πλευρῶν μετρείσθω ὑπὸ τετράδος; Quaest. Arch. p. 76.

λοις οὔσαις] Nizzius; παραλλήλους ουσας F, uulgo. 21. $A\Gamma B\Delta$ Torellius.

τεινούσῃ εὐθείᾳ. κύκλος δέ τις ἐκκείσθω ὁ Ξ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΑΕ καὶ τῆς ἴσης ταῖς ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ. λέγω ὅτι ὁ κύκλος οὗτος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ εἰς τὴν σφαῖραν ἐγγραφομένου σχήματος.

ἐκκείσθωσαν γὰρ κύκλοι οἱ Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ, καὶ τοῦ μὲν Ο ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΕΑ καὶ τῆς ἡμισείας τῆς ΕΖ,



ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Π δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΕΑ καὶ τῆς ἡμισείας τῶν ΕΖ, ΗΘ, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ρ δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΕΑ καὶ τῆς ἡμισείας τῶν ΗΘ, ΓΔ, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Σ δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΕΑ καὶ τῆς ἡμισείας τῶν ΓΔ, ΚΛ, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Τ δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΑΕ καὶ τῆς ἡμισείας τῶν ΚΛ, ΜΝ, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Υ δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΑΕ καὶ τῆς ἡμισείας τῆς ΜΝ. διὰ δὴ ταῦτα ὁ μὲν Ο κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΑΕΖ κώνου, ὁ δὲ Π τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν ΕΖ, ΗΘ, ὁ δὲ Ρ τῇ μεταξὺ τῶν ΗΘ, ΓΔ, ὁ δὲ Σ τῇ μεταξὺ τῶν

1. δέ] scripsi; δη F, uulgo. 6. Υ] in rasura F.

s sub latera subtendenti. ponatur autem circulus Ξ, radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod AE et linea omnibus simul lineis EZ, $H\Theta$, $\Gamma\Delta$, MN aequali continetur. dico, hunc circulum alem esse superficiei figurae sphaerae inscriptae. onantur enim circuli O, Π, P, Σ, T, Υ, et radius li O quadratus aequalis sit rectangulo, quod conur linea $E\Lambda$ et dimidia linea EZ, radius autem li Π quadratus aequalis sit rectangulo, quod conur linea EB et dimidia parte linearum EZ, $H\Theta$, us autem circuli P quadratus aequalis sit rectan-, quod linea EA et dimidia parte linearum $H\Theta$, continetur, radius autem circuli Σ quadratus alis sit rectangulo, quod linea $E\Lambda$ et dimidia e linearum $\Gamma\Delta$, $K\Lambda$ continetur, radius autem cir- T quadratus aequalis sit rectangulo, quod linea et dimidia parte linearum $K\Lambda$, MN continetur, us autem circuli Υ quadratus aequalis sit rectan-, quod linea ΛE et dimidia linea MN continetur. ue circulus O aequalis est superficiei coni ΛEZ p. 14], Π circulus aequalis superficiei conicae inter , $H\Theta$ lineas positae, P circulus superficiei inter , $\Gamma\Delta$ positae, Σ superficiei inter $\Delta\Gamma$, $K\Lambda$ positae, superficiei inter $K\Lambda$, MN positae[1]), Υ circulus

1) Haec omnia sequuntur ex prop. 16, quia aequalia sunt ra polygoni.

ΔΓ, ΚΛ· καὶ ἔτι ὁ μὲν Τ ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν ΚΛ, ΜΝ· ὁ δὲ Υ τῇ τ ΜΒΝ κώνου ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστίν. οἱ πάντες ἄ κύκλοι ἴσοι εἰσὶν τῇ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐ φανείᾳ. καὶ φανερόν, ὅτι αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν Π, Ρ, Σ, Τ, Υ κύκλων δύνανται τὸ περιεχόμενον ὑπό τῆς ΑΕ καὶ δὶς τῶν ἡμίσεων τῆς ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, Κ ΜΝ, αἳ ὅλαι εἰσὶν αἱ ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ. ἄρα ἐκ τῶν κέντρων τῶν Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ κύκλ δύνανται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΑΕ καὶ πασ τῶν ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ. ἀλλὰ καὶ ἡ ἐκ τ κέντρου τοῦ Ξ κύκλου δύναται τὸ ὑπὸ τῆς ΑΕ τ τῆς συγκειμένης ἐκ πασῶν τῶν ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, Κ ΜΝ. ἡ ἄρα ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ξ κύκλου δύνα τὰ ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν κέντρων τῶν Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, κύκλων. καὶ ὁ κύκλος ἄρα ὁ Ξ ἴσος ἐστὶ τοῖς Ο, Ρ, Σ, Τ, Υ κύκλοις. οἱ δὲ Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ κύκ ἀπεδείχθησαν ἴσοι τῇ εἰρημένῃ τοῦ σχήματος ἐπιφ νείᾳ. καὶ ὁ Ξ ἄρα κύκλος ἴσος ἔσται τῇ ἐπιφαν τοῦ σχήματος.

κε'.

Τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν ἐπιφάνεια ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανει ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ

---

6. *δυναται* F; corr. BC*. 8. *ὅλαι*] scripsi cum Ι *ολοι* F, uulgo. *ΓΔ*] om. F; corr. Torellius. 12 *δυναν ν* expuncto, FC*. 15. *τὰ ἀπὸ τῶν*] scripsi; *τας* F, uul 19. *ἄρα*] om. F.

ıperficiei coni MBN.[1]) quare omnes simul circuli ɘquales sunt superficiei figurae inscriptae. et adaret, radios circulorum O, Π, P, Σ, T, Υ quadratos ɐquales esse rectangulo, quod continetur linea AE t dimidiis lineis EZ, $H\Theta$, $\Gamma\Delta$, $K\Lambda$, MN bis sumptis, uae aequales sunt ipsis lineis EZ, $H\Theta$, $\Gamma\Delta$, $K\Lambda$, MN. itaque radii circulorum O, Π, P, Σ, T, Υ quarati

$$= AE \times (EZ + H\Theta + \Gamma\Delta + K\Lambda + MN).$$

ed etiam radius circuli Ξ quadratus

$$= AE \times (EZ + H\Theta + \Gamma\Delta + K\Lambda + MN)$$

ex hypothesi]. radius igitur circuli Ξ quadratus aequas est radiis circulorum O, Π, P, Σ, T, Υ quadratis. uare etiam[2])

$$\Xi = O + \Pi + P + \Sigma + T + \Upsilon.$$

ɔd demonstratum est, circulos O, Π, P, Σ, T, Υ ɐquales esse figurae superficiei, quam commemorauiıus. itaque etiam conus Ξ aequalis erit superficiei gurae.

XXV.

Superficies figurae sphaerae inscriptae, quae per ıperficies conicas continetur[3]), minor est quam quaruplo maior circulo maximo sphaerae.

sit sphaerae circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, et ei in-

---

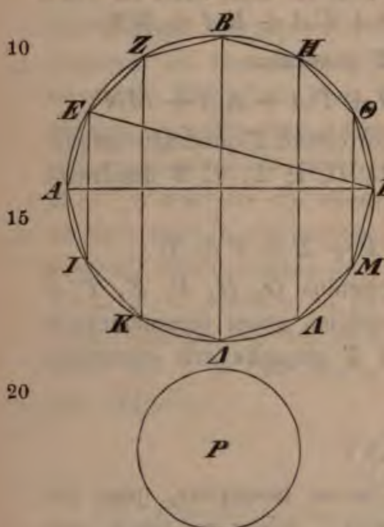
1) Sequitur ex prop. 14, quia $E\Lambda = MB$.

2) Eucl. XII, 2; cfr. Quaest. Arch. p. 48.

3) Archimedes uix h. l. et p. 110, lin. 3 dixerat, superficiem gurae per superficies conicas comprehendi, cum hoc de ipsa gura dicendum esset. scripsit fortasse lin. 28: τοῦ περιεχοένου et lin. 3: νοείσθω σχῆμα ὑπὸ . . . περιεχόμενον.

αὐτῷ ἐγγεγράφθω πολύγωνον [ἀρτιόγωνον] ἰσόπλε ρον, οὗ αἱ πλευραὶ ὑπὸ τετράδος μετροῦνται. καὶ ἀ αὐτοῦ νοείσθω ἐπιφάνεια ἡ ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπ φανειῶν περιεχομένη. λέγω, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ε γραφέντος ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστ κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑποτείνο σαι τοῦ πολυγώνου αἱ ΕΙ, ΘΜ, καὶ ταύταις παρά ληλοι αἱ ΖΚ, ΔΒ, Η ἐκκείσθω δέ τις κύκλ ὁ Ρ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρο δύναται τὸ ὑπὸ τῆς Ε καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖ ΕΙ, ΖΚ, ΒΔ, ΗΛ, ΘΜ διὰ δὴ τὸ προδειχθὲ ἴσος ἐστὶν ὁ κύκλος τ τοῦ εἰρημένου σχήματο ἐπιφανείᾳ. καὶ ἐπεὶ ἐδείχ θη, ὅτι ἐστίν, ὡς ἡ ἴσ πάσαις ταῖς ΕΙ, ΖΚ ΒΔ, ΗΛ, ΘΜ πρὸς τὴ διάμετρον τοῦ κύκλο τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ, τὸ ἄρα ὑπ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς εἰρημέναις καὶ τῆς ΕΑ, τουτ ἐστιν τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ρ κύκλου ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΕ. ἀλλὰ καὶ τ ὑπὸ ΑΓ, ΓΕ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ. ἐλασ σον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ρ το



2. ἀπ'] scripsi; επ' F, uulgo. 27. ἴσον] hic primum occurrit compendium huius uerbi in F. 28. ελασσων F.

atur polygonum[1]) aequilaterum, cuius laterum rus[2]) per quattuor diuidi possit. et fingatur susies inde orta, quae per superficies conicas comnditur.[3]) dico, superficiem polygoni inscripti mi- n esse quam quadruplo maiorem circulo maximo erae.

hcantur enim lineae sub duo latera polygoni subtenes, EI, ΘM, et iis parallelae lineae ZK, $\varDelta B$, $H\varLambda$. tur autem circulus P, cuius radius quadratus aequait rectangulo, quod linea $E\varLambda$ et linea aequali s omnibus EI, ZK, $B\varDelta$, $H\varLambda$, ΘM continetur. ne propter ea, quae antea demonstrauimus [prop. circulus aequalis est superficiei figurae, quam memorauimus. et quoniam demonstratum est, li- n omnibus lineis EI, ZK, $B\varDelta$, $H\varLambda$, ΘM aequa- ad diametrum circuli $\varLambda\Gamma$ eam habere rationem, m ΓE ad $E\varLambda$ [prop. 21], erit

$$E\varLambda \times (EI + ZK + B\varDelta + H\varLambda + \Theta M),$$

. radius circuli P quadratus [ex hypothesi],

$$= \varLambda\Gamma \times \Gamma E \text{ [Eucl. VI, 16].}$$

$$\varLambda\Gamma \times \Gamma E < \varLambda\Gamma^2 \text{ [Eucl. III, 15].}$$

ue radius circuli P quadratus $< \varLambda\Gamma^2$ [et radius uli $P < \varLambda\Gamma$. quare etiam diameter circuli P minor

---

1) ἀρτιόγωνον lin. 1 delendum est, quia lin. 1—2 repugnat, uia desideratur καί ante ἰσόπλευρον; ἰσογώνιόν τε καί Nizze.

2) Cfr. p. 105 not. 3.

3) P. 109 not. 3.

ἀπὸ τῆς $ΑΓ$ [ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ $Ρ$ τῆς $ΑΓ$. ὥστε ἡ διάμετρος τοῦ $Ρ$ κύκλου ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασία τῆς διαμέτρου τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου, καὶ δύο ἄρα τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου διάμετροι μείζους εἰσὶ τῆς διαμέτρου τοῦ $Ρ$ κύκλου, καὶ τὸ τετράκις ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου, τουτέστι τῆς $ΑΓ$, μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς τοῦ $Ρ$ κύκλου διαμέτρου. ὡς δὲ τὸ τετράκις ἀπὸ τῆς $ΑΓ$ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τοῦ $Ρ$ κύκλου διαμέτρου, οὕτως τέσσαρες κύκλοι οἱ $ΑΒΓΔ$ πρὸς τὸν $Ρ$ κύκλον. τέσσαρες ἄρα κύκλοι οἱ $ΑΒΓΔ$ μείζους εἰσὶν τοῦ $Ρ$ κύκλου]. ὁ ἄρα κύκλος ὁ $Ρ$ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλάσιος τοῦ μεγίστου κύκλου. ὁ δὲ $Ρ$ κύκλος ἴσος ἐδείχθη τῇ εἰρημένῃ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος. ἡ ἄρα ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος ἐλάσσων ἐστὶ ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

κς'.

Τῷ ἐγγραφομένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ σχήματι τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν ἴσος ἐστὶν κῶνος ο βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος τοῦ ἐγγραφέντος ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ.

ἔστω ἡ σφαῖρα καὶ ὁ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τῷ πρότερον. ἔστω δὲ κῶνος ὀρθὸς ὁ $Ρ$ βάσιν μὲν ἔχων τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ σχήματος τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ. δεικτέον, ὅτι ὁ

9. τέσσαρες] altero σ supra scripto F. 19. ἴσος] per

quam duplo maior diametro circuli $AB\Gamma\Delta$[1]), et $\Gamma^2 >$ quadratum diametri circuli P. sed ut $4\,A\Gamma^2$ uadratum diametri circuli P, ita quattuor circuli $\Gamma\Delta$ ad circulum P [Eucl. XII, 2]. itaque quat- circuli $AB\Gamma\Delta$ maiores sunt circulo P]. circulus gitur minor est quam quadruplo maior circulo imo. sed demonstratum est, circulum P aequalem superficiei figurae, quam commemorauimus. quare rficies figurae minor est quam quadruplo maior ulo maximo sphaerae.

XXVI.

Figurae sphaerae inscriptae per superficies conicas iprehensae aequalis est conus basim habens circu- superficiei figurae sphaerae inscriptae aequalem, tudinem autem aequalem lineae a centro sphaerae latus polygoni perpendiculari ductae.

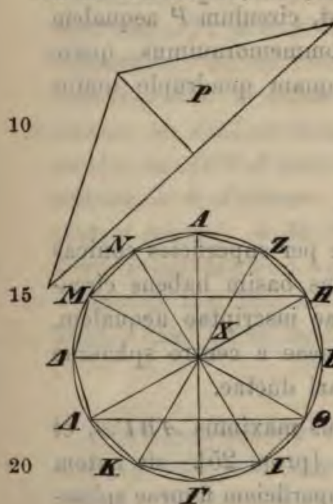
sit sphaera, et in ea circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, et era eodem modo, quo supra [prop. 25]. sit autem us rectus P basim habens superficiem figurae sphae- inscriptae, altitudinem autem aequalem lineae a tro sphaerae ad latus polygoni perpendiculari duc-

1) Uerba sequentia lin. 4—5 damnaui Quaest. Arch. p. 74, adparet, Archimedis manum nondum restitutam esse; de- nstratio enim sic quoque longis ambagibus laborat. puta- im, totum locum lin. 1: ἐλάσσων ἄρα — lin. 11: τοῦ P κύ- ω subditiuum esse.

mp. F, ut lin. 22. 26. τὴν ἐπιφάνειαν] ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ ed. Basil., Torellius. 28. ἴσον] per comp. F, ut p. 114 lin. ; 22; 25.

κῶνος ὁ *P* ἴσος ἐστὶν τῷ ἐγγεγραμμένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ σχήματι.

ἀπὸ γὰρ τῶν κύκλων, ὧν εἰσι διάμετροι αἱ *ZN*, *HM*, *ΘΛ*, *IK*, κῶνοι ἀναγεγράφθωσαν κορυφὴν ἔχοντες τὸ τῆς σφαίρας κέντρον. ἔσται δὴ ῥόμβος στερεὸς ἔκ τε τοῦ κώνου, οὗ βάσις μέν ἐστι ὁ κύκλος ὁ περὶ τὴν *ZN*, κορυφὴ δὲ τὸ *A* σημεῖον, καὶ τοῦ κώνου, οὗ βάσις ὁ αὐτὸς κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ *X* σημεῖον. καὶ ἴσος ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ *NAZ*, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ *X* καθέτῳ ἠγμένῃ. πάλιν δὲ καὶ τὸ περιλελειμμένον τοῦ ῥόμβου τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς *ZN*, *HM* καὶ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κώνων τοῦ τε *ZNX* καὶ τοῦ *HMX* ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς *MH*, *ZN*, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ *X* ἐπὶ τὴν *ZH* καθέτῳ ἠγμένῃ· δέδεικται γὰρ ταῦτα. ἔτι δὲ καὶ τὸ περιλειπόμενον τοῦ κώνου τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς *HM*, *BΔ* καὶ τῆς ἐπιφανείας



4. αναναγεγραφθωσαν F. 6. τοῦ] addidi; om. F, uulgo. ἐστι] ἔστω per comp. F; corr. Torellius. 10. καί] om. F;

. demonstrandum est, conum P aequalem esse figu- sphaerae inscriptae.

construantur enim in circulis, quorum diametri t ZN, HM, $\Theta\Lambda$, IK, coni uerticem habentes cen- n sphaerae. erit igitur rhombus solidus ex cono, us basis est circulus circum ZN diametrum de- iptus, uertex autem punctum Λ, et cono, cuius basis idem circulus, uertex autem X punctum, composi- .[1]) et erit aequalis cono basim habenti superficiem i $N\Lambda Z$, altitudinem autem aequalem lineae a X ncto [ad lineam ΛZ] perpendiculari ductae [prop. |. rursus autem frustum rhombi[2]) relictum, quod erficie coni inter plana parallela in lineis ZN, HM ita et superficie conorum ZNX, HMX continetur, uale est cono basim habenti aequalem superficiei i inter plana parallela in lineis MH, ZN posita, itudinem autem aequalem lineae a X puncto ad ZH eam perpendiculari ductae [prop. 20]. praeterea stum relictum coni[3]), quod superficie coni inter na parallela in lineis HM, $B\Delta$ posita et superficie i MHX et circulo circum diametrum $B\Delta$ descripto

1) Desideratur: συγκείμενος; nam ἔσται lin. 5 idem fere est, od γενήσεται.

2) Hic rhombus oritur productis lineis MN, ZH, donec ıcurrunt, et continetur lineis MN, ZH productis et lineis I, XH.

3) Qui oritur lineis $M\Delta$, HB productis, donec concurrunt.

rr. Torellius. 14. Post τοῦ X add. Torellius: ἐπὶ τὴν AZ. . περιλελιμμενον F. 20. τὰς ZN, HM] την $\overline{ZNHM}$ F; rr. Torellius. 24. MH, ZN] scripsi; $\overline{MNZH}$ F, uulgo; N, HM Torellius. In figura Λ et I permutat F, et pro X bet K. 27. τὸ περιεχόμενον] scripsi; του περιεχομενου F, ılgo. 28. τῆς] τη F.

τοῦ *ΜΗΧ* κώνου καὶ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν *ΒΔ* ἴσον τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς *ΗΜ*, *ΒΔ*, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ *Χ* ἐπὶ τὴν *ΒΗ* καθέτῳ ἠγμένῃ. ὁμοίως δὲ καὶ ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμισφαιρίῳ ὅ τε ῥόμβος ὁ *ΧΚΓΙ* καὶ τὰ περιλείμματα τῶν κώνων ἴσα ἔσται τοσούτοις καὶ τηλικούτοις κώνοις, ὅσοι καὶ πρότερον ἐρρήθησαν. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ ὅλον τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῇ σφαίρᾳ ἴσον ἐστὶν πᾶσιν τοῖς εἰρημένοις κώνοις. οἱ δὲ κῶνοι ἴσοι εἰσὶν τῷ *Ρ* κώνῳ, ἐπειδὴ ὁ *Ρ* κῶνος ὕψος μὲν ἔχει ἑκάστῳ ἴσον τῶν εἰρημένων κώνων, βάσιν δὲ ἴσην πάσαις ταῖς βάσεσιν αὐτῶν. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐγγεγραμμένον ἴσον ἐστὶν τῷ ἐκκειμένῳ κώνῳ.

κζ'.

Τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν ἔλασσόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

ἔστω γὰρ [ὁ] γινόμενος κῶνος ἴσος τῷ σχήματι τῷ ἐγγεγραμμένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ τὴν βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ ἐγγραφέντος πολυγώνου ὁ *Ρ*. ὁ δὲ κῶνος ὁ *Ξ* ἔστω βάσιν ἔχων ἴσην τῷ

---

2. ἴσον] per comp. F, ut lin. 4, 9, 10, 12. τῷ κώνῳ] ἔσται κώνῳ ed. Basil., Torellius. βασι F. 3. τῶν ἐπιπέδων] των τε επιπεδων F; corr. Torellius. 6. *ΧΚΓΔ* F. περιλιμματα F. 10. κονοις F. 19. τῶν] τον F. 21. ὁ] deleo.

tinetur, aequale est cono basim habenti aequalem
erficiei coni inter plana in lineis HM, $B\Delta$ posita,
tudinem autem aequalem lineae a X puncto ad
eam BH perpendiculari ductae [prop. 19]. eodem
do etiam in altero hemisphaerio rhombus $XK\Gamma I$
frusta relicta conorum[1]) aequalia erunt totidem et
ibus conis, quot et quales supra indicauimus. ad-
et igitur, etiam totam figuram sphaerae inscriptam
ndem esse omnibus conis, quos commemorauimus.
i autem aequales sunt P cono, quoniam conus P
tudinem habet altitudini[2]) cuiusuis conorum, quos
mmemorauimus aequalem, basim autem aequalem
nibus simul basibus eorum[3]) [λῆμμ. 1 p. 80; cfr.
aest. Arch. p. 48]. adparet igitur, figuram sphaerae
scriptam aequalem esse cono, quem posuimus.

XXVII.

Figura sphaerae inscripta, quam superficies conicae
omprehendunt, minor est quam quadruplo maior cono
asim habenti aequalem circulo maximo sphaerae,
ltitudinem autem radio sphaerae.

ponatur enim conus P aequalis figurae sphaerae
nscriptae basim habens superficiei figurae inscriptae
equalem, altitudinem autem aequalem lineae a centro
irculi ad latus aliquod polygoni inscripti perpendi-
ulari ductae [prop. 26]. conus autem Ξ basim ha-

---

1) Debebat esse: rhombi (qui oritur productis lineis AK, Θ, donec concurrunt) et coni (qui oritur eodem modo productis lineis ΔA, $B\Theta$).

2) ἑκάστῳ sc. κώνῳ, pro ἑκάστου (sc. ὕψει).

3) Ex hypothesi.

ΑΒΓΔ κύκλῳ, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου.

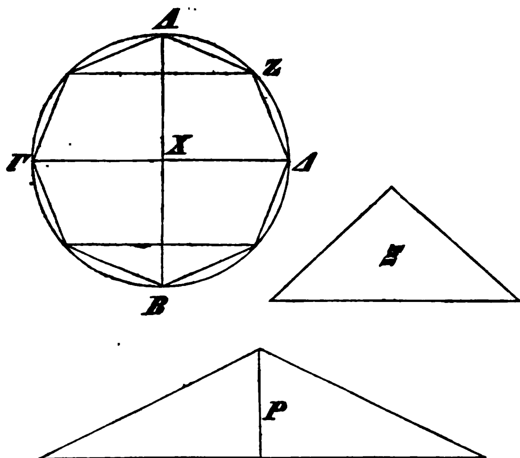
ἐπεὶ οὖν ὁ Ρ κῶνος βάσιν ἔχει ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ Χ καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν ΑΖ, ἐδείχθη δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐλάσσων ἢ τετραπλασία τοῦ ἐν τῇ σφαίρᾳ μεγίστου κύκλου, ἔσται ἄρα ἡ τοῦ Ρ κώνου βάσις ἐλάσσων ἢ τετραπλασία τῆς βάσεως τοῦ Ξ κώνου· ἔστιν δὲ καὶ τὸ ὕψος τοῦ Ρ ἔλασσον τοῦ ὕψους τοῦ Ξ κώνου. ἐπεὶ οὖν ὁ Ρ κῶνος τὴν μὲν βάσιν ἔχει ἐλάσσονα ἢ τετραπλασίαν τῆς τοῦ Ξ βάσεως, τὸ δὲ ὕψος ἔλασσον τοῦ ὕψους, δῆλον, ὡς καὶ αὐτὸς ὁ Ρ κῶνος ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλάσιος τοῦ Ξ κώνου. ἀλλὰ καὶ ὁ Ρ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι. τὸ ἄρα ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον τοῦ Ξ κώνου.

---

4. *δέ*] *δὲ ἴσον* BC*, ed. Basil., Torellius. 8. *ἔσται*] per comp. F, BC*. 13. *ὡς*] *ὅτι* Nizze.

it aequalem circulo $\varDelta B\Gamma\varDelta$, altitudinem autem ram circuli $AB\Gamma\varDelta$.

quoniam igitur conus P basim habet aequalem perficiei figurae sphaerae inscriptae, altitudinem tem aequalem lineae a X puncto ad AZ perpendiculari ductae, et demonstratum est, superficiem figurae inscriptae minorem esse quam quadruplo maiorem circulo maximo sphaerae [prop. 25], erit igitur basis coni P minor quam quadruplo maior basi coni $\varXi$. sed



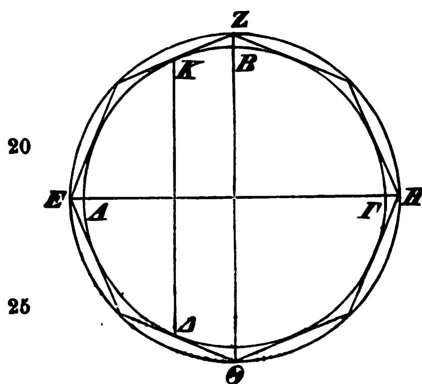
etiam altitudo coni P minor est altitudine coni $\varXi$. quoniam igitur conus P basim habet minorem quam quadruplo maiorem basi coni $\varXi$, altitudinem autem altitudine minorem, adparet, etiam ipsum conum P minorem esse quam quadruplo maiorem cono $\varXi$[1]. sed conus P idem aequalis est figurae inscriptae. quare figura inscripta minor est quam quadruplo maior cono $\varXi$.

---

1) Cfr. λῆμμ. 1 p. 80.

κη΄.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, περὶ δὲ τὸν ΑΒΓΔ κύκλον περιγεγράφθω πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος. τὸ δὲ περὶ τὸν κύκλον περιγεγραμμένον πολύγωνον κύκλος περιγεγραμμένος περιλαμβανέτω περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον γινόμενος τῷ ΑΒΓΔ. μενούσης δὴ τῆς ΕΗ περιενεχθήτω τὸ ΕΖΗΘ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ τό τε πολύγωνον καὶ ὁ κύκλος. δῆλον οὖν, ὅτι ἡ μὲν περιφέρεια τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου κατὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας οἰσθήσεται, ἡ δὲ περιφέρεια τοῦ ΕΖΗΘ κατ' ἄλλης ἐπιφανείας σφαίρας τὸ αὐτὸ κέντρον ἐχούσης τῇ ἐλάσσονι οἰσθήσεται· αἱ δὲ ἁφαί, καθ' ἃς ἐπιψαύουσιν αἱ πλευραί, γράφουσιν κύκλους ὀρθοὺς πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ· αἱ δὲ γωνίαι τοῦ πολυγώνου χωρὶς τῶν πρὸς τοῖς Ε, Η σημείοις κατὰ κύκλων περιφερειῶν οἰσθήσονται ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς μείζονος σφαίρας γεγραμμένων ὀρθῶν πρὸς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον· αἱ δὲ πλευραὶ τοῦ πολυγώνου κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται, καθάπερ ἐπὶ τῶν πρὸ τούτου. ἔσται οὖν τὸ σχῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν



1. κη΄ om. F. 8. περιενεχθητο F. In figura plures lit-

XXVIII.

ABΓΔ circulus maximus sphaerae; et circum *ΔΓΔ* circulum circumscribatur polygonum aequilaet aequiangulum, et numerus laterum eius per or diuidi possit. polygonum autem circum circircumscriptum comprehendat circulus circumes, eodem centro, quo *ABΓΔ*, descriptus. maigitur *EH* linea planum *EZHΘ* circumuoluatur, et polygonum et circulus est. adparet igitur, m circuli *ABΓΔ* per superficiem sphaerae cirlutum iri, ambitum autem circuli *EZHΘ* per superficiem sphaerae idem centrum habentis, habet minor sphaera, circumuolutum iri. puncta contactus, in quibus latera contingunt [circulum em], circulos ad circulum *ABΓΔ* perpendiculares haera minore describunt. anguli autem polygoni er angulos ad *E*, *H* puncta positos per ambitus orum circumuoluentur in superficie sphaerae madescriptorum ad circulum *EZHΘ* perpendicula- latera autem polygoni per superficies conicas muoluentur, quemadmodum in propositionibus edentibus [23—27]. figura igitur per superficies as comprehensa circum sphaeram minorem cirscripta, maiori uero sphaerae inscripta erit. super-

---

addit, nonnullas permutat F, sed Z, Γ, Δ ut in nostra ponuntur; quare mutaui ordinem ed. Basil. et Torellii. τῶν πρὸ τούτου] uel ἐπὶ τῶν πρότερον Nizze; ἐπὶ τοῦ ὄντου Torellius; επι του πρωτου F, uulgo. 29. ουν] scriptum manu 1 F.

ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν περὶ μὲν τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν περιγεγραμμένον, ἐν δὲ τῇ μείζονι ἐγγεγραμμένον. ὅτι δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, οὕτως δειχθήσεται. ἔστω γὰρ ἡ $K\Delta$ διάμετρος κύκλου τινὸς τῶν ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ τῶν K, Δ σημείων ὄντων, καθ' ἃ ἅπτονται τοῦ $AB\Gamma\Delta$ κύκλου αἱ πλευραὶ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου. διῃρημένης δὴ τῆς σφαίρας ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὴν $K\Delta$ ὀρθοῦ πρὸς τὸν $AB\Gamma\Delta$ κύκλον καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν διαιρεθήσεται ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου. καὶ φανερόν, ὅτι τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσιν ἐν ἐπιπέδῳ· ἀμφοτέρων γὰρ τῶν ἐπιπέδων πέρας ἐστὶν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια τοῦ περὶ διάμετρον τὴν $K\Delta$ ὀρθοῦ πρὸς τὸν $AB\Gamma\Delta$ κύκλον· καί εἰσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ περιλαμβάνεται ἡ ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἐπιφανείας καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης. ἐλάσσων οὖν ἐστιν ἡ περιλαμβανομένη τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν. ὁμοίως δὲ καὶ ἡ τοῦ λοιποῦ τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια ἐλάσσων ἐστὶν τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ ὅλη ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν.

κθ.

Τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου

5. ἡ] οι F. 7. αἱ πλευραί] scripsi; cfr. p. 120, lin. 14;

m autem figurae circumscriptae maiorem esse su- icie sphaerae, sic demonstrabitur. sit enim linea diametrus circuli alicuius in sphaera minore de- pti, contingentibus lateribus polygoni circumscripti ulum $AB\Gamma\Delta$ in punctis K, Δ. diuisa igitur sphaera in linea $K\Delta$ ad circulum $AB\Gamma\Delta$ perpendiculari ito, etiam superficies figurae circum sphaeram cir- scriptae eodem plano diuidetur. et adparet, [super- s sphaerae et figurae] eosdem terminos in plano no (utraque enim superficies[1]) terminum habet itam circuli circum diametrum $K\Gamma$ ad circulum $\Gamma\Delta$ perpendicularis descripti), et utraque in eandem tem caua est, et altera superficies ab altera et eosdem terminos habenti comprehenditur. minor ur est superficies comprehensa segmenti sphaerae rficie figurae circum id circumscriptae [λαμβ. 4 10]. eodem modo etiam superficies reliqui sphae- segmenti minor est superficie figurae circum id mscriptae. adparet igitur, etiam totam super- m sphaerae minorem esse superficie figurae cir- eam circumscriptae.

XXIX.

Superficiei figurae circum sphaeram circumscriptae alis est circulus, cuius radius quadratus aequalis

1) Debebat esse ἐπιφανειῶν pro ἐπιπέδων lin. 13. sed haec demonstratio tam neglegenter scripta est, ut Archi- abiudicanda esse uideatur. fortasse hoc tantum addidis- in. 2: καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

πλευραί ed. Basil., Torellius; „duo latera" Cr.; om. F, 27. κη' F.

ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου οὔσαις παρά τινα τῶν ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινουσῶν. τὸ γὰρ περιγεγραμμένον περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν ἐγγέγραπται εἰς τὴν μείζονα σφαῖραν· τοῦ δὲ ἐγγεγραμμένου ἐν τῇ σφαίρᾳ περιεχομένου ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν δέδεικται, ὅτι τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶν ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου οὔσαις παρά τινα τῶν ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑποτεινουσῶν. δῆλον οὖν ἐστι τὸ προειρημένον.

λ.

Τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὴν σφαῖραν ἡ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶν ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

ἔστω γὰρ ἥ τε σφαῖρα καὶ ὁ κύκλος καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον προκειμένοις· καὶ ὁ Λ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ ἔστω τοῦ προκειμένου περιγεγραμμένου περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν.

ἐπεὶ οὖν ἐν τῷ $EZH\Theta$ κύκλῳ πολύγωνον ἰσόπλευρον ἐγγέγραπται καὶ ἀρτιογώνιον, αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς τοῦ πολυγώνου πλευρὰς παράλληλοι οὖσαι τῇ $Z\Theta$ πρὸς τὴν $Z\Theta$ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσιν, ὃν ἡ ΘK πρὸς KZ. ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ περιεχόμενον σχῆμα

2. In syllaba γνυ- υ supra scriptum est in F, manu 1. 8. της επιφανειας F; corr. ed. Basil. 11. ζευ supra scriptum manu 1 F. 14. κθ' F. 23. αρτιογωνιον expuncto ι F(?). 24. πλευράς] γωνίας Torellius. 25. $Z\Theta$] scripsi; ZE FBC*;

rectangulo, quod continetur uno latere polygoni inea aequali omnibus lineis angulos polygoni iunibus parallelis lineae sub duo latera polygoni subnti.

igura enim circum sphaeram minorem circumpta sphaerae maiori inscripta est [prop. 28]. et onstratum est, superficiei figurae sphaerae inptae per superficies conicas comprehensae aequaesse conum, cuius radius quadratus aequalis sit ngulo, quod contineatur uno latere polygoni et aequali omnibus lineis angulos polygoni iungens parallelis lineae sub duo latera subtendenti [prop. constat igitur, quod supra dictum est.

XXX.

Superficies figurae circum sphaeram circumscriptae or est quam quadruplo maior circulo maximo aerae.

sit enim et sphaera et circulus et cetera eadem, e antea posuimus; et circulus $\varLambda$ aequalis sit superi figurae datae circum sphaeram minorem circumiptae.

quoniam igitur circulo $EZH\Theta$ polygonum inscripa est aequilaterum, cuius anguli pares sunt numero, ae angulos[1]) polygoni coniungentes lineae $Z\Theta$ allelae ad lineam $Z\Theta$ eandem rationem habent, am ΘK ad KZ [prop. 21]. itaque rectangulum,

1) U. p. 97 not. 1.

 ed. Basil., Torellius. $Z\Theta$] ZE F; corr. ed. Basil.* 26.] $K\Theta$ B man. 2, ed. Basil., Torellius.

ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ΖΘΚ. ὥστε ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Λ κύκλου ἴσον δύναται τῷ ὑπὸ ΖΘΚ. μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Λ κύκλου τῆς ΘΚ· ἡ δὲ ΘΚ ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου [διπλασία γάρ ἐστιν τῆς ΧΣ οὔσης ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου]. δῆλον οὖν, ὅτι μείζων ἐστὶν ἢ τετραπλάσιος ὁ Λ κύκλος, τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

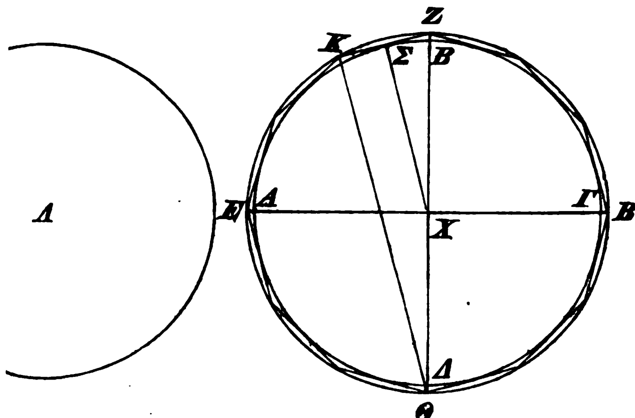
λα′.

Τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

τὸ γὰρ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν ἐγγέγραπται ἐν τῇ μείζονι σφαίρᾳ. τῷ δὲ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν κωνικῶν

1. ἴσης] om. F; corr. B, Torellius. 3. ΖΘΚ] ΖΘ, ΘΚ Torellius. 4. ΖΘΚ] ΖΘ, ΘΚ Torellius. 12. λα′ om. F.

continetur uno latere polygoni et linea aequali
us lineis angulos polygoni iungentibus
$= Z\Theta \times \Theta K$ [Eucl. VI, 16].
radius circuli $\varLambda$ quadratus aequalis est $Z\Theta \times \Theta K$



29]. itaque radius circuli $\varLambda > \Theta K$.[1]) sed linea
equalis est diametro circuli $AB\Gamma\varDelta$ [u. Eutocius].
et igitur, circulum $\varLambda$, h. e. superficiem figurae
n sphaeram minorem circumscriptae, maiorem esse
quadruplo maiorem circulo maximo sphaerae.[2])

XXXI.

igurae circum sphaeram minorem circumscriptae
ılis est conus basim habens circulum superficiei
ıe aequalem, altitudinem autem aequalem radio
erae.

am figura circum sphaeram minorem circumscripta
erae maiori inscripta est. sed demonstratum est,

1) Quia $Z\Theta > \Theta K$ [Eucl. III, 15].
2) Eucl. XII, 2; cfr. prop. 25 p. 112.

ἐπιφανειῶν δέδεικται ἴσος κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ. αὕτη δέ ἐστιν ἴση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας. δῆλον οὖν ἐστι τὸ προτεθέν.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἐκ τούτου δὲ φανερόν, ὅτι τὸ σχῆμα τὸ περιγραφόμενον περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν μεῖζόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. ἐπειδὴ γὰρ ἴσος ἐστὶ τῷ σχήματι κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ ὕψος δὲ ἴσον [τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ, τουτέστιν] τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας, ἔστι δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν μείζων ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, μεῖζον ἄρα ἢ τετραπλάσιον ἔσται τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὴν σφαῖραν τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν μέγιστον κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, ἐπειδὴ καὶ ὁ κῶνος ὁ ἴσος αὐτῷ μείζων ἢ τετραπλάσιος γίνεται τοῦ εἰρημένου κώνου [βάσιν τε γὰρ μείζονα ἢ τετραπλασίαν ἔχει καὶ ὕψος ἴσον].

7. πόρισμα] mg. ⊓ F; λγ' Torellius. 10. τόν] addidi; om. F, uulgo. 16. ελασσωνος F. 19. μειζων F; corr. BC. 21. τοῦ βάσιν] τοῦ addidi; om. F, uulgo.

e inscriptae per superficies conicas comprehensae lem esse conum basim habentem circulum aequa- uperficiei figurae, altitudinem autem aequalem a centro sphaerae ad latus polygoni perpen- ri ductae [prop. 26]. haec autem aequalis est sphaerae minoris. itaque constat propositum.

COROLLARIUM.

inc autem adparet, figuram circum sphaeram mi- ı circumscriptam maiorem esse quam quadruplo em cono basim habenti circulum maximum sphae- altitudinem autem radium sphaerae. nam quo- figurae aequalis est conus basim habens super- eius aequalem, altitudinem autem aequalem [lineae tro sphaerae ad latus aliquod polygoni perpen- ari ductae, h. e.] radio minoris sphaerae [prop. 31], ficies autem figurae circum sphaeram circumscrip- maior quam quadruplo maior circulo maximo erae [prop. 30], erit igitur figura circum sphae- circumscripta maior quam quadruplo maior cono n habenti circulum maximum, altitudinem autem um sphaerae, quoniam etiam conus ei aequalis r est quam quadruplo maior cono, quem comme- uimus [basim enim maiorem habet quam qua- lo maiorem et altitudinem aequalem] [λῆμμ. 1 0].[1])

---

1) Hic quoque quaedam subditiua esse uidentur; maxime a lin. 14: τῇ ἀπὸ τοῦ — 16: τουτέστιν et finis ex ἐπειδή 22 suspecta sunt. u. Neue Jahrb. Suppl. XI p. 389. for- e omnia uerba ex lin. 12: ἐπειδή usque ad finem delenda .

λβ'.

Ἐὰν ᾖ ἐν σφαίρᾳ σχῆμα ἐγγεγραμμένον καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ὑπὸ ὁμοίων πολυγώνων τὸν αὐτὸν τρόπον τοῖς πρότερον κατεσκευασμένα, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐπιφάνειαν διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου περὶ τὸν μέγιστον κύκλον πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου ἐν τῷ αὐτῷ κύκλῳ. αὐτὸ δὲ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

ἔστω ἐν σφαίρᾳ κύκλος ὁ $AB\Gamma\Delta$, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸν πολύγωνον ἰσόπλευρον, τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος· καὶ ἄλλο περιγεγράφθω περὶ τὸν κύκλον ὅμοιον τῷ ἐγγεγραμμένῳ, αἱ δὲ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευραὶ ἐπιψαυέτωσαν τοῦ κύκλου κατὰ μέσα τῶν περιφερειῶν τῶν ἀποτεμνομένων ὑπὸ τῶν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου πλευρῶν. αἱ δὲ EH, $Z\Theta$ διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἔστωσαν ἀλλήλαις τοῦ κύκλου τοῦ περιλαμβάνοντος τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον καὶ ὁμοίως κείμεναι ταῖς $A\Gamma$, $B\Delta$ διαμέτροις. καὶ νοείσθωσαν ἐπιζευγνύμεναι ἐπὶ τὰς ἀπεναντίον γωνίας τοῦ πολυγώνου, αἳ γίγνονται ἀλλήλαις τε καὶ τῇ $ZB\Delta\Theta$ παράλληλοι. μενούσης δὴ τῆς EH διαμέτρου καὶ περιενεχθεισῶν τῶν περιμέτρων τῶν πολυγώνων περὶ τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον σχῆμα

---

1. λβ'] λ' F. 4. *κατεσκευασμένα*] censor Ienensis; *κατεσκευασμενοις* F, uulgo. 10. *τὸ ἐγγεγραμμένον*] om. F, uulgo*; habent Cr., ed. Basil., Torellius. 16. *αἱ*] *επι* F; corr. Torellius.

XXXII.

sphaerae alia figura inscripta, alia circumscripta lygonis similibus eodem modo, quo supra, effectae, ficies figurae circumscriptae ad superficiem inae duplicem rationem habet, quam latus polygoni n circulum maximum circumscripti ad latus poi eidem circulo inscripti. figura autem ipsa circripta ad figuram inscriptam habet rationem tri, quam eadem ratio est.

in sphaera circulus [maximus][1]) $AB\Gamma\Delta$, et ei batur polygonum aequilaterum, cuius laterum rus per quattuor diuidi possit. et aliud circum um circumscribatur inscripto simile. et latera oni circumscripti circulum contingant in punctis arcuum a lateribus polygoni inscripti abscislineae autem EH, $Z\Theta$ diametri inter se perculares circuli polygonum circumscriptum comndentis sint et similiter positae $A\Gamma$, $B\Delta$ diais. et fingantur lineae ad angulos inter se opposiolygoni ductae, quae et inter se et lineae $ZB\Delta\Theta$ lelae erunt. manente igitur diametro EH et netris polygonorum circum ambitum circuli cirolutis[2]) altera figura sphaerae inscripta, altera

1) Archimedes uix omiserat μέγιστος ante κύκλος lin. 12; uaest. Arch. p. 76. hoc ipsum uerbum addi uoluit Nizze.
2) Debebat esse lin. 26—27: μετὰ τῶν τῶν κύκλων περιῶν; sed non dubito illud neglegenter dictum transscriptori re.

λλήλαις] scripsi; αλληλοις F, uulgo. 24. $ZB\Delta\Theta$] Nizze; $\Theta\Delta$ F, uulgo. 27. περιφέρειαν] διάμετρον Nizze. ἐγμένον] Nizze; περιγεγραμμενον F, uulgo.

ἔσται ἐν τῇ σφαίρᾳ, τὸ δὲ περιγεγραμμένον. δεικτέον οὖν, ὅτι ἡ μὲν ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ, τὸ δὲ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

ἔστω γὰρ ὁ μὲν Μ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὴν σφαῖραν, ὁ δὲ Ν ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου. δύναται ἄρα τοῦ μὲν Μ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς ΕΛ καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου τοῦ περιγεγραμμένου, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν τὸ ὑπὸ τῆς ΑΚ καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας. καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ πολύγωνα, ὅμοια ἂν εἴη καὶ τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ τῶν εἰρημένων γραμμῶν [τουτέστι τῶν ἐπὶ τὰς γωνίας καὶ τῶν πλευρῶν τῶν πολυγώνων, ὥστε τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα, ὃν ἔχουσιν αἱ τῶν πολυγώνων πλευραὶ δυνάμει. ἀλλὰ καὶ ὃν ἔχει λόγον τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν εἰρημένων γραμμῶν, τοῦτον ἔχουσιν αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν Μ, Ν κύκλων πρὸς ἀλλήλας δυνάμει. ὥστε καὶ αἱ τῶν Μ, Ν διάμετροι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς τῶν πολυγώνων πλευραῖς. οἱ δὲ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους διπλασίονα λόγον ἔχουσιν τῶν διαμέτρων, οἵτινες ἴσοι εἰσὶν ταῖς ἐπιφανείαις τοῦ περιγεγραμμένου καὶ τοῦ ἐγγεγραμμένου]. δῆλον οὖν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου

---

1. περιγεγραμμένον] Nizze; εγγεγραμμενον F, uulgo. 13. τό] του per comp. F; corr. ed. Basil. 14. τάς γωνίας] τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου τοῦ ἐγγεγραμμένου ed. Basil., Torel-

nscripta erit. itaque demonstrandum est, superı figurae circumscriptae ad superficiem inscriptae habere rationem quam $EΛ^2 : ΛK^2$, figuram autem mscriptam [ad inscriptam][1]) eam, quam

$$EΛ^3 : ΛK^3.$$

it enim circulus M aequalis superficiei figurae m sphaeram circumscriptae, circulus autem N ılis superficiei figurae inscriptae. itaque radius li M quadratus aequalis est rectangulo, quod conur linea $EΛ$ et linea aequali omnibus lineis an- ; polygoni circumscripti iungentibus [prop. 29], ıs autem circuli N quadratus aequalis rectangulo, ! continetur linea $ΛK$ et linea aequali omnibus s angulos [polygoni inscripti][2]) iungentibus [prop. et quoniam similia sunt polygona, etiam rectan- comprehensa lineis, quas commemorauimus, simirunt.[3]) adparet igitur, superficiem figurae circum ıeram circumscriptae ad superficiem figurae sphaeinscriptae duplicem rationem habere, quam $EΛ$

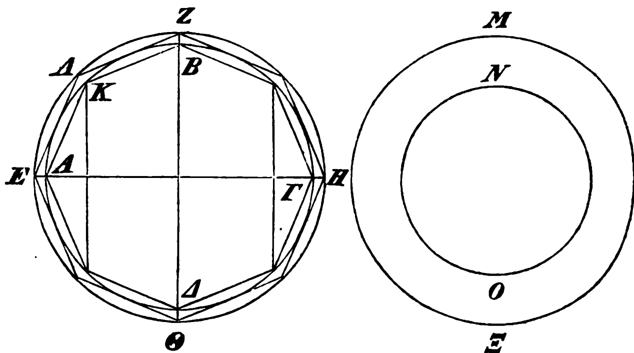
1) Fortasse addendum erat lin. 5: πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον; imedes certe haec uerba non omiserat.

2) Archimedes uix omiserat: τοῦ πολυγώνου τοῦ ἐγγεγραμ-ν lin. 14.

3) Nam triangula, in quae diuiduntur polygona similia, et similia erunt (Eucl. VI, 20). quare lineae angulos iunes, quae sibi respondent, eam habebunt rationem, quam ad $ΛK$ (Eucl. VI, 4); itaque etiam omnes lineae illae poni circumscripti ad omnes polygoni inscripti eandem ratio-ı habebunt (Eucl. V, 12); quare similia sunt rectangula illa ıl. VI def. 1), et eam rationem habebunt, quam $EΛ^2 : ΛK^2$ ıl. VI, 20).

; „inscriptae" Cr. 17. καί] ἤ F; corr. Torellius. τῶν ιρῶν] τας πλευρας per comp. F; corr. Torellius. 18. αλ-ς F; corr. ed. Basil.

σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ *ΕΛ* πρὸς *ΑΚ*. — εἰλήφθωσαν δὴ δύο κῶνοι οἱ *Ο*, *Ξ*, καὶ ἔστω ὁ μὲν *Ξ* κῶνος βάσιν ἔχων τὸν *Ξ* κύκλον



ἴσον τῷ *Μ*, ὁ δὲ *Ο* βάσιν ἔχων τὸν *Ο* κύκλον ἴσον τῷ *Ν*, ὕψος δὲ ὁ μὲν *Ξ* κῶνος τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, ὁ δὲ *Ο* τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν *ΑΚ* κάθετον ἠγμένην. ἴσος ἄρα ὁ μὲν *Ξ* κῶνος τῷ σχήματι τῷ περιγεγραμμένῳ περὶ τὴν σφαῖραν, ὁ δὲ *Ο* τῷ ἐγγεγραμμένῳ. δέδεικται γὰρ ταῦτα. καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ πολύγωνα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον η *ΕΛ* πρὸς *ΑΚ*, ὃν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὴν *ΑΚ* κάθετον ἀγομένην. τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ ὕψος τοῦ *Ξ* κώνου πρὸς τὸ ὕψος τοῦ *Ο* κώνου, ὃν ἡ *ΕΛ* πρὸς *ΑΚ*. ἔχει δὲ καὶ ἡ διάμετρος τοῦ *Μ* κύκλου πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ *Ν* κύκλου λόγον, ὃν ἔχει ἡ *ΕΛ* πρὸς *ΑΚ*. τῶν ἄρα *Ξ*, *Ο* κώνων αἱ διάμετροι τῶν βάσεων τοῖς ὕψεσι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον [ὅμοιοι ἄρα εἰσίν], καὶ διὰ τοῦτο τριπλασίονα λόγον ἕξει ὁ *Ξ* κῶνος πρὸς τὸν

3. *Ξ* κύκλον] *Ξ* om. Torellius. 4. *Ο*] *Β* F. *Ο* κύκλον]

IK [h. e. quam latus polygoni circumscripti ad inscripti].[1])

umantur porro duo coni *O*, *Ξ*, et conus *Ξ* basim at *Ξ* circulum circulo *M* aequalem, *O* autem conus lum *O* circulo *N* aequalem; altitudinem autem s *Ξ* habeat radium sphaerae, conus autem *O* li- a centro ad lineam *AK* perpendicularem ductam. e conus *Ξ* aequalis est figurae circum sphaeram mscriptae [prop. 31], *O* autem conus figurae in- tae [prop. 26]. haec enim demonstrata sunt. et iam polygona similia sunt [ex hypothesi], eandem t rationem *EA* ad *AK*, quam radius sphaerae ad m a centro sphaerae ad *AK* perpendicularem am.[2]) eandem igitur rationem habet altitudo coni *Ξ* ltitudinem coni *O*, quam *EA* ad *AK*. sed etiam dia- rus circuli *M* ad diametrum circuli *N* eam habet ratio- , quam *EA* ad *AK* [u. Eutocius]. itaque bases co- m *Ξ*, *O* eandem rationem habent, quam altitudines. iles igitur sunt] [λῆμμ. 5 p. 82]. quare conus *Ξ* conum *O* triplicem rationem habet, quam diametrus uli *M* ad diametrum circuli *N* [Eucl. XII, 12].

1) Nam circuli *M*, *N* eam habent rationem, quam diametri radii quadrati (Eucl. XII, 2), quae est $EA^2 : AK^2$, quia i quadrati aequales sunt rectangulis illis, de quibus u. p. 133, 3; sed ex hypothesi circulus *M* aequalis est superficiei rae circumscriptae, circulus *N* superficiei figurae inscriptae.

2) Quia triangula ad centra polygonorum similium posita psa similia sunt; tum u. Eucl. VI, 4.

m. Torellius. 9. γάρ] ουν F; corr. Torellius. 14. *O*] FC*. 19. τοῦτο] scripsi; το αυτο F, uulgo; αὐτό To- ius.

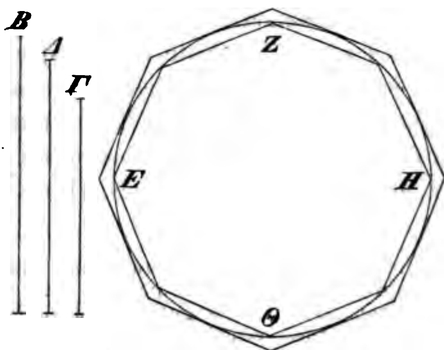
Ο κῶνον, ἥπερ ἡ διάμετρος τοῦ Μ κύκλου πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ Ν κύκλου. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον ἕξει, ἥπερ ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ.

λγ΄.

Πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ.

ἔστω γὰρ σφαῖρά τις, καὶ ἔστω τετραπλάσιος τοῦ μεγίστου κύκλου ὁ Α. λέγω, ὅτι ὁ Α ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

εἰ γὰρ μή, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. ἔστω πρότερον μείζων ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας τοῦ κύκλου. ἔστι δὴ δύο μεγέθη ἄνισα ἥ τε ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας καὶ ὁ Α κύκλος. δυνατὸν ἄρα ἐστὶ λαβεῖν δύο εὐθείας



ἀνίσους, ὥστε τὴν μείζονα πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας πρὸς τὸν κύκλον. εἰλήφθωσαν αἱ Β, Γ, καὶ τῶν Β,

---

5. λα΄ F; λε΄ Torellius. 8. ἔστω] ως F; corr. B. 12. πρότερον μείζων] προτερον μειζον F.

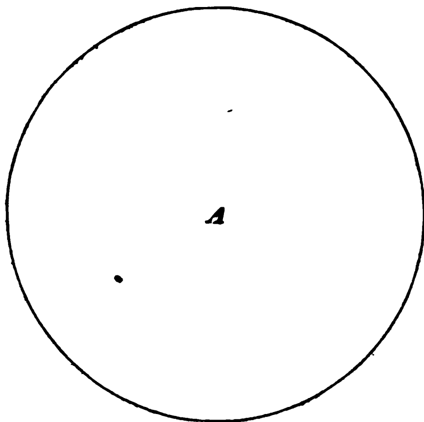
est igitur, etiam figuram circumscriptam ad figuram inscriptam triplicem rationem habituram esse, quam *EA* ad *AK*.[1])

XXXIII.

Cuiusuis sphaerae superficies quadruplo maior est circulo in ea maximo.[2])

Sit enim sphaera, et sit *A* circulus quadruplo maior circulo maximo. dico, circulum *A* aequalem esse superficiei sphaerae.

Si enim aequalis non est, aut maior aut minor est. sit superficies sphaerae maior circulo. duae igitur magnitudines inaequales sunt, superficies sphaerae et circulus *A*, fieri igitur potest, ut sumantur duae



lineae inaequales, ita ut maior linea ad minorem rationem habeat minorem, quam superficies sphaerae ad circulum [prop. 2]. sumantur lineae *B*, *Γ*, et inter

1) Quia ex hypothesi coni *Ξ*, *O* figuris aequales sunt.
2) Cfr. Simplicius ad Aristot. IV p. 508, b; Pappus I p. 360.

Γ μέση ἀνάλογον ἔστω ἡ *Δ*. νοείσθω δὲ καὶ ἡ σφαῖρα ἐπιπέδῳ τετμημένη διὰ τοῦ κέντρου κατὰ τὸν *ΕΖΗΘ* κύκλον· νοείσθω δὲ καὶ εἰς τὸν κύκλον ἐγγεγραμμένον καὶ περιγεγραμμένον πολύγωνον, ὥστε ὅμοιον εἶναι τὸ περιγεγραμμένον τῷ ἐγγεγραμμένῳ πολυγώνῳ καὶ τὴν τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει ἡ *Β* πρὸς τὴν *Δ* [καὶ ὁ διπλάσιος ἄρα λόγος τοῦ διπλασίου λόγου ἐστὶν ἐλάσσων. καὶ τοῦ μὲν τῆς *Β* πρὸς *Δ* διπλάσιός ἐστιν ὁ τῆς *Β* πρὸς τὴν *Γ*, τοῦ δὲ τῆς πλευρᾶς τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου διπλάσιος ὁ τῆς ἐπιφανείας τοῦ περιγεγραμμένου στερεοῦ πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου]. ἡ ἐπιφάνεια ἄρα τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας πρὸς τὸν *Α* κύκλον· ὅπερ ἄτοπον. ἡ μὲν γὰρ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας μείζων ἐστίν, ἡ δὲ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος τοῦ *Α* κύκλου ἐλάσσων ἐστί [δέδεικται γὰρ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσων τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ ἢ τετραπλασία, τοῦ δὲ μεγίστου κύκλου τετραπλάσιός ἐστιν ὁ *Α* κύκλος]. οὐκ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας μείζων ἐστί τοῦ *Α* κύκλου. — λέγω δή, ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω. καὶ ὁμοίως εὑρήσθωσαν αἱ *Β*, *Γ* εὐθεῖαι, ὥστε τὴν *Β* πρὸς *Γ* ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει ὁ *Α* κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας, καὶ τῶν *Β*, *Γ* μέση ἀνάλογον ἡ *Δ*· καὶ ἐγγεγράφθω καὶ

4. εἶναι] per comp. in rasura F. 10. τοῦ δὲ τῆς] scripsi; της δε F, uulgo.

eas media proportionalis sit Δ linea. fingatur autem etiam sphaera per centrum secta per circulum $EZH\Theta$. fingatur autem etiam polygonum circulo inscriptum et aliud circumscriptum, ita ut polygonum circumscriptum inscripto simile sit, et latus polygoni circumscripti [ad latus inscripti][1]) minorem rationem habeat, quam B ad Δ [prop. 3]. quare[2]) superficies figurae circum sphaeram circumscriptae ad superficiem figurae inscriptae minorem rationem habet, quam superficies sphaerae ad circulum A. quod fieri non potest. nam superficies figurae circumscriptae maior est superficie sphaerae [prop. 28 p. 122], sed superficies figurae inscriptae minor est circulo A [prop. 25].[3]) itaque superficies sphaerae circulo A maior non est.

dico iam, ne minorem quidem eam esse. si enim fieri potest, minor sit. et ut supra inueniantur lineae B, Γ, ita ut B ad Γ minorem rationem habeat, quam circulus A ad superficiem sphaerae [prop. 2], et linea Δ media inter B, Γ proportionalis. et inscri-

---

1) Archimedes non omiserat: πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου lin. 6; sed cum haec omissio toties occurrat, satius duxi, hanc neglegentiam transscriptori tribuere, quam cum Nizzio haec uerba omnibus locis addere.

2) Nam latera polygonorum quadrata et eam habent rationem, quam $B^2 : \Delta^2$, h. e. quam $B : \Gamma$ (Eucl. VI, 20 πορ. 2), et eam, quam superficies figurarum (prop. 32). sed quibus hoc continetur, uerba lin. 7—13 fortasse subditiua sunt.

3) Repetitionem inutilem prop. 25 deleo (lin. 20—23).

περιγεγράφθω πάλιν, ὥστε τὴν τοῦ περιγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ τῆς Β πρὸς Δ [καὶ τὰ διπλάσια ἄρα]. ἡ ἐπιφάνεια ἄρα τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ Α κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας· ὅπερ ἄτοπον. ἡ μὲν γὰρ τοῦ περιγεγραμμένου ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τοῦ Α κύκλου, ἡ δὲ τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσων τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

οὐκ ἄρα οὐδὲ ἐλάσσων ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας τοῦ Α κύκλου. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ μείζων. ἡ ἄρα ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ἴση ἐστὶ τῷ Α κύκλῳ, τουτέστι τῷ τετραπλασίῳ τοῦ μεγίστου κύκλου.

λδ΄.

Πᾶσα σφαῖρα τετραπλασία ἐστὶ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

ἔστω γὰρ σφαῖρά τις, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ. εἰ οὖν μή ἐστιν ἡ σφαῖρα τετραπλασία τοῦ εἰρημένου κώνου, ἔστω, εἰ δυνατόν, μείζων ἢ τετραπλασία. ἔστω δὲ ὁ Ξ κῶνος βάσιν μὲν ἔχων τετραπλασίαν τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. μείζων οὖν ἐστιν ἡ σφαῖρα τοῦ Ξ κώνου. ἔσται δὴ δύο μεγέθη ἄνισα ἥ τε σφαῖρα καὶ ὁ κῶνος. δυνατὸν οὖν δύο εὐθείας λαβεῖν ἀνίσους ὥστε ἔχειν τὴν μείζονα πρὸς τὴν ἐλάσσονα ἐλάσσονα λό-

---

1. *πάλιν*] *πάλιν πολύγωνον* Torellius. *τήν*] *τὴν πλευράν* Torellius. 2. *τοῦ*] *το* F; corr. Torellius. 13. *λβ΄* F; *λϛ΄* Torellius. 19. *μειζον* F. 25. *ἐλάσσονα λόγον*] scripsi; *λόγον* F, uulgo; *λόγον ἐλάσσονα* B, ed. Basil., Torellius.

et circumscribatur rursus polygonum, ita ut la-ircumscripti [ad latus inscripti][1]) minorem ratio-habeat, quam B ad Δ [prop. 3]. itaque[2]) super-figurae circumscriptae ad superficiem inscriptae rem rationem habet, quam circulus A ad supèr-ı sphaerae. quod fieri non potest. nam super-figurae circumscriptae maior est circulo A [prop. sed superficies inscriptae minor est superficie ırae [prop. 23 p. 102].

ıaque ne minor quidem est superficies sphaerae lo A. demonstratum autem est, ne maiorem qui-eam esse. itaque superficies sphaerae aequalis est lό A, h. e. quadruplo maior circulo maximo.

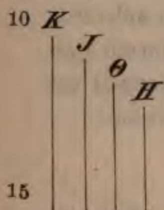
XXXIV.

uaeuis sphaera quadruplo maior est cono basim nti circulo maximo sphaerae aequalem, altitudi-autem radium sphaerae.[3])

it enim sphaera et in ea circulus maximus $AB\Gamma\Delta$. gitur sphaera quadruplo maior cono, quem com-ıorauimus, non est, sit, si fieri potest, maior quam İruplo maior. conus autem Ξ basim habeat qua-plo maiorem circulo $AB\Gamma\Delta$, altitudinem autem o sphaerae aequalem. itaque sphaera maior est o Ξ. erunt igitur duae magnitudines inaequales, aera et conus. potest igitur fieri, ut sumantur duae

1) Cfr. not. 1, p. 139.
2) Sequitur ex Eucl. VI, 20 πόρ. 2 et prop. 32, ut not. 2, 39; sed uerba praecedentia lin. 2—3 hic quoque subditiua ;; nihil enim continent nisi neglegentem et imperfectam ificationem uerborum, quae not. 2, p. 139 damnaui.
3) Cfr. Pappus I p. 360.

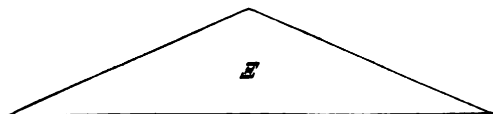
γου τοῦ, ὃν ἔχει ἡ σφαῖρα πρὸς τὸν Ξ κῶνον. ἔστω οὖν αἱ Κ, Η, αἱ δὲ Ι, Θ εἰλημμέναι ὥστε τῷ ἴσῳ ἀλ λων ὑπερέχειν τὴν Κ τῆς Ι καὶ τὴν Ι τῆς Θ καὶ Θ τῆς Η. νοείσθω δὲ καὶ εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκ ἐγγεγραμμένον πολύγωνον, οὗ τὸ πλῆθος τῶν πλ ρῶν μετρείσθω ὑπὸ τετράδος, καὶ ἄλλο περιγεγρ μένον ὅμοιον τῷ ἐγγεγραμμένῳ, καθάπερ ἐπὶ τῶν π τερον· ἡ δὲ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλε πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγρ μένου ἐλάσσονα λό ἐχέτω τοῦ, ὃν ἔχει πρὸς Ι. καὶ ἔστω αἱ ΑΓ, ΒΔ διάμετ πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλ εἰ οὖν μενούσης ΑΓ διαμέτρου π ενεχθείη τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ τὰ πολύγωνα, ἔσ σχήματα τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον ἐν τῇ σφαίρᾳ, δὲ περιγεγραμμένον, καὶ ἕξει τὸ περιγεγραμμέ πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον, ἤπερ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγρ μένου εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον. ἡ δὲ πλευρὰ π τὴν πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Κ π τὴν Ι· ὥστε τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον ἐλάσσ λόγον ἔχει ἢ τριπλασίονα τοῦ Κ πρὸς Ι. ἔχει δὲ ἡ Κ πρὸς Η μείζονα λόγον ἢ τριπλάσιον τοῦ, ὃν ἡ Κ πρὸς Ι [τοῦτο γὰρ φανερὸν διὰ λημμάτ πολλῷ ἄρα τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσ





3. Θ] Η F. 13. ΑΒ, ΓΔ F. Litteras in circulo po et polygona om. F. 18. σχήματα] scripsi; το σχημα F, uu 27. διαλλημματων F.

ɜ inaequales, ita ut maior linea ad minorem ram habeat minorem, quam sphaera ad conum Ξ ᴌ 2]. sint igitur lineae *K*, *H*, et lineae *I*, *Θ* ita ntur, ut aequali spatio excedat *K* linea lineam *I*, eam *Θ*, *Θ* lineam *H*. fingatur autem etiam cir- *ΑΒΓΔ* polygonum inscriptum, cuius laterum rus per quattuor diuidi possit, et aliud circumtum inscripto simile, sicut antea. et latus poly- circumscripti ad latus inscripti minorem rationem



at, quam *K* : *I* [prop. 3]. et sint diametri *ΑΓ*, inter se perpendiculares. si igitur manente diao *ΑΓ* circumuoluitur[1]) planum, in quo sunt pona, orientur figurae, altera sphaerae inscripta, altera mscripta, et habebit figura circumscripta ad intam triplicem rationem, quam latus polygoni cirscripti ad latus inscripti circulo *ΑΒΓΔ* [prop. 32]. latera minorem habent rationem quam *K* : *I* [ex othesi]. quare figura circumscripta [ad inscriptam][2]) orem rationem habet quam $K^3 : I^3$. sed etiam $H > K^3 : I^3$ [u. Eutocius]. itaque figura circumpta ad inscriptam multo minorem rationem habet,

1) Optatiuus περιενεχθείη posterioris temporis scriptoribus or fortasse transscriptori debetur, cum Archimedes scripsisεἴ κα — περιενεχθῇ.

2) U. p. 139 not. 1.

λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ Κ πρὸς Η. ἡ δὲ Κ πρὸς Η ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ σφαῖρα πρὸς τὸν Ξ κῶνον· καὶ ἐναλλάξ· ὅπερ ἀδύνατον. τὸ γὰρ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον μεῖζόν ἐστι τῆς σφαίρας, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον ἔλασσον τοῦ Ξ κώνου [διότι ὁ μὲν Ξ κῶνος τετραπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ ΑΒΓΔ κύκλῳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσον τοῦ εἰρημένου κώνου ἢ τετραπλάσιον]. οὐκ ἄρα μείζων ἢ τετραπλασία ἡ σφαῖρα τοῦ εἰρημένου. — ἔστω δή, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων ἢ τετραπλασία· ὥστε ἐλάσσων ἐστὶν ἡ σφαῖρα τοῦ Ξ κώνου. εἰλήφθωσαν δὴ αἱ Κ, Η εὐθεῖαι, ὥστε τὴν Κ μείζονα εἶναι τῆς Η καὶ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν πρὸς αὐτὴν τοῦ, ὃν ἔχει ὁ Ξ κῶνος πρὸς τὴν σφαῖραν. καὶ αἱ Θ, Ι ἐκκείσθωσαν, καθὼς πρότερον, καὶ εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον νοείσθω πολύγωνον ἐγγεγραμμένον καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε τὴν πλευρὰν τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἤπερ ἡ Κ πρὸς Ι· καὶ τὰ ἄλλα κατεσκευάσθω τὸν αὐτὸν τρόπον τοῖς πρότερον. ἕξει ἄρα καὶ τὸ περιγεγραμμένον στερεὸν σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον, ἤπερ ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν ΑΒΓΔ κύκλον πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου. ἡ δὲ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Κ πρὸς Ι. ἕξει οὖν τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἢ τριπλάσιον τοῦ, ὃν ἔχει ἡ Κ πρὸς τὴν Ι. ἡ δὲ Κ πρὸς τὴν Η μεί-

10. εἰρημένου] εἰρημένου κώνου? δὴ εἰ] scripsi; η F; εἰ uulgo. 20. κατεσκευάσθω] scripsi; κατεσκευ F, manus 2 stellulam adposuit et mg. scripsit ασμενα; κατεσκευασμένα

n $K:H$; sed K ad H minorem rationem habet, i sphaera ad conum Ξ [ex hypothesi] [quare figura mscripta ad inscriptam minorem rationem habet, n sphaera ad conum Ξ]. et uicissim [figura cir-scripta ad sphaeram minorem rationem habet, quam a inscripta ad conum]. quod fieri non potest. figura circumscripta maior est sphaera [prop. 28 22], sed inscripta minor cono Ξ [prop. 27]. itaque era maior non est quam quadruplo maior [cono], n commemorauimus.

am, si fieri potest, minor sit quam quadruplo or. sphaera igitur minor est cono Ξ. sumantur ır lineae K, H, ita ut K linea maior sit linea H ninorem ad eam rationem habeat, quam conus Ξ sphaeram [prop. 2]. et ponantur lineae Θ, I, ut ta [p. 142, 2]. et fingatur polygonum circulo $AB\Gamma\Delta$ riptum et aliud circumscriptum, ita ut latus poly-i circumscripti ad latus inscripti minorem rationem eat, quam $K:I$. et cetera eodem modo, quo antea, iparentur. habebit igitur etiam[1]) figura solida cir-ascripta ad inscriptam rationem triplicem, quam ıs figurae circum $AB\Gamma\Delta$ circumscriptae ad latus criptae [prop. 32]. sed latera minorem rationem ɔent, quam $K:I$ [ex hypothesi]. habebit igitur ıra circumscripta ad inscriptam minorem rationem, ım $K^3:I^3$. sed $K:H > K^3:I^3$ [u. Eutocius]. quare ıra circumscripta ad inscriptam minorem rationem

1) καί lin. 21 uidetur significare: nunc quoque, ut antea.

lgo. 28. πρὸς τὴν I· ἡ δὲ K] om. F; corr. ed. Basil. et man. 2.

ζονα λόγον ἔχει ἢ τριπλάσιον τοῦ, ὃν ἔχει ἡ Κ πρὸς τὴν Ι· ὥστε ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἢ ἡ Κ πρὸς τὴν Η. ἡ δὲ Κ πρὸς τὴν Η ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ Ξ κῶνος πρὸς τὴν σφαῖραν· ὅπερ ἀδύνατον. τὸ μὲν γὰρ ἐγγεγραμμένον ἔλασσόν ἐστι τῆς σφαίρας, τὸ δὲ περιγεγραμμένον μεῖζον τοῦ Ξ κώνου. οὐκ ἄρα οὐδὲ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλασία ἡ σφαῖρα τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ ΑΒΓΔ κύκλῳ, ὕψος δὲ τὴν ἴσην τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας· ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ μείζων· τετραπλασία ἄρα.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Προδεδειγμένων δὲ τούτων φανερόν, ὅτι πᾶς κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας, καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ μετὰ τῶν βάσεων ἡμιολία τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

ὁ μὲν γὰρ κύλινδρος ὁ προειρημένος ἑξαπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὴν αὐτήν, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ἡ δὲ σφαῖρα δέδεικται τοῦ αὐτοῦ κώνου τετραπλασία οὖσα· δῆλον οὖν, ὅτι ὁ κύλινδρος ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας. πάλιν ἐπεὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῶν βάσεων ἴση δέδεικται κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέση ἀνάλογόν ἐστι τῆς τοῦ κυλίνδρου πλευρᾶς καὶ τῆς διαμέτρου τῆς βάσεως, τοῦ δὲ εἰρημένου κυλίνδρου τοῦ

---

3. Κ] ΗΚ F. 5. κονος F. 12. πόρισμα om. F; κζ΄ Torellius.

quam $K:H$. sed K ad H minorem rationem quam conus Ξ ad sphaeram [ex hypothesi] figura circumscripta ad inscriptam minorem m habet, quam conus Ξ ad sphaeram]. quod n potest. nam figura inscripta minor est sphaera 23 p. 102], sed figura circumscripta maior cono p. 31 πόρισμα p. 128]. itaque sphaera ne minor est quam quadruplo maior cono basim habenti m circulo $AB\Gamma\Delta$, altitudinem autem aequalem phaerae. demonstratum autem est, ne maiorem eam esse. itaque quadrupla est.

COROLLARIUM.[1])

s autem ante demonstratis adparet, quemuis rum basim habentem circulum maximum sphae- ltitudinem autem diametro sphaerae aequalem alterum esse sphaerae, et superficiem eius ses- ram superficiei sphaerae.

m cylindrus, quem commemorauimus, sexcuplus ni eandem basim habentis, altitudinem autem lem radio[2]); sed demonstratum est; sphaeram uplo maiorem esse eodem cono [prop. 34]. ad- igitur, cylindrum sphaerae sesquialterum esse. quoniam demonstratum est, superficiem cylindri r bases aequalem esse circulo, cuius radius media roportionalis inter latus cylindri et diametrum

---

1) Citatur ab Herone stereom. I, 1 (cfr. I, 8, 2), Proclo ad p. 71, 18, Simplicio ad Arist. IV p. 508, b. alio modo strat Pappus I p. 408.

2) Cylindrus enim triplo maior est cono, cuius basis est s maximus, altitudo autem diametrus sphaerae (Eucl. XII, d hic conus duplo maior est cono, cuius basis eadem itudo autem radius (λημμ. 1 p. 80).

περὶ τὴν σφαῖραν ἡ πλευρὰ ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τῆς βάσεως [δῆλον, ὅτι ἡ μέση αὐτῶν ἀνάλογον ἴση γίνεται τῇ διαμέτρῳ τῆς βάσεως], ὁ δὲ κύκλος ὁ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ἔχων ἴσην τῇ διαμέτρῳ τῆς βάσεως τετραπλάσιός ἐστι τῆς βάσεως, τουτέστι τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ἔσται ἄρα καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῶν βάσεων τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου. ὅλη ἄρα μετὰ τῶν βάσεων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἑξαπλασία ἔσται τοῦ μεγίστου κύκλου. ἔστιν δὲ καὶ ἡ τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου. ὅλη ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἡμιολία ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

λε′.

Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τμῆμα σφαίρας ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου ἐν τῷ τμήματι τοῦ μεγίστου κύκλου καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς παραλλήλοις τῇ βάσει τοῦ τμήματος σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς τοῦ τμήματος βάσεως.

ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ τμῆμα, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν AH κύκλος. ἐγγεγράφθω σχῆμα εἰς αὐτό, οἷον εἴρηται, περιεχόμενον ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν· καὶ μέγιστος κύκλος ὁ $AH\Theta$, καὶ ἀρτιόπλευρον πολύγωνον τὸ $A\Gamma E\Theta Z\Delta H$ χωρὶς τῆς AH πλευρᾶς· καὶ εἰλήφθω κύκλος ὁ Λ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ

2. γίνεται] γάρ per comp. F; corr. B. 5. τουτέστι] τῆς F; corr. Torellius. 13. λγ′ F; κη′ Torellius. 14. τμῆμα σφαίρας] scripsi; το τμημα της σφαιρας F, uulgo. 16. τῷ] το F. 25. τῷ] το F.

rop. 13], cylindri autem, quem commemoraui-haeram comprehendentis latus aequale est dia-basis [adparet[1]), lineam inter ea mediam pro-lem aequalem esse diametro basis (Eucl. VI, 16)], autem radium habens diametro basis aequalem lo maior est basi [Eucl. XII, 2], h. e. circulo sphaerae, erit igitur etiam superficies cylindri bases quadruplo maior circulo maximo. tota perficies cylindri una cum basibus sexcuplo rit circulo maximo. sed est etiam superficies e quadruplo maior circulo maximo [prop. 33]. tota superficies cylindri sesquialtera est super-phaerae.

XXXV.

perficies figurae segmento sphaerae inscriptae est circulo, cuius radius quadratus aequalis angulo, quod continetur uno latere polygoni ito circuli maximi inscripti et linea aequali s lineis basi segmenti parallelis una cum di-basi segmenti.

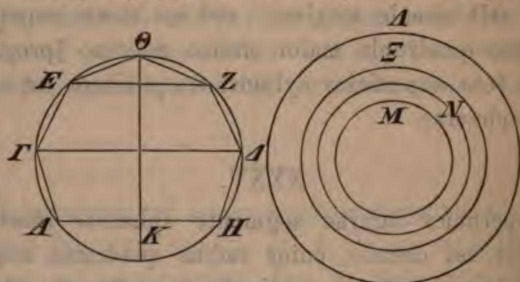
sphaera, et in ea segmentum, cuius basis cir-circum AH descriptus. inscribatur ei polygo-quale diximus, per superficies conicas compre-i. et circulus maximus sit $AH\Theta$, et $A\Gamma E\Theta Z\Delta H$ num [aequilaterum][2]), cuius latera paria sint

1) raue dicitur, inde quod superficies cylindri aequalis lo illi (ἐκεῖ p. 146, 23) colligi posse, mediam propor-diametro aequalem esse. itaque uerba δῆλον lin. 2—lin. 3 transscriptori tribui.

2) Hoc ab Archimede non praetermissum fuit (Quaest. Arch. Nizzius coniecit: ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόπλ.

περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς ΑΓ πλευρᾶς καὶ ὑπὸ πασ
τῶν ΕΖ, ΓΔ καὶ ἔτι τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως, το
ἐστι τῆς ΑΚ. δεικτέον, ὅτι ὁ κύκλος ἴσος ἐστὶ
τοῦ σχήματος ἐπιφανείᾳ.

εἰλήφθω γὰρ κύκλος ὁ Μ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρ
δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΕΘ πλευρᾶς
τῆς ἡμισείας τῆς ΕΖ. γίνεται δὴ ὁ Μ κύκλος ἴ
τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τ
ΕΖ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Θ σημεῖον. εἰλήφθω



καὶ ἄλλος ὁ Ν, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύνατ
τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς ΕΓ καὶ τῆς ἡμισείας συ
αμφοτέρου τῆς ΕΖ, ΓΔ. ἔσται οὖν οὗτος ἴσος
ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐ
πέδων τῶν κατὰ τὰς ΕΖ, ΓΔ. καὶ ἄλλος ὁμοίως
Ξ εἰλήφθω κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται
περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΑΓ καὶ τῆς ἡμισείας συ
αμφοτέρων τῶν ΓΔ, ΑΗ. καὶ αὐτὸς οὖν ἴσος ἐ
τῇ κωνικῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐ
πέδων τῶν κατὰ τὰς ΑΗ, ΓΔ. πάντες οὖν οἱ κύκ
ἴσοι ἔσονται τῇ ὅλῃ τοῦ σχήματος ἐπιφανείᾳ, καὶ
ἐκ τῶν κέντρων αὐτῶν ἴσον δυνήσονται τῷ περιε

3. δεικτέον οὖν ed. Basil., Torellius. ὁ Λ κύκλος

iero praeter latus AH. et sumatur circulus Λ, s radius quadratus aequalis sit rectangulo

$$A\Gamma \times (EZ + \Gamma\Delta + AK).$$

onstrandum est, circulum aequalem esse superi figurae.

sumatur enim circulus M, cuius radius quadratus ualis sit rectangulo $E\Theta \times \frac{1}{2} EZ$. itaque M circus aequalis est superficiei coni, cuius basis est circus circum EZ descriptus, uertex autem punctum Θ op. 14]. sumatur autem etiam alius circulus N, us radius quadratus aequalis sit rectangulo

$$E\Gamma \times \frac{1}{2} (EZ + \Gamma\Delta).$$

igitur aequalis erit superficiei coni, quae est inter na parallela in lineis EZ, $\Gamma\Delta$ posita [prop. 16]. eodem modo sumatur alius circulus Ξ, cuius radius idratus aequalis sit rectangulo

$$A\Gamma \times \frac{1}{2} (\Gamma\Delta + AH).$$

que et ipse aequalis est superficiei conicae, quae inter plana parallela in lineis AH, $\Gamma\Delta$ posita op. 16]. omnes igitur circuli aequales erunt toti perficiei figurae, et radii eorum quadrati aequales nt rectangulo $A\Gamma \times (EZ + \Gamma\Delta + AK)$.[1]) sed

1) Quia aequalia sunt latera polygoni $E\Theta$, $E\Gamma$, $A\Gamma$.

. Basil., Torellius. 7. γίνεται] per comp. F. 12. οὖν] iidi; om. F, uulgo. 20. αἱ] om. F; corr. ed. Basil.*

μένῳ ὑπὸ μιᾶς πλευρᾶς τῆς *ΑΓ* καὶ τῆς ἴσης ταῖς *ΕΖ*, *ΓΔ* καὶ τῇ ἡμισείᾳ τῆς βάσεως τῇ *ΑΚ*. ἐδύνατο δὲ καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ *Λ* κύκλου ἴσον τῷ αὐτῷ χωρίῳ. ὁ ἄρα *Λ* κύκλος ἴσος ἔσται τοῖς *Μ*, *Ν*, *Ξ* κύκλοις, ὥστε καὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος.

λϛʹ.

Τετμήσθω σφαῖρα μὴ διὰ τοῦ κέντρου ἐπιπέδῳ· καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ *ΑΕΖ* τέμνων πρὸς ὀρθὰς τὸ ἐπίπεδον τὸ τέμνον· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ *ΑΒΓ* τμῆμα πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόγωνον χωρὶς τῆς βάσεως τῆς *ΑΒ*. ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον, ἐὰν μενούσης τῆς *ΓΖ* περιενεχθῇ τὸ σχῆμα, αἱ μὲν *Δ*, *Ε*, *Α*, *Β* γωνίαι κατὰ κύκλων οἰσθήσονται, ὧν διάμετροι αἱ *ΔΕ*, *ΑΒ*, αἱ δὲ πλευραὶ τοῦ σχήματος κατὰ κωνικῆς ἐπιφανείας. καὶ ἔσται τὸ γενηθὲν σχῆμα στερεὸν ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον βάσιν μὲν ἔχον κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ *ΑΒ*, κορυφὴν δὲ τὸ *Γ*. ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον τὴν ἐπιφάνειαν ἐλάσσονα ἕξει τῆς τοῦ τμήματος ἐπιφανείας τοῦ περιλαμβάνοντος [τὸ γὰρ αὐτὸ πέρας αὐτῶν ἐστιν ἐν ἐπιπέδῳ τοῦ τε τμήματος καὶ τοῦ σχήματος ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου, οὗ διάμετρος ἡ *ΑΒ*, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι ἀμφότεραί εἰσιν αἱ ἐπιφάνειαι, καὶ περιλαμβάνεται ἡ ἑτέρα ὑπὸ τῆς ἑτέρας].

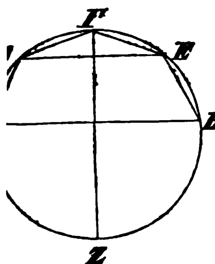
---

2. ἠδύνατο Torellius. 7. λδʹ F; λθʹ Torellius. 11. ἀρτιόπλευρον Riualtus, Torellius. 15. σχήματος] Barrowius; τμήματος F, uulgo. 18. εχων F. κορυφη F; corr. Barrowius.

radius circuli Λ quadratus eidem spatio aequalis [ex hypothesi]. itaque circulus Λ aequalis erit iis M, N, Ξ[1]); quare etiam superficiei figurae iptae aequalis erit.

XXXVI.

lecetur sphaera plano non per centrum posito, et sit circulus maximus AEZ planum secans perdicularicer secans. et inscribatur segmento $AB\Gamma$ ponum aequilaterum, cuius latera paria sint numero ter basim AB. si igitur, ut antea, manente linea ΓZ figura circumuoluitur, anguli Δ, E, A, B per circulos ferentur, quorum diametri erunt ΔE, AB, latera autem figurae per superficies conicas. et figura solida hoc modo orta, per superficies conicas comprehensa, basim habebit circulum, cuius diametrus AB, uerticem autem punctum Γ. itaque eodem lo, quo antea, superficiem habebit minorem superi segmenti comprehendentis [λαμβ. 4 p. 10].[2])



1) Ex Eucl. XII, 2; cfr. Quaest. Arch. p. 48.

2) In hac propositione praeter finem subditiuum alia quodeprehenduntur uestigia manus transscriptoris, uelut omisi uerbum ἔστω lin. 9; ἀρτιόγωνον lin. 11, quod alibi recte itur pro ἀρτιόπλευρον (Quaest. Arch. p. 76), sed hoc loco i non potest propter sequentia uerba χωρὶς τῆς βάσεως; νικῆς ἐπιφανείας lin. 16 pro κωνικῶν ἐπιφανειῶν; γενηθέν 16 (Quaest. Arch. p. 70). praeterea diserte dicendum erat, mentum $AB\Gamma$ minus hemisphaerio esse debere (Quaest. Arch. 73).

λζ΄.

Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐν τῷ τμήματι τῆς σφαίρας ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος.

ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ $ABEZ$· καὶ ἔστω τμῆμα ἐν τῇ σφαίρᾳ, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν AB, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τὸ εἰρημένον σχῆμα, καὶ ἐν τῷ τμήματι τοῦ κύκλου πολύγωνον· καὶ τὰ λοιπὰ τὰ αὐτά, διαμέτρου μὲν τῆς σφαίρας οὔσης τῆς $\Theta\Delta$, ἐπεζευγμένων δὲ τῶν ΔE, ΘA. καὶ ἔστω κύκλος ὁ M, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἔστω τῇ $A\Theta$. δεικτέον, ὅτι ὁ M κύκλος μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ σχήματος ἐπιφανείας.

ἡ γὰρ ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος δέδεικται ἴση οὖσα κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς $E\Theta$ καὶ τῶν EZ, $\Gamma\Delta$, KA. τὸ δὲ ὑπὸ τῆς $E\Theta$ καὶ τῶν EZ, $\Gamma\Delta$, KA δέδεικται ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν $E\Delta$, $K\Theta$ περιεχομένῳ· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν $E\Delta$, $K\Theta$ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς $A\Theta$ [καὶ γὰρ τοῦ ὑπὸ τῶν $\Delta\Theta$, $K\Theta$]. φανερὸν οὖν, ὅτι ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ὅς ἐστιν ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος,

1. λϛ΄ F; μ΄ Torellius. 7. $ABZE$ Torellius. 13. ἔστω] ωστε F; corr. B*. 25. ὑπό om. F; corr. ed. Basil. 26. τῶν

XXXVII.

Superficies figurae segmento sphaerae inscriptae minor est circulo, cuius radius aequalis est lineae a uertice segmenti ad ambitum ductae circuli, qui basis est segmenti.

sit sphaera, et in ea circulus maximus $ABEZ$, et in sphaera segmentum sit, cuius basis sit circulus circum diametrum AB descriptus, et ei inscribatur figura, quam commemorauimus [prop. 36], et segmento circuli polygonum. et cetera eodem modo comparentur[1]), ut linea ΘA diametrus sphaerae sit, et ducantur lineae AE, ΘA. et sit circulus M, cuius radius aequalis sit lineae $A\Theta$. demonstrandum est, circulum M maiorem esse superficie sphaerae.

nam demonstratum est, superficiem figurae aequalem esse circulo, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo $E\Theta \times (EZ + \Gamma\Delta + KA)$ [prop. 35]. et demonstratum est

$E\Theta \times (EZ + \Gamma\Delta + KA) = EA \times K\Theta$ [prop. 22; Eucl. VI, 16].[2])

sed $EA \times K\Theta < A\Theta^2$ [u. Eutocius].

adparet igitur, radium circuli, qui aequalis est super-

1) τὰ αὐτά lin. 11 sc. ἔστω.

2) U. Eutocius, ex cuius adnotatione comperimus, Archimedem lin. 19—20 scripsisse: ἀλλὰ τὸ ὑπὸ $E\Theta$, et lin. 22 uerbum περιεχομένῳ omisisse.

addidi; om. F, uulgo. $K\Theta$] ΘK ed. Basil., Torellius. Post hoc uerbum: ἴσον ὄντος τῷ ἀπὸ ΘA addunt ed. Basil., Torellius; om. F, uulgo.

ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ *Μ*. δῆλον ἄρα, ὅτι ὁ *Μ* κύκλος μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος.

λη'.

Τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμήματι ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον σὺν τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν τὴν αὐτὴν ἔχοντι τῷ σχήματι, κορυφὴν δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν ἔχοντι ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τῶν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ.

ἔστω γὰρ σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος, καὶ τμῆμα ἔλασσον ἡμικυκλίου τὸ *ΑΒΓ*, καὶ κέντρον τὸ *Ε*· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ *ΑΒΓ* τμῆμα πολύγωνον ἀρτιόπλευρον χωρὶς τῆς *ΑΓ* ὁμοίως τοῖς πρότερον, καὶ μενούσης τῆς *ΒΕ* περιενεχθεῖσα ἡ σφαῖρα ποιείτω σχῆμά τι ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν *ΑΓ* κῶνος ἀναγεγράφθω κορυφὴν ἔχων τὸ κέντρον. καὶ εἰλήφθω κῶνος ὁ *Κ* βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ *Ε* κέντρου ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ. δεικτέον, ὅτι ὁ *Κ* κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ τῷ *ΑΕΓ*.

---

2. *Μ*] *ΛΜ* F. 4. λς' F; μα' Torellius. 9. τῇ] Nizze; την F, uulgo. 21. τῇ] Nizze; την F, uulgo. 23. περιεχομένῳ] προειρημένῳ Nizze. σχήματι] τμηματι F; corr. ed. Basil.; „figurae dictae" Cr.

i figurae, minorem esse radio circuli *M*. itaque
itat, circulum *M* maiorem esse superficie figurae
el. XII, 2].[1])

XXXVIII.

Figura segmento[2]) inscripta per superficies conicas
nprehensa una cum cono basim eandem habenti,
m figura, uerticem autem centrum sphaerae aequa-
est cono basim habenti superficiei figurae aequa-
i, altitudinem autem lineae a centro sphaerae ad
is aliquod polygoni perpendiculari ductae aequalem.
sit enim sphaera, et in ea circulus maximus, et
mentum $AB\Gamma$ minus dimidia parte circuli, et cen-
m *E*. et segmento $AB\Gamma$ inscribatur polygonum
quilaterum][3]), cuius latera paria sint numero prae-
lineam $A\Gamma$, eodem modo, quo supra, et manente
ea *BE* circumuoluatur sphaera[4]) et efficiat figuram
r superficies conicas comprehensam, et in circulo
cum diametrum $A\Gamma$ descripto conus construatur
rticem habens centrum. et sumatur conus *K* basim
bens superficiei figurae aequalem, altitudinem autem
eae a centro *E* ad latus aliquod polygoni perpen-
eulari ductae. demonstrandum est, conum *K* aequa-
m esse figurae comprehensae[5]) una cum cono $AE\Gamma$.

---

1) In hac quoque propositione desideratur significatio, seg-
entum minus esse hemisphaerio; u. p. 153 not. 2.

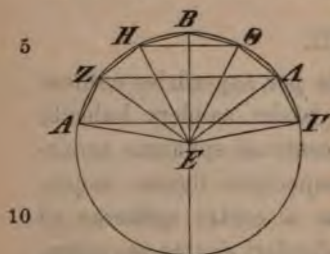
2) Sc. ἐλάσσονι ἡμισφαιρίου (u. lin. 13), quae uerba addi
oluit Nizzius; sed u. p. 153 not. 2.

3) Desideratur ante ἀρτιόπλευρον lin. 15: ἰσόπλευρόν τε καί,
uod coniectura addit Nizzius; sed u. p. 149 not. 2.

4) Debebat esse: περιενεχθεὶς ὁ κύκλος siue περιενεχθὲν
ὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ὅ τε κύκλος καὶ τὸ πολύγωνον (lin. 16).

5) περιεχομένῳ lin. 23 sc. ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν,

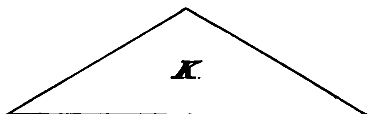
ἀναγεγράφθωσαν δὴ καὶ κῶνοι ἀπὸ τῶν κύκλω τῶν περὶ διαμέτρους τὰς ΘΗ, ΖΛ κορυφὴν ἔχοντε τὸ Ε σημεῖον. οὐκοῦν ὁ μὲν ΗΒΘΕ ῥόμβος στερεὸ



ἴσος ἐστὶ κώνῳ, οὗ ἡ μὲ βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανεί τοῦ ΗΒΘ κώνου, τὸ ὕψ δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τ ΗΒ ἀγομένῃ καθέτῳ. τὸ περίλειμμα τὸ περιεχόμενο ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΗΘ, ΖΛ καὶ τῶν κωνικῶ τῶν ΖΕΛ, ΗΕΘ ἴσον ἐστὶ κώνῳ, οὗ ἡ βάσις μὲ ἐστιν ἴση τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΗΘ, ΖΛ, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν ΖΗ καθέτῳ ἠγμένῃ. πάλιν τὸ περίλειμμα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΖΛ, ΑΓ καὶ τῶν κωνικῶν τῶν ΑΕΓ, ΖΕΛ ἴσον ἐστὶ κώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΖΛ, ΑΓ, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν ΖΑ καθέτῳ ἠγμένῃ. οἱ οὖν εἰρημένοι κῶνοι ἴσοι ἔσονται τῷ σχήματι μετὰ τοῦ ΑΕΓ κώνου καὶ ὕψος μὲν ἴσον ἔχουσιν τῇ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ, τὰς δ

1. δή] scripsi; δε F, uulgo. 2. τάς] της FC*. ΘΗ, ΖΛ] scripsi; $\overline{ΘΖ}$, $\overline{ΚΙ}$ FC*; ΗΘ, ΖΛ B* ed. Basil., Torellius. 3. οκουν F. 9. περιλεῖμμα] scripsi; περιλημμα F, uulgo. 13. ΖΕΔ F, corr. Torellius. ιση FBC*. 15. τῇ] την F. 16. περιλεῖμμα] scripsi; περιλημμα F, uulgo. 19. ΖΕΔ F, Δ in rasura. 23. μετά] scripsi; και μετα F, uulgo.

construantur igitur etiam in circulis circum diametros ΘH, $Z\Lambda$ descriptis coni uerticem habentes punctum E. itaque rhombus solidus $HB\Theta E$ aequalis est cono, cuius basis aequalis est superficiei coni $HB\Theta$, altitudo autem lineae ab E ad HB perpendiculari



ductae [prop. 18]. spatium autem relictum[1]) comprehensum per superficiem inter parallela plana in lineis $H\Theta$, $Z\Lambda$ posita et per superficies conicas $ZE\Lambda$, $HE\Theta$ aequale est cono, cuius basis aequalis est superficiei inter plana parallela in lineis $H\Theta$, $Z\Lambda$ posita, altitudo autem lineae ab E ad ZH perpendiculari ductae [prop. 20]. rursus spatium relictum[2]) comprehensum per superficiem inter plana parallela in lineis $Z\Lambda$, $\Lambda\Gamma$ posita et per superficies conicas $\Lambda E\Gamma$, $ZE\Lambda$ aequale est cono, cuius basis aequalis est superficiei inter plana parallela in lineis $Z\Lambda$, $\Lambda\Gamma$ posita, altitudo autem lineae ab E ad $Z\Lambda$ perpendiculari ductae [prop. 20]. coni igitur, quos commemorauimus, aequales erunt figurae una cum cono $\Lambda E\Gamma$ et altitudinem habent aequalem lineae ab E ad latus aliquod polygoni perpendiculari ductae, bases autem superficiei figurae

---

quod transscriptoris neglegentia omissum est, ut ἐπιφανειῶν post κωνικῶν p. 158 lin. 12, 19.

1) Productis lineis ZH, $\Theta\Lambda$, donec concurrunt, et subtracto rhombo his lineis productis et lineis HE, ΘE comprehenso.

2) Productis lineis $Z\Lambda$, $\Lambda\Gamma$, donec concurrunt, et subtracto rhombo his lineis productis et lineis ZE, $E\Lambda$ comprehenso.

βάσεις ἴσας τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΑΖΗΒΘΛΓ σχήματο ἔχει δὲ καὶ ὁ Κ κῶνος τὸ αὐτὸ ὕψος καὶ βάσιν ἴση τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ κῶνο τοῖς εἰρημένοις κώνοις. οἱ δὲ εἰρημένοι κῶνοι ἐδείθησαν ἴσοι τῷ σχήματι καὶ τῷ ΑΕΓ κώνῳ. καὶ Κ ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ τε σχήματι καὶ τῷ ΕΛΓ κών

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ὁ κῶνος ὁ βάσιν μ ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρε ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, ὕψ δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, μείζων ἐ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος σὺν τῷ κώνῳ. ὁ γ προειρημένος κῶνος μείζων ἐστὶ τοῦ κώνου τοῦ ἴσ τῷ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τ βάσιν τοῦ τμήματος, τὴν δὲ κορυφὴν πρὸς τῷ κέντρ τουτέστι τοῦ τὴν βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῇ ἐπιφ νείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ· ἥ τ γὰρ βάσις τῆς βάσεως μείζων ἐστί [δέδεικται γὰ τοῦτο], καὶ τὸ ὕψος τοῦ ὕψους.

λθ΄.

Ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓ καὶ τμῆμα ἔλασσον ἡμικυκλίου, ὃ ἀποτέμνει ἡ ΑΒ καὶ κέντρον τὸ Δ· καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ Δ ἐπ τὰ Α, Β ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΔΒ, καὶ περὶ τὸ

---

1. *ἴσας*] per comp. F. Θ om. F; corr. Torellius. 4. *κώ νοις* F. 7. *πόρισμα*] F mg. ⊓. 15. *τῷ βάσιν*] *του βασι* F; corr. B mg.*, ed. Basil. *ἔχοντι*] *εχοντος* F; corr. B mg.*, e

ΑΖΗΒΘΑΓ aequales. sed etiam *K* conus eandem altitudinem et basim superficiei figurae aequalem habet. itaque aequalis est conis, quos commemorauimus; hos autem figurae cum cono *ΑΕΓ* aequales esse, demonstratum est. itaque etiam conus *K* figurae et cono *ΕΑΓ* aequalis est.

COROLLARIUM.

Hinc iam adparet, conum basim habentem circulum, cuius radius aequalis sit lineae a uertice segmenti ad ambitum ductae circuli, qui basis sit segmenti, altitudo autem radio sphaerae aequalis, maiorem esse figura inscripta cum cono. ille enim conus maior est cono aequali figurae una cum cono basim habenti basim segmenti, uerticem autem ad centrum positum, h. e. cono basim habenti superficiei figurae aequalem, altitudinem autem aequalem lineae a centro ad latus aliquod polygoni perpendiculari ductae [prop. 38]. basis enim basi maior est[1]) [prop. 37], et altitudo altitudine.

XXXIX.

Sit sphaera, et in ea circulus maximus *ΑΒΓ*, et segmentum minus semicirculo linea *ΑΒ* abscisum, et centrum *Δ*. et a centro *Δ* ad *Α*, *Β* puncta ducantur *ΑΔ*, *ΔΒ*, et circum sectorem inde ortum circumscri-

1) δέδεικται γάρ τοῦτο lin. 21, quae uerba inter se coniuncta disiungunt, delenda censeo.

Basil. 17. τοῦ τήν] scripsi; την F, uulgo. 22. λζ' F, μβ' Torellius. 24. τμῆμα] scripsi; τετμήσθω F, uulgo; „et secetur in eo portio" Cr.

γενηθέντα τομέα περιγεγράφθω πολύγωνον καὶ περὶ αὐτὸ κύκλος. ἕξει δὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τῷ ΑΒΓ κύκλῳ. ἐὰν δὴ μενούσης τῆς ΕΚ περιενεχθὲν τὸ πολύγωνον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὁ περιγεγραμμένος κύκλος κατὰ ἐπιφανείας οἰσθήσεται σφαίρας, καὶ αἱ γωνίαι τοῦ πολυγώνου κύκλους γράψουσιν, ὧν αἱ διάμετροι ἐπιζευγνύουσιν τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου οὖσαι παράλληλοι τῇ ΑΒ· τὰ δὲ σημεῖα, καθ' ἃ ἅπτονται τοῦ ἐλάσσονος κύκλου αἱ τοῦ πολυγώνου πλευραί, κύκλους γράφουσιν ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ, ὧν διάμετροι ἔσονται αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς ἁφὰς παράλληλοι οὖσαι τῇ ΑΒ· αἱ δὲ πλευραὶ κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται, καὶ ἔσται τι περιγραφὲν σχῆμα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν ΖΗ κύκλος· ἡ δὴ τοῦ εἰρημένου σχήματος ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ ἐλάσσονος τμήματος ἐπιφανείας, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν ΑΒ κύκλος.

ἤχθωσαν γὰρ ἐφαπτόμεναι αἱ ΑΜ, ΒΝ. κατὰ κωνικῆς ἄρα ἐπιφανείας οἰσθήσονται, καὶ τὸ σχῆμα τὸ γενηθὲν ὑπὸ τοῦ πολυγώνου τοῦ ΑΜΘΕΛΝΒ μείζονα ἕξει τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ κύκλος [πέρας γὰρ ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ τὸ αὐτὸ ἔχουσιν τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ κύκλον, καὶ περιλαμβάνεται τὸ τμῆμα ὑπὸ τοῦ σχήματος]. ἀλλ' ἡ γεγενημένη ὑπὸ τῶν ΖΜ, ΗΝ ἐπιφάνεια κώνου μείζων ἐστὶ τῆς γεγενημένης

1. *γεννηθεντα* F; corr. Torellius. 11. *επιγνυουσαι* F. 13. *τι*] scripsi; *το* F, uulgo. 14. *κονικων* F. 15. *δή*] scripsi; *δε* F, uulgo. 20. *Λ* om. F, corr. Torellius. 21. *ἕξει μείζονα* ed. Basil., Torellius. 22. *κύκλος ἐστί* ed. Basil., Torellius. 23. *τὸ αὐτό*] scripsi; *τω αυτω* F, uulgo. 25. *γεγενημένη*] primum *ε* suprascriptum manu 1 F.

ır polygonum [aequilaterum, cuius latera paria sint
ıero][1]), et circum id circulus. is igitur idem cen-
a habebit, quod circulus $AB\Gamma$ [u. Eutocius]. iam
ıanente linea EK polygonum circumuolutum in
lem locum restituitur, circulus circumscriptus per
ırficiem sphaerae feretur, et anguli polygoni circu-
describent, quorum diametri angulos polygoni iun-
t parallelae lineae AB. sed puncta, in quibus la-
ı polygoni circulum minorem contingunt, circulos
ribunt in sphaera minore, quorum diametri erunt
ae puncta contactus iungentes parallelae lineae AB.
ra autem per superficies conicas ferentur, et orietur
ra circumscripta per superficies conicas compre-
ısa, cuius basis erit circulus circum ZH descriptus.
: igitur superficies huius figurae maior superficie
menti minoris, cuius basis est circulus circum AB
ıam descriptus.

ducantur enim contingentes lineae AM, BN. ita-
ı per superficiem conicam ferentur, et figura ex po-
ȝono $AM\Theta EANB$ orta habebit superficiem ma-
em segmento sphaerae, cuius basis est circulus
cum AB lineam descriptus [λαμβ. 4 p. 10].

sed superficies conica ex lineis ZM, HN orta

1) Archimedes uix omiserat: ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόπλευ-
ν lin. 1.

ὑπὸ τῶν *ΜΑ*, *ΝΒ*· ἡ μὲν γὰρ *ΖΜ* τῆς *ΜΑ* μείζων ἐστί [ὑπὸ γὰρ ὀρθὴν ὑποτείνει], ἡ δὲ *ΝΗ* τῆς *ΝΒ*. ὅταν δὲ τοῦτο ᾖ, μείζων γίνεται ἡ ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας [ταῦτα γὰρ δέδεικται ἐν τοῖς λήμμασι]. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἡ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ τμήματος ἐπιφανείας τῆς ἐλάσσονος σφαίρας.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Καὶ φανερόν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος τοῦ περὶ τὸν τομέα ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν πασῶν τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου καὶ ἔτι τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως τοῦ εἰρημένου πολυγώνου. τὸ γὰρ ὑπὸ τοῦ πολυγώνου περιγεγραμμένον σχῆμα ἐγγεγραμμένον ἐστὶν εἰς τὸ τμῆμα τῆς μείζονος σφαίρας [τότε δὲ δῆλον διὰ τὸ προγεγραμμένον].

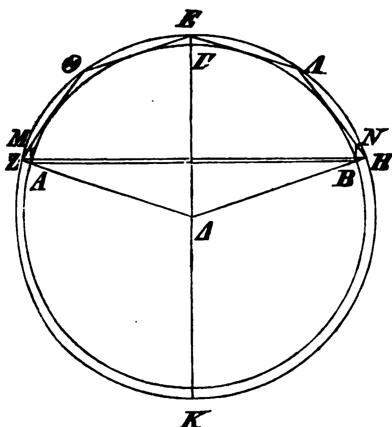
μ΄.

Τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος τῷ τομεῖ ἡ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἠγμένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος.

---

2. *γάρ*] *γινεται* per comp. F. 3. *γίνεται ἡ*] B; *γινεται* per comp. F; *ἐστι ἡ* ed. Basil., Torellius. 4. *λημασι* supra scripto *μ* F. 8. *πόρισμα* om. F. 13. *ἔτι τῆς*] scripsi; *επι της* F, uulgo; *τῆς ἔτι* ed. Basil., Torellius. 14. *τὸ γὰρ ὑπὸ τοῦ πολυγώνου περιγεγραμμένον*] scripsi (*περιγεγραμμένον* pro *ἐγγεγραμμένον* iam Barrowius); *ἐγγεγραμμενον* F, uulgo; *τὸ γὰρ περιγεγραμμένον σχῆμα τῷ τομεῖ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐστιν* (lin. 15) Torellius. 16. *τότε*] scripsi; *τουτο* F, uulgo. *δέ*]

maior est superficie coni ex lineis MA, NB orta. nam



$$ZM > MA$$

et

$$NH > NB$$

[Eucl. III, 18; I, 19]. quod cum ita sit, superficies superficie maior erit [u. Eutocius]. adparet igitur, etiam superficiem figurae circumscriptae maiorem esse superficie segmenti sphaerae minoris.

COROLLARIUM.

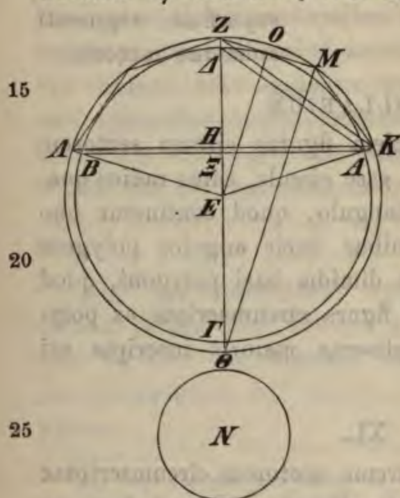
Et adparet, superficiem figurae circum sectorem circumscriptae aequalem esse circulo, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod continetur uno latere polygoni et omnibus lineis angulos polygoni iungentibus et praeterea dimidia basi polygoni, quod commemorauimus. nam figura circumscripta ex polygono orta segmento sphaerae maioris inscripta est [tum u. prop. 35].

XL.

Superficies figurae circum sectorem circumscriptae maior est circulo, cuius radius aequalis est lineae a uertice segmenti ad ambitum ductae circuli, qui segmenti basis est.

δή Nizze. 18. λη' F, μδ' Torellius, 22. βασις cum comp. syllabae ις F.

ἔστω γὰρ σφαῖρα, καὶ μέγιστος κύκλος ἐν αὐτῇ ὁ ΑΒΓΔ, καὶ κέντρον τὸ Ε· καὶ περὶ τὸν τομέα περιγεγράφθω τὸ ΛΚΖ πολύγωνον, καὶ περὶ αὐτὸ κύκλος περιγεγράφθω, καὶ γεγενήσθω σχῆμα, καθάπερ πρότερον· καὶ ἔστω κύκλος ὁ Ν, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ πασῶν τῶν ἐπιζευγνυουσῶν σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς ΚΛ. ἀλλὰ τὸ εἰρημένον χωρίον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῆς ΜΘ καὶ ΖΗ, ὃ δή ἐστιν ὕψος τοῦ τμήματος τῆς μείζονος σφαίρας. τοῦτο γὰρ προδέδεικται. τοῦ ἄρα Ν κύκλου ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ ὑπὸ ΜΘ, ΗΖ περιεχομένῳ. ἀλλ' ἡ μὲν



ΗΖ μείζων ἐστὶ τῆς ΔΞ [ὃ ἐστιν ὕψος τοῦ ἐλάσσονος τμήματος]. ἐὰν γὰρ ἐπιζεύξωμεν τὴν ΚΖ, ἔσται παράλληλος τῇ ΔΑ. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΚΛ παράλληλος, καὶ κοινὴ ἡ ΖΕ. ὅμοιον ἄρα τὸ ΖΚΗ τρίγωνον τῷ ΔΑΞ τριγώνῳ. καί ἐστιν μείζων ἡ ΖΚ τῆς ΑΔ. μείζων ἄρα καὶ ἡ ΖΗ τῆς ΔΞ. ἴση δὲ ἡ ΜΘ τῇ διαμέτρῳ τῇ ΓΔ. ἐὰν γὰρ ἐπιζευχθῇ ἡ ΕΟ, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΜΟ τῇ ΟΖ, ἡ δὲ ΘΕ τῇ ΕΖ, παράλληλος

---

1. ἐν αὐτῇ] scripsi; ἐπ' αυτης F, uulgo. 2. ΑΔΒΓ Torellius. τομέα] ΑΔΒΕ τομέα Nizze. 3. ΛΖΚ Torellius.

i enim sphaera, et in ea circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, ntrum E. et circum sectorem circumscribatur onum AKZ, et circum id circulus circumscriba-t efficiatur figura, sicut antea. et sit circulus N, radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod etur uno latere polygoni et omnibus lineis [an-l[1]) iungentibus cum dimidio lineae KA. hoc a spatium aequale est rectangulo, quod contine-ineis $M\Theta$, ZH, quae altitudo est segmenti sphae-naioris. hoc enim antea demonstratum est [prop. Eucl. VI, 16]. itaque radius circuli N quadratus alis est $M\Theta \times HZ$. sed $HZ > \Delta\Xi$[2]); (nam si nus lineam KZ, parallela erit lineae ΔA. sed a linea AB parallela est lineae KA, et communis linea ZE. quare triangulus ZKH similis est gulo $\Delta A\Xi$ [Eucl. I, 29].
it igitur $ZK : A\Delta = ZH : \Delta\Xi$ (Eucl. VI, 4)].
$ZK > A\Delta$; quare etiam $ZH > \Delta\Xi$) et $M\Theta = \Gamma\Delta$
a si ducitur linea EO, erit EO linea parallela lineae

1) De omisso uerbo γωνίας u. index.
2) Sequentia uerba lin. 14—15 iam Nizzius deleuit, nec du-i potest, quin transscriptori debeantur. addita sunt ex 9 ad demonstrandum $HZ > \Delta\Xi$, sed et re et uerbis praua ebat esse: τοῦ τμήματος τῆς ἐλάσσονος σφαίρας). etiam alia iac propositione subditiua uideri possint, sed cum ex Eu-) totam demonstrationem ut subobscuram repetenti, adpa-, eam aliquatenus turbatam fuisse, nihil mutaui.

ιζευγνυουσῶν] ἐπιζευγνυουσῶν τὰς γωνίας ed. Basil., To-ius, Cr. (non BC*). 9. ὅ] ἤ Torellius. 12. HZ] NZ F. ὅ] ἤ Torellius. 16. ἐπιζεύξωμεν] scripsi; επεζευξωμεν F, go. 28. EO] EH F; corr. Torellius.

ἄρα ἐστὶν ἡ *ΕΟ* τῇ *ΜΘ*. διπλασία ἄρα ἐστὶν ἡ *ΜΘ* τῆς *ΕΟ*. ἀλλὰ καὶ ἡ *ΓΔ* διπλασία ἐστὶν τῆς *ΕΟ*. ἴση ἄρα ἡ *ΜΘ* τῇ *ΓΔ*. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν *ΓΔ*, *ΔΞ* ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς *ΑΔ*. ἡ ἄρα τοῦ σχήματος τοῦ *ΚΖΛ* ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τοῦ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, τοῦ περὶ διάμετρον τὴν *ΑΒ*. ὁ γὰρ *Ν* κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν τομέα σχήματος.

ΠΟΡΙΣΜΑ α΄.

Γίνεται δὲ καὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὸν τομέα σὺν τῷ κώνῳ, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν *ΚΛ* κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ κέντρον, ἴσον κώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν πλευρὰν καθέτῳ ἠγμένῃ [ἣ δὴ ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας]. τὸ γὰρ περιγεγραμμένον σχῆμα τῷ τομεῖ ἐγγεγραμμένον ἐστὶν εἰς τὸ τμῆμα τῆς μείζονος σφαίρας, ἧς κέντρον ἐστὶ τὸ αὐτό [δῆλον οὖν τὸ λεγόμενόν ἐστιν ἐκ τοῦ προγεγραμμένου].

ΠΟΡΙΣΜΑ β΄.

Ἐκ τούτου δὲ φανερόν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα σὺν τῷ κώνῳ μεῖζόν ἐστι κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος τῆς ἐλάσσονος σφαίρας

---

3. ἄρα] scripsi; εστιν F; ἄρα ἐστίν B, ed. Basil., Torellius. 11. πόρισμα α΄] λθ΄ infra scripto ζ F; με΄ Torellius. 12. δέ] scripsi; δη F, uulgo. 14. ἴσον] ισ supra scripto ο F. 22. πόρισμα β΄ om. F, mg. ⊡; μϛ΄ Torellius.

Eucl. VI, 2], quia $MO = OZ$ [Eucl. III, 3] et = EZ. erit igitur $M\Theta = 2EO$.[1]) sed etiam 2 EO. itaque $M\Theta = \Gamma\Delta$). sed $\Gamma\Delta \times \Delta\Xi = A\Delta^2$.[2]) icies igitur figurae $KZ\Lambda$ maior est circulo, cuius aequalis est lineae a uertice segmenti ad amb-ductae circuli, qui basis est segmenti, h. e. cir-ircum diametrum AB descripti. nam circulus qualis est superficiei figurae circum sectorem ascriptae [prop. 39 πόρισμα p. 164].[3])

COROLLARIUM I.

rit autem etiam figura circum sectorem circum-a una cum cono, cuius basis est circulus circum lescriptus, uertex autem centrum, aequalis cono, basis aequalis est superficiei figurae, altitudo ı lineae a centro ad latus perpendiculari ductae.[4]) figura circum sectorem circumscripta inscripta est ento sphaerae maioris, cuius centrum idem est u. prop. 38].

COROLLARIUM II.

inc autem adparet, figuram circumscriptam una cono maiorem esse cono basim habenti circulum, radius aequalis sit lineae a uertice segmenti erae minoris ad ambitum ductae circuli, qui est segmenti, altitudo autem radio [sphaerae

---

1) Cfr. Zeitschr. f. Math. u. Phys., hist.-litt. Abth. XXIV 8.
2) Ducta enim linea $A\Gamma$ angulus $\Delta A\Gamma$ rectus erit (Eucl. 1); tum u. Eucl. VI, 8 πόρισμα.
3) Tum cfr. Eucl. XII, 2.
4) Sequentia uerba, quae prorsus abundant (lin. 17), Ar-edis ipsius non sunt.

ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, ὕψος δὲ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου. ὁ γὰρ ἴσος κῶνος τῷ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ τὴν μὲν βάσιν μείζονα ἕξει τοῦ εἰρημένου κύκλου, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας.

μα΄.

Ἔστω πάλιν σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος, καὶ τμῆμα ἔλασσον ἡμικυκλίου τὸ $ΑΒΓ$, καὶ κέντρον τὸ $Δ$· καὶ εἰς τὸν $ΑΒΓ$ τομέα ἐγγεγράφθω πολύγωνον ἀρτιόγωνον, καὶ τούτῳ ὅμοιον περιγεγράφθω, καὶ παράλληλοι ἔστωσαν αἱ πλευραὶ ταῖς πλευραῖς· καὶ κύκλος περιγεγράφθω περὶ τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον. καὶ ὁμοίως τοῖς πρότερον μενούσης τῆς $ΗΒ$ περιενεχθέντες οἱ κύκλοι ποιείτωσαν σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενα. δεικτέον, ὅτι ἡ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνειαν διπλασίονα λόγον ἔχει, ἢ ἡ πλευρὰ ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου, τὸ δὲ σχῆμα σὺν τῷ κώνῳ τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ.

ἔστω γὰρ κύκλος ὁ $Μ$, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου καὶ πασῶν τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰς γωνίας καὶ ἔτι τῆς ἡμισείας τῆς $ΕΖ$. ἔσται δὴ ὁ $Μ$ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου σχή-

---

2. δέ] δὲ ἴσον Torellius. 6. μα΄ om. F; μζ΄ Torellius. 10. ἀρτιογώνιον Nizze. τούτῳ] scripsi; τουτου F, uulgo. 16. εγγεγραμμενον F, ut uidetur, sed in rasura. 17. ἢ ἡ] scripsi; η F; ἤ uulgo. 21. κύκλος ὁ $Μ$] scripsi; ὁ $Μ$ κυκλος F, uulgo.

is]. nam conus aequalis figurae una cum cono maiorem habebit circulo, quem commemoraui [prop. 40], altitudinem autem aequalem radio rae minoris [prop. 40 coroll. 1] [tum u. λημμ. 1].

XLI.

t rursus sphaera, et in ea circulus maximus, et ntum semicirculo minus $AB\Gamma$, et centrum Δ. tori $AB\Gamma$ inscribatur polygonum [aequilaterum][1]), latera paria sunt numero, et ei simile polygo- circumscribatur, et latera eorum parallela sint, cum polygonum circumscriptum circulus circum- itur. et eodem modo, quo antea, manente linea circumuoluantur circuli [cum polygonis][2]), et ef- t figuras per superficies conicas comprehensas. nstrandum est, superficiem figurae circumscriptae uperficiem inscriptae duplicem rationem habere, latus polygoni circumscripti ad latus inscripti, am uero [circumscriptam] una cum cono [ad figu- inscriptam una cum cono][3]) triplicem rationem. it enim circulus M, cuius radius quadratus aequa- it rectangulo, quod continetur uno latere polygoni imscripti et omnibus lineis angulos iungentibus et terea dimidio lineae EZ.[4]) erit igitur circulus M

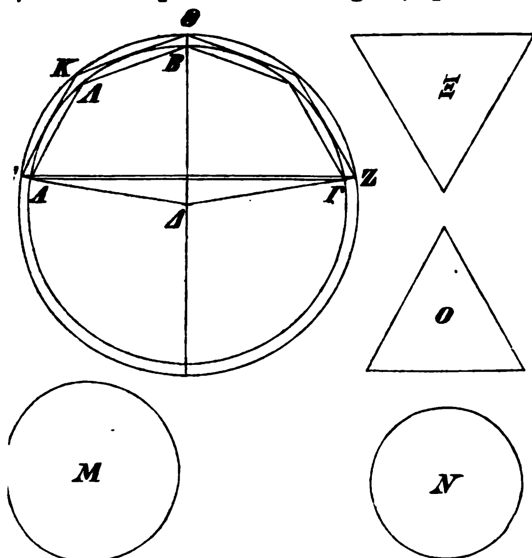
1) Archimedes scripserat lin. 10: ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιό- ρον pro ἀρτιόγωνον. cfr. p. 149 not. 2.
2) Tale aliquid Archimedes addiderat.
3) Lin. 19 putauerim Archimedem scripsisse: τὸ δὲ περι- αμμένον σχῆμα σὺν τῷ κώνῳ πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον σὺν ώνῳ.
4) Debebat esse lin. 23: καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγ- ύσαις τὰς γωνίας καὶ ἔτι τῇ ἡμισείᾳ τῆς EZ.

ματος. εἰλήφθω δὲ καὶ ὁ N κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ τρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς ρᾶς τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου καὶ πασῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰς γωνίας σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς ἔσται δὴ καὶ οὗτος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγε μένου σχήματος. ἀλλὰ τὰ εἰρημένα χωρία ἐστὶ ἄλληλα, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς EK πλευρᾶς πρὸς τὸ ἀπ ΑΛ πλευρᾶς [καὶ ὡς ἄρα τὸ πολύγωνον πρὸς τ λύγωνον, ὁ M κύκλος πρὸς τὸν N κύκλον]. φα οὖν, ὅτι καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου ματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου ματος διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ EK πρὸς [τὸν δὲ αὐτόν, ὃν καὶ τὸ πολύγωνον].

---

1. *δέ*] scripsi; *δη* F, uulgo. *N*] *M* F; corr. Tor
12. *τὴν ΑΛ* ed. Basil., Torellius (non BC*).

is superficiei figurae circumscriptae [prop. 39]. sumatur autem etiam circulus N, cuius ra- quadratus aequalis sit rectangulo, quod contine-



mo latere polygoni inscripti et omnibus lineeis los iungentibus[1]) cum dimidio lineae $A\Gamma$. erit r etiam aequalis superficiei figurae inscriptae [prop. sed spatia [rectangula], quae commemorauimus, habent rationem, quam $EK^2 : A\Lambda^2$ [u. Eutocius]. ret igitur[2]), etiam superficiem figurae circumscrip- ad superficiem inscriptae eam habere rationem, a $EK^2 : A\Lambda^2$.

1) Debebat esse lin. 3: καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγ-σαις τὰς γωνίας σύν κτλ. cfr. p. 171, not. 4.
2) Nam radii circulorum sint R, r, et rectangula iis qua-s aequalia S, s; erit $S : s = EK^2 : A\Lambda^2 = R^2 : r^2 = M : N$

ἔστω πάλιν κῶνος ὁ Ξ βάσιν μὲν ἔχων τῷ Μ ἴσην, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας. ἴσος δὴ οὗτός ἐστιν ὁ κῶνος τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν ΕΖ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Δ. καὶ ἔστω ἄλλος κῶνος ὁ Ο, βάσιν μὲν ἴσην ἔχων τῷ Ν, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὴν ΑΛ κάθετον ἠγμένην. ἔσται δὴ καὶ οὗτος ἴσος τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Δ κέντρον. ταῦτα γὰρ πάντα προγέγραπται. καὶ [ἐπεί] ἐστιν, ὡς ἡ ΕΚ πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας, οὕτως ἡ ΑΛ πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου [τοῦ Δ] ἐπὶ τὴν ΑΛ κάθετον ἠγμένην, ἐδείχθη δὲ ὡς ἡ ΕΚ πρὸς τὴν ΑΛ, οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ κύκλου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν κύκλου [καὶ ἡ διάμετρος πρὸς τὴν διάμετρον], ἔσται ἄρα, ὡς ἡ διάμετρος τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ Ξ, πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ Ο, οὕτως τὸ ὕψος τοῦ Ξ κώνου πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ο κώνου [ὅμοιοι ἄρα εἰσὶν οἱ κῶνοι]. ὁ Ξ ἄρα κῶνος πρὸς τὸν Ο κῶνον τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ διάμετρος πρὸς τὴν διάμετρον. φανερὸν οὖν, ὅτι καὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ.

---

4. κυκλ cum comp. ον F. 6. τῷ] το F. 8. τῷ] (prius) το F. 12. οὕτως] οὐ F. 14. οὕτως] per comp. F, ut lin. 18.

[1]) rursus conus Ξ basim habens circulo M aequa-ltitudinem autem radium sphaerae minoris. hic conus aequalis est figurae circumscriptae una ono, cuius basis est circulus circum EZ descrip-ertex autem Δ [prop. 40 coroll. 1]. et sit alius O basim habens aequalem circulo N, altitudinem lineam a Δ puncto ad $A\Delta$ perpendicularem n. erit igitur etiam hic aequalis figurae in-ae una cum cono, cuius basis est circulus circum lescriptus, uertex autem Δ centrum [prop. 38]. enim omnia antea scripta sunt. et [quoniam][2]) it EK ad radium sphaerae minoris, ita $A\Delta$ ad a centro [Δ] ad $A\Delta$ perpendicularem ductam atocius], demonstratum autem est, lineam EK Δ eandem rationem habere quam radium circuli M dium circuli N [u. Eutocius][3]), erit igitur, ut dia-is circuli, qui basis est coni Ξ, ad diametrum cir-qui basis est coni O, ita altitudo coni Ξ ad alti-em coni O. itaque Ξ conus ad conum O triplicem iem habet, quam diametrus ad diametrum [λημμ. 5 '; Eucl. XII, 12]. adparet igitur, etiam figuram mscriptam una cum cono ad inscriptam una cum eam habere rationem, quam $EK^3 : A\Delta^3$.

XII, 2); sed circulis M, N aequales sunt superficies rum. uerba antecedentia delenda sunt; u. praef.

) De uerbis antecedentibus u. praef.

) Ex Eutocio adparet, Archimedem ipsum omisisse ἐπεί 0 et τοῦ Δ lin. 13.

) Uerba sequentia lin. 16 ad ἐδείχθη lin. 18 parum apta e enim hoc usquam demonstratum est, nec omnino de etris quidquam dictum) Archimedis non sunt, qui ex Eucl. tacite concluserat, diametros eandem rationem habere, radios.

μβ'.

Παντὸς τμήματος σφαίρας ἐλάσσονος ἡμισφαιρίου ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένη τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας.

ἔστω σφαῖρα, καὶ μέγιστος ἐν αὐτῇ κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ τμῆμα ἐν αὐτῇ ἔλασσον ἡμισφαιρίου, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν ΑΓ κύκλος πρὸς ὀρθὰς ὢν τῷ ΑΒΓ κύκλῳ· καὶ εἰλήφθω κύκλος ὁ Ζ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ· δεῖ δεῖξαι, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ τμήματος ἴση ἐστὶ τῷ Ζ κύκλῳ.

εἰ γὰρ μή, ἔστω μείζων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ Ζ κύκλου· καὶ εἰλήφθω τὸ Δ κέντρον, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὰ Α, Γ ἐπιζευχθεῖσαι ἐκβεβλήσθωσαν. καὶ δύο μεγεθῶν ἀνίσων ὄντων, τῆς τε ἐπιφανείας τοῦ τμήματος καὶ τοῦ Ζ κύκλου, ἐγγεγράφθω εἰς τὸν ΑΒΓ τομέα πολύγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἀρτιογώνιον, καὶ ἄλλο τούτῳ ὅμοιον περιγεγράφθω, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας πρὸς τὸν Ζ κύκλον. περιενεχθέντος δὲ τοῦ κύκλου, ὡς καὶ πρότερον, ἔσται δύο σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενα, ὧν τὸ μὲν περιγεγραμμένον, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον· καὶ ἡ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἔσται, ὡς τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον· ἑκάτερος γὰρ τῶν λόγων διπλάσιός ἐστι τοῦ, ὃν ἔχει ἡ τοῦ περιγεγραμ-

---

1. μ' F; μη' Torellius. 9. τῷ] το FC*. 14. τά] το FBC*. 18. τούτῳ] τουτο F. 28. ἡ om. F; corr. Torellius.

XLII.

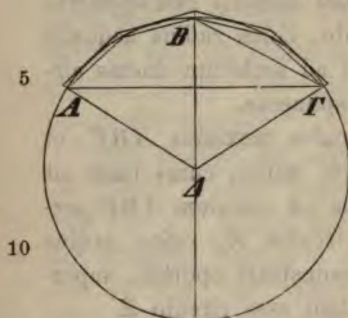
iiusuis sphaerae segmenti minoris hemisphaerio ficies aequalis est circulo, cuius radius aequalis neae a uertice segmenti ad ambitum ductae cir-qui basis est segmenti sphaerae.

t sphaera, et in ea circulus maximus $AB\Gamma$, et ntum in ea hemisphaerio minus, cuius basis sit us circum $A\Gamma$ descriptus ad circulum $AB\Gamma$ per-cularis. et sumatur circulus Z, cuius radius ilis sit lineae AB. demonstrari oportet, super-ı segmenti $AB\Gamma$ aequalem esse circulo Z.

enim aequalis non est, sit superficies circulo Z r. et sumatur centrum Δ, et a Δ puncto ad A, neae ductae producantur. datis igitur duabus itudinibus inaequalibus, superficie segmenti et lo Z, inscribatur sectori $AB\Gamma$ polygonum aequi-um, cuius latera[1]) paria sunt numero, et aliud simile circumscribatur, ita ut polygonum cir-criptum ad inscriptum minorem rationem habeat, a superficies segmenti sphaerae ad Z circulum p. 6 p. 22]. circumuoluto autem, sicut antea, cir-orientur duae figurae per superficies conicas com-ensae, quarum altera circumscripta erit, altera ripta. et superficies figurae circumscriptae ad su-iciem inscriptae eam habebit rationem, quam po-num circumscriptum ad inscriptum. utraque enim o duplex est quam ea, quam habet latus polygoni umscripti ad latus inscripti [u. Eutocius]. sed

1) Archimedes scripserat ἀρτιόπλευρον lin. 18; cfr. p. 153 2.

μένου πολυγώνου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου πλευράν. ἀλλὰ τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ τοῦ εἰρημένου τμήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὸν Ζ κύκλον. μείζων δέ ἐστιν ἡ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας τοῦ τμήματος. καὶ ἡ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια ἄρα μείζων ἐστὶ τοῦ Ζ κύκλου· ὅπερ ἀδύνατον. δέδεικται γὰρ ἡ εἰρημένη τοῦ σχήματος ἐπιφάνεια ἐλάσσων οὖσα τοῦ τηλικούτου κύκλου. — ἔστω πάλιν ὁ κύκλος μείζων τῆς ἐπιφανείας· καὶ ὁμοίως περιγεγράφθω καὶ ἐγγεγράφθω ὅμοια πολύγωνα· καὶ τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω τοῦ, ὃν ἔχει ὁ κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ τμήματος. οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ Ζ κύκλου. ἐδείχθη δέ, ὡς οὐδὲ μείζων· ἴση ἄρα.



μγ'.

Καὶ ἐὰν μεῖζον ἡμισφαιρίου ᾖ τὸ τμῆμα, ὁμοίως αὐτοῦ ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος.

---

3. εγγεγραμενον F. 19. τμήματος] Nizze; σχηματος F, uulgo. 20. ἐλάσσων] Nizze; μειζων F, uulgo. 21. μείζων] Nizze; ελασσων F, uulgo. 22. μα' F; μθ' Torellius. 23. τό] addidi; om. F, uulgo. 25. ἐστί] εσται per comp. F; corr. Torellius.

m circumscriptum ad inscriptum minorem habet, quam superficies segmenti, quod commemorauimus, ad circulum *Z* [ex hypothesi]. superficies autem figurae circumscriptae maior est superficie segmenti [prop. 39]. itaque etiam superficies figurae inscriptae maior est circulo *Z*. quod fieri non potest. nam demonstratum est, superficiem figurae, quam oraanimus, minorem esse eius modi circulo].

rsus circulus maior superficie. et eodem uo supra, polygona similia circumscribantur bantur. et circumscriptum ad inscriptum mitionem habeat, quam circulus ad superficiem i [prop. 6 p. 22]. itaque[1]) superficies minor circulo *Z*. demonstratum autem, ne maiorem eam esse. aequalis igitur.

XLIII.

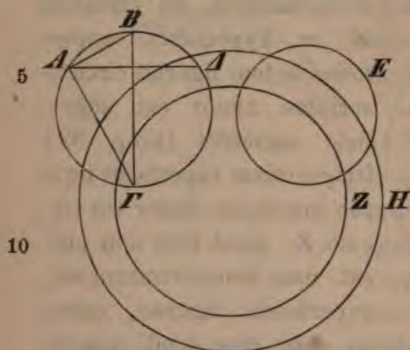
msi segmentum hemisphaerio maius est, eodem perficies eius aequalis est circulo, cuius radius est lineae a uertice ad ambitum ductae cir- i basis est segmenti.

---

ix crediderim hanc demonstrationem totam ab Archiissam esse. conficitur hoc modo. sit S superficies , O et o superficies polygonorum, P et p polygona. hypothesi: P : p < Z : S; sed P : p = O : o (u. Eu-

12*

ἔστω γὰρ σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκ καὶ νοείσθω τετμημένη ἐπιπέδῳ ὀρθῷ τῷ κατὰ τὴν



καὶ τὸ ΑΒΔ ἔλα ἔστω ἡμισφαιρίου· διάμετρος ἡ ΒΓ ὀρθὰς τῇ ΑΔ· καὶ τῶν Β, Γ ἐπὶ τὸ Α ζεύχθωσαν αἱ ΒΑ, καὶ ἔστω ὁ μὲν Ε κλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ τρου ἴση ἐστὶ τῇ Α δὲ Ζ κύκλος, οὗ τοῦ κέντρου ἴση ἐσ ΑΓ, ὁ δὲ Η κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ καὶ ὁ Η κύκλος ἄρα ἴσος ἐστὶ τοῖς δυσὶ κύκλοις Ε, Ζ. ὁ δὲ Η κύκλος ἴσος ἐστὶν ὅλῃ τῇ ἐπιφα τῆς σφαίρας [ἐπειδήπερ ἑκατέρα τετραπλασία ἐστὶ περὶ διάμετρον τὴν ΒΓ κύκλου], ὁ δὲ Ε κύκλος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΑΒΔ τμήματος [δέδεικται τοῦτο ἐπὶ τοῦ ἐλάσσονος ἡμισφαιρίου]· λοιπὸς ἄ Ζ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ τοῦ ΑΓΔ τμήματος ἐπιφα ὅ δή ἐστι μεῖζον ἡμισφαιρίου.

μδ΄.

Παντὶ τομεῖ σφαίρας ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος τῆς σφα τοῦ κατὰ τὸν τομέα, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέν τῆς σφαίρας.

ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ Α

7. τῶν Β, Γ] των Γ F; corr. ed. Basil.*; τοῦ Γ B. ΓΒ] ΑΒ F, supra scripto Γ manu 2. 20. ελασσωνος F.

sit enim sphaera, et in ea circulus maximus, et itur secta plano perpendiculari in linea $A\Delta$ po-et $AB\Delta$ segmentum minus sit hemisphaerio. et ieter $B\Gamma$ perpendicularis sit ad lineam $A\Delta$. et mctis B, Γ ad A ducantur lineae BA, $A\Gamma$. et sit irculus, cuius radius aequalis sit lineae AB, Z m circulus, cuius radius aequalis sit lineae $A\Gamma$, utem circulus, cuius radius aequalis sit lineae ΓB. ue circulus H aequalis est duobus circulis E, Z.[1]) circulus H aequalis est toti superficiei sphaerae cl. XII, 2; prop. 33], et E circulus aequalis est rficiei segmenti $AB\Delta$ [prop. 42]. itaque qui re-uitur circulus Z, aequalis est superficiei segmenti Δ, quod hemisphaerio maius est.

XLIV.

Cuiuis sectori sphaerae aequalis est conus basim ens superficiei segmenti sphaerae aequalem, quod sectore est, altitudinem autem radio sphaerae ae-lem.

sit sphaera, et in ea circulus maximus $AB\Delta$, et

ius); itaque O : o $<$ Z : S ↄ: O : Z $<$ o : S, quod fieri non est; nam o $<$ S (prop. 36), sed O $>$ Z (prop. 40).

1) Nam $H : Z : E = B\Gamma^2 : A\Gamma^2 : AB^2$ (Eucl. XII, 2), et n angulus $BA\Gamma$ rectus sit (Eucl. III, 31), erit

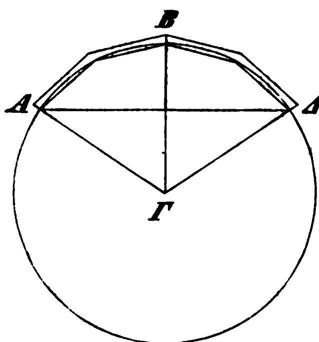
$$B\Gamma^2 = A\Gamma^2 + AB^2 \text{ (Eucl. I, 47);}$$

a u. Quaest. Arch. p. 48.

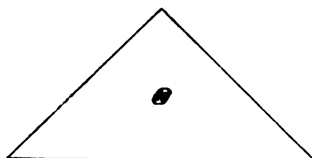
ζον] scripsi; μειζων F, uulgo. 23. μβ' F; ν' Torellius.
βασι F.

καὶ κέντρον τὸ Γ, καὶ κῶνος βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ κατὰ τὴν ΑΒΔ περιφέρειαν ἐπιφανείᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ΒΓ. δεικτέον, ὅτι ὁ τομεὺς ὁ ΑΒΓΔ ἴσος ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ κώνῳ.

εἰ γὰρ μή, ἔστω μείζων ὁ τομεὺς τοῦ κώνου· καὶ κείσθω ὁ Θ κῶνος, οἷος εἴρηται. δύο δὴ μεγεθῶν ἀνίσων ὄντων, τοῦ τομέως καὶ τοῦ Θ κώνου, εὑρήσθωσαν δύο γραμμαὶ αἱ Λ, Ε, μείζων δὲ ἡ Λ τῆς Ε, καὶ ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω ἡ Λ πρὸς Ε, ἤπερ ὁ τομεὺς πρὸς τὸν κῶνον. καὶ εἰλήφθωσαν δύο γραμμαὶ αἱ Ζ, Η, ὅπως τῷ ἴσῳ ὑπερέχῃ ἡ Λ τῆς Ζ, καὶ ἡ Ζ τῆς Η, καὶ ἡ Η τῆς Ε. καὶ περὶ τὸν ἐπίπεδον τομέα τοῦ κύκλου περιγεγράφθω πολύγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἀρτιογώνιον, καὶ τούτῳ ὅμοιον ἐγγεγράφθω, ὅπως ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰ ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου τοῦ, ὃν ἔχει ἡ Λ πρὸς Ζ. καὶ ὁμοίως τοῖς πρότερον περιενεχθέντος τοῦ κύκλου γεγενήσθω δύο σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενα. τὸ ἄρα περιγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ τῷ



Λ Ζ Η Ε



1. κῶνος] scripsi; κωνος ο F, uulgo. 8. Λ bis scripsi, ut

a Γ, et conus basim habens circulum aequalem iei in ambitu $AB\varDelta$ positae, altitudinem autem $B\Gamma$ aequalem. demonstrandum est, sectorem aequalem esse cono, quem commemorauimus. enim aequalis non est, maior sit sector cono. atur conus Θ talis, qualem commemorauimus. gitur duabus magnitudinibus inaequalibus, sec- cono Θ, inueniantur duae lineae $\varDelta$, E, maior $\varDelta$ linea E, et minorem rationem habeat $\varDelta$ ad am sector ad conum [prop. 2]. et sumantur ineae Z, H, ita ut[1]) aequali spatio excedat linea am Z, Z lineam H, H lineam E. et circum m planum[2]) circuli circumscribatur polygonum aterum, cuius latera[3]) paria sunt numero, et ei inscribatur polygonum, ita ut[1]) latus circum- ad latus inscripti minorem rationem habeat, $\varDelta : Z$ [prop. 4]. et eodem modo, quo antea, uoluto circulo oriantur duae figurae per super- conicas comprehensae. figura igitur circum-

ὅπως pro ὥστε (ut lin. 22 et supra p. 8, 18; prop. 3 22; 4 p. 18, 23; cfr. ad II, 4) transscriptori debetur; u. . Arch. p. 70. cfr. ἵνα prop. 5 p. 20, 22; p. 22, 27.

ἐπίπεδον fortasse delendum; redundat adiuncto τοῦ

ἀρτιόπλευρον, non ἀρτιογώνιον Archimedes scripserat; 153 not. 2.

14, 26 (et in figura) cum Cr.; $\varDelta$ ubique F, uulgo. υτο F. 25. ἔχῃ] BC*; εχει F, uulgo.

κορυφὴν ἔχοντι τὸ Γ σημεῖον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου. ἀλλὰ ἡ τοῦ περιγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Λ πρὸς Ζ. ἐλάσσονα λόγον ἄρα ἕξει ἢ τριπλάσιον τὸ εἰρημένον στερεὸν σχῆμα τοῦ τῆς Λ πρὸς Ζ. ἡ δὲ Λ πρὸς Ε μείζονα λόγον ἔχει ἢ τριπλάσιον τοῦ τῆς Λ πρὸς Ζ. τὸ ἄρα περιγεγραμμένον σχῆμα στερεὸν τῷ τομεῖ πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ Λ πρὸς Ε. ἡ δὲ Λ πρὸς Ε ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον. μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον, ἢ τὸ περιγεγραμμένον τῷ τομεῖ σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον· καὶ ἐναλλάξ. μεῖζον δέ ἐστι τὸ περιγεγραμμένον στερεὸν σχῆμα τοῦ τμήματος. καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον ἄρα σχῆμα ἐν τῷ τομεῖ μεῖζόν ἐστι τοῦ Θ κώνου· ὅπερ ἀδύνατον. δέδεικται γὰρ ἐν τοῖς ἄνω ἔλασσον ὂν τοῦ τηλικούτου κώνου [τουτέστι τοῦ ἔχοντος βάσιν μὲν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἐπιζευγνυμένῃ εὐθείᾳ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. οὗτος δέ ἐστιν ὁ εἰρημένος κῶνος ὁ Θ· βάσιν τε γὰρ ἔχει κύκλον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος, τουτέστι τῷ

4. Post *περιγεγραμμένου* addit Torellius: *πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου*. 5. *Λ*] scripsi cum Cr., ut lin. 7 bis, 8, 10, 11; *Δ* ubique F, uulgo; cfr. p. 182, 8. 12. *μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον*] addidi; om. F, uulgo. 13. *ἢ τὸ*] *τὸ ἄρα* ed. Basil., Torellius. 14. Post *τὸ ἐγγεγραμμένον* addunt ed. Basil., Torellius: *ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον*; sic etiam Cr. 16. *τμήματος*] *τομέως* Nizze.

scripta cum cono uerticem habenti punctum Γ ad figuram inscriptam cum cono triplicem rationem habet, quam latus polygoni circumscripti ad latus inscripti [prop. 41]. sed latus polygoni circumscripti [ad latus inscripti][1]) minorem rationem habet, quam $\varDelta : Z$. itaque figura solida [circumscripta cum cono ad figuram inscriptam cum cono][2]) minorem rationem habebit, quam $\varDelta^3 : Z^3$. sed $\varDelta : E > \varDelta^3 : Z^3$.[3]) itaque figura solida circum sectorem circumscripta[4]) ad figuram inscriptam minorem rationem habet, quam $\varDelta : E$. sed $\varDelta$ ad E minorem rationem habet, quam sector solidus ad conum Θ [ex hypothesi]. maiorem igitur rationem habet sector solidus ad conum Θ, quam figura circum sectorem circumscripta[5]) ad inscriptam.[6]) et uicissim. maior autem est figura solida circumscripta sectore [prop. 39].[7]) itaque etiam figura sectori inscripta maior est cono Θ. quod fieri non potest. nam supra demonstratum est, minorem eam esse eius modi cono

---

1) Haec uerba transscriptor potius quam aut Archimedes aut librarius omisit.

2) Ne haec quidem ab Archimede omissa esse puto.

3) U. Eutocius ad prop. 34; Quaest. Arch. p. 51.

4) Sc. *σὺν τῷ κώνῳ*, quod in sequentibus etiam saepe omittitur.

5) Sc. *σὺν τῷ κώνῳ*.

6) Ex Eutocio comperimus, Archimedem scripsisse: *τὸ ἄρα περιγεγραμμένον στερεὸν πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον*, et ita locum correxit ed. Basil.; sed tum non intellegitur, quo modo uerba illa in codicibus exciderint. quare satius duxi aliud supplementum recipere, et discrepantiam transscriptori tribuere.

7) Hic quoque omittitur, ut etiam lin. 17: *σὺν τῷ κώνῳ*; praeterea falsum uerbum *τμήματος* transscriptoris est.

εἰρημένῳ κύκλῳ καὶ ὕψος ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας]. οὐκ ἄρα ὁ στερεὸς τομεὺς μείζων ἐστὶ τοῦ Θ κώνου. — ἔστω δὴ πάλιν ὁ Θ κῶνος τοῦ στερεοῦ τομέως μείζων. πάλιν δὴ ὁμοίως ἡ Δ πρὸς τὴν Ε μείζων αὐτῆς οὖσα ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω τοῦ, ὃν ἔχει ὁ κῶνος πρὸς τὸν τομέα. καὶ ὁμοίως εἰλήφθωσαν αἱ Ζ, Η, ὥστε εἶναι τὰς διαφορὰς τὰς αὐτάς· καὶ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν ἐπίπεδον τομέα πολυγώνου ἀρτιογωνίου ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω τοῦ, ὃν ἔχει ἡ Δ πρὸς τὴν Ζ· καὶ γεγενήσθω τὰ περὶ τὸν στερεὸν τομέα στερεὰ σχήματα. ὁμοίως οὖν δείξομεν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὸν τομέα στερεὸν σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἡ Δ πρὸς Ε, καὶ τοῦ, ὃν ἔχει ὁ Θ κῶνος πρὸς τὸν τομέα [ὥστε καὶ ὁ τομεὺς πρὸς τὸν κῶνον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἐγγεγραμμένον στερεὸν ἐν τῷ τμήματι πρὸς τὸ περιγεγραμμένον]. μείζων δέ ἐστιν ὁ τομεὺς τοῦ ἐγγεγραμμένου εἰς αὐτὸν σχήματος· μείζων ἄρα ὁ Θ κῶνος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος· ὅπερ ἀδύνατον [δέδεικται γὰρ τοῦτο, ὅτι ὁ τηλικοῦτος κῶνος ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὸν τομέα]. ἴσος ἄρα ὁ τομεὺς τῷ Θ κώνῳ.

---

4. τομέως] scripsi; τομευς FA; τομέος uulgo. Δ] scripsi cum Cr., ut lin. 10, 14; Δ ubique F, uulgo. 7. διαφοράς] scripsi; δυο πλευρας F, uulgo; ὑπεροχάς Hauber; Nizze. 11. τόν] των per comp. F.

8 coroll.].[1]) itaque sector solidus maior non Θ.

gitur rursus conus Θ maior sectore solido. gitur eodem modo Λ linea maior linea E ad norem rationem habeat, quam conus ad sec-prop. 2]. et eodem modo sumantur lineae Z, it differentiae eaedem sint. et latus polygoni teri], cuius latera paria sunt numero[2]), circum planum circumscripti ad latus inscripti mi-rationem habeat, quam Λ : Z [prop. 4]. et figurae solidae circum solidum sectorem de-[3]) eodem igitur modo demonstrabimus, figuram circum sectorem circumscriptam[4]) ad inscriptam a rationem habere, quam Λ : E, et quam conus sectorem.[5]) maior autem est sector figura ei a [prop. 36].[4]) itaque Θ conus maior est figura scripta.[4]) quod fieri non potest [prop. 40 co- cfr. prop. 42—43; u. not. 1].[6]) itaque sector est cono Θ.[7]).

Ex prop. 42—43 sequitur, basim eius aequalem esse cir-p. 38 coroll. commemorato.
Archimedes scripserat lin. 9: *ἰσοπλεύρου καὶ ἀρτιοπλεύ-* p. 163 not. 1.
Debebat esse: *πολύγωνα τὸ μὲν περιγεγραμμένον, τὸ δὲ* *μένον*; fortasse delenda sunt uerba: *καὶ γεγενήσθω* lin. *ματα* lin. 12.
Sc. *σὺν τῷ κώνῳ*, quod idem omittitur lin 19; 20; u. not. 7.
Sint F, f figurae solidae, L, l latera polygonorum. erit: $L^3 : l^3$ (prop. 41) $< Λ^3 : Z^3$ (ex hypothesi) $< Λ : E$ not. 3) $< Θ$: sectorem (ex hypothesi). sequentia uerba -18 subditiua sunt; Archimedes scripsisset: *καὶ ἐναλ-* o prauo *τμήματι* lin. 17 Nizzius coni. *τομεῖ*.
Sequentia transscriptori tribuerim, maxime ob *τοῦτο* cfr. Neue Jahrb. Suppl. XI p. 388.
n fine: *Αρχιμηδους περι σφαιρας και κυλινδρου α̅* F.

β'.

Ἀρχιμήδης Δοσιθέῳ χαίρειν.

Πρότερον μὲν ἐπέστειλάς μοι γράψαι τῶν προβλ μάτων τὰς ἀποδείξεις, ὧν αὐτὸς τὰς προτάσεις ἀ έστειλα Κόνωνι. συμβαίνει δὲ αὐτῶν τὰ πλεῖστα γρ φεσθαι διὰ τῶν θεωρημάτων, ὧν πρότερον ἀπέστει σοι τὰς ἀποδείξεις, ὅτι τε πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνε τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν σφαίρᾳ, καὶ διότι παντὸς τμήματος σφαίρας τῇ ἐπ φανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴ ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐ τὴν περιφέρειαν τῆς βάσεως ἀγομένῃ, καὶ διότι πάσ σφαίρας ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν μέγιστ κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτ τῆς σφαίρας αὐτός τε ἡμιόλιός ἐστι τῷ μεγέθει τ σφαίρας, καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἡμιολία τῆς ἐπιφ νείας τῆς σφαίρας, καὶ διότι πᾶς τομεὺς στερεὸς ἴσ ἐστὶ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν κύκλον τὸν ἴσ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας τοῦ ἐν τ τομεῖ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρα ὅσα μὲν οὖν τῶν θεωρημάτων καὶ προβλημάτων γρ φεται διὰ τούτων τῶν θεωρημάτων, ἐν τῷδε τῷ β

1. Δωσιθεῳ F, corr. Torellius. 3. αποδειξης F. 4. Κ νωνι F, uulgo. 5. θεορηματων F. 8. διότι] scripsi; δη ο F, uulgo. τμήματος] om. F; corr. Cr., ed. Basil. 16. διό δὴ ὅτι Barrowius. 21. διὰ τούτων τῶν] cum B; διαυτουτ των F.

II.

Archimedes Dositheo s.

ea me admonuisti, ut demonstrationes eorum ıatum perscriberem, quorum propositiones ipse miseram.[1]) accidit autem, ut pleraque eorum ntur per ea theoremata, quorum demonstrationes tibi misi[2]): cuiusuis sphaerae superficiem qua- maiorem esse circulo maximo sphaerae [I, 33], rficiei cuiusuis segmenti sphaerae aequalem esse m, cuius radius aequalis sit lineae a uertice ıti ad ambitum basis ductae [I, 42—43], et cy- n basim habentem circulum maximum sphaerae, inem autem diametro sphaerae aequalem et dimidia parte maiorem esse sphaera et super- eius superficie sphaerae dimidia parte maiorem πόρισμα], et quemuis sectorem solidum aequa- se cono basim habenti circulum aequalem super- segmenti sphaerae in sectore positi, altitudinem radio sphaerae aequalem [I, 44]. quaecunque theoremata et problemata[3]) per haec theoremata

Erant praeter problemata huius libri propositiones quae- e helicibus (cfr. infra) et de conoidibus rectangulis (Quaest. p. 11).

In libro I de sphaera et cylindro.

Septem problemata, tria theoremata, quorum primum Cononi missum non erat (Neue Jahrb. Suppl. XI p. 392 pro ceteris duobus experiendi causa falsa miserat Archi- u. praef. ad librum περὶ ἑλίκων.

βλίῳ γράψας ἀπέσταλκά σοι· ὅσα δὲ δι' ἄλλης εὑρίσκονται θεωρίας, τά τε περὶ ἑλίκων καὶ τὰ περὶ τῶν κωνοειδῶν, πειράσομαι διὰ τάχους ἀποστεῖλαι.

Τὸ δὲ πρῶτον ἦν τῶν προβλημάτων τόδε· σφαίρας δοθείσης ἐπίπεδον χωρίον εὑρεῖν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

ἔστιν δὲ τοῦτο φανερὸν δεδειγμένον ἐκ τῶν προειρημένων θεωρημάτων. τὸ γὰρ τετραπλάσιον τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐπίπεδόν τε χωρίον ἐστὶ καὶ ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

α'.

Τὸ δεύτερον ἦν· κώνου δοθέντος ἢ κυλίνδρου σφαῖραν εὑρεῖν τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ ἴσην.

ἔστω ὁ διδόμενος κῶνος ἢ κύλινδρος ὁ *Α*, καὶ τῷ *Α* ἴση ἡ *Β* σφαῖρα· καὶ κείσθω τοῦ *Α* κώνου ἢ κυλίνδρου ἡμιόλιος κύλινδρος ὁ *ΓΖΔ*, τῆς δὲ *Β* σφαίρας ἡμιόλιος κύλινδρος, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν *ΗΘ* κύκλος, ἄξων δὲ ὁ *ΚΛ* ἴσος τῇ διαμέτρῳ τῆς *Β* σφαίρας. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ *Ε* κύλινδρος τῷ *Κ* κυλίνδρῳ [τῶν δὲ ἴσων κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν]. ὡς ἄρα ὁ *Ε* κύκλος πρὸς τὸν *Κ* κύκλον, τουτέστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς *ΓΔ* πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς *ΗΘ*, οὕτως ἡ *ΚΛ* πρὸς *ΕΖ*. ἴση δὲ ἡ *ΚΛ* τῇ *ΗΘ* [ὁ γὰρ ἡμιόλιος κύλινδρος τῆς σφαίρας ἴσον ἔχει τὸν ἄξονα τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, καὶ ὁ *Κ* κύκλος μέγιστός ἐστι τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ]. ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ *ΓΔ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΗΘ*, οὕτως ἡ *ΗΘ* πρὸς τὴν *ΕΖ*. ἔστω

4. α' Torellius; cfr. Quaest. Arch. p. 156. 5. εὑρεῖν] ευρ cum comp. ην uel ιν F. 11. β' Torellius. 13. εὑρεῖν ut lin. 5 F. 14. δεδομένος? 16. ομιολιος F. 19. Ε] Β F; corr. ed. Basil. 27. οὕτως] per compend. F, ut p. 192 lin. 2 et 4.

ntur, hoc libro perscripta tibi misi. sed quae- alia disputationis ratione reperiuntur, de helici- de conoidibus, mox mittere conabor.

num autem problema hoc erat:

ı sphaera planum spatium inuenire superficiei e aequale.

autem manifestum est ex theorematis antea tis demonstratum. nam quadruplum circuli sphaerae spatium et planum et superficiei ıe aequale est [I, 33].

I.

erum erat: dato cono uel cylindro sphaeram e cono uel cylindro aequalem.[1])

conus uel cylindrus datus A, et figurae A s sphaera B. et ponatur cono uel cylindro A ı parte maior cylindrus $\Gamma Z\Delta$[2]) [u. Eutocius], ıaera B cylindrus dimidia parte maior, cuius est circulus circum diametrum $H\Theta$ descriptus, ıtem $K\Lambda$ diametro sphaerae B aequalis [I, 34 ıα]. aequalis igitur cylindrus E cylindro K. $E : K$, hoc est

$\Gamma\Delta^2 : H\Theta^2$ [Eucl. XII, 2] $= K\Lambda : EZ$.[3])

$\Lambda = H\Theta$.[4]) itaque $\Gamma\Delta^2 : H\Theta^2 = H\Theta : EZ$. sit

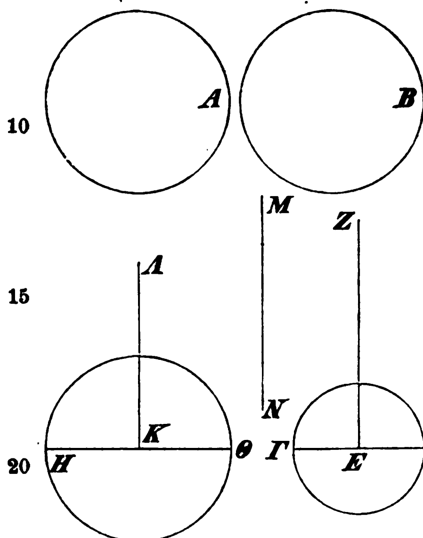
Lin. 13: ἴσην τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ habet Archime- praef. περὶ ἑλίκων.

Archimedes scripserat: εἰλήφθω τοῦ δοθέντος κώνου ἢ ...ου ἡμιόλιος κύλινδρος (Eutocius).

Eucl. XII, 15; cfr. I lemm. 3—4 p. 82.

Quia ex I, 34 πόρισμα basis cylindri circulo maximo ıs est, diametrus igitur sphaerae diametro aequalis.

τῷ ἀπὸ ΗΘ ἴσον τὸ ὑπὸ ΓΔ, ΜΝ. ὡς ἄρα ἡ ΓΔ πρὸς ΜΝ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΘ, τουτέστι ἡ ΗΘ πρὸς ΕΖ. καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΗΘ, οὕτως ἡ ΗΘ πρὸς τὴν ΜΝ, καὶ ἡ ΜΝ πρὸς ΕΖ. καί ἐστιν δοθεῖσα ἑκατέρα τῶν ΓΔ, ΕΖ. δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΓΔ, ΕΖ δύο μέσαι ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΗΘ, ΜΝ. δοθεῖσαι ἄρα ἑκατέρα τῶν ΗΘ, ΜΝ.



συντεθήσεται δὲ τὸ πρόβλημα οὕτως. ἔστω δὴ ὁ δοθεὶς κῶνος ἢ κύλινδρος ὁ Α. δεῖ δὴ τῷ Α κώνῳ ἢ κυλίνδρῳ ἴσην σφαῖραν εὑρεῖν. ἔστω τοῦ Α κώνου ἢ κυλίνδρου ἡμιόλιος κύλινδρος, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΓΔ κύκλος, ἄξων δὲ ὁ ΕΖ. καὶ εἰλήφθω τῶν ΓΔ, ΕΖ δύο μέσαι ἀνάλογον αἱ ΗΘ, ΜΝ, ὥστε εἶναι ὡς τὴν ΓΔ πρὸς τὴν ΗΘ, τὴν ΗΘ πρὸς τὴν ΜΝ, καὶ τὴν ΜΝ πρὸς τὴν ΕΖ. καὶ νοείσθω κύλινδρος, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΗΘ κύκλος, ἄξων δὲ ὁ ΚΛ ἴσος τῇ ΗΘ διαμέτρῳ. λέγω δή, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ Ε κύλινδρος τῷ Κ κυλίνδρῳ. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΓΔ πρὸς ΗΘ, ἡ

9. τῶν] των της F; corr. ed. Basil. 11. δέ] scripsi; δη

$= \Gamma\Delta \times MN$. itaque $\Gamma\Delta : MN = \Gamma\Delta^2 : H\Theta^2$,[1]
$= H\Theta : EZ$. et uicissim [Eucl. V, 16]

$$\Gamma\Delta : H\Theta = H\Theta : MN = MN : EZ.^{2})$$

ıque linea $\Gamma\Delta$, EZ data est. itaque duarum m datarum $\Gamma\Delta$, EZ duae mediae proportionaıt $H\Theta$, MN. itaque utraque linea $H\Theta$, MN st.

aponetur autem problema hoc modo. sit conus lindrus datus A. oportet igitur sphaeram cono lindro A aequalem inuenire.

cono uel cylindro A dimidia parte maior cy-, cuius basis est circulus circum diametrum $\Gamma\Delta$ ›tus, axis autem EZ linea. et sumantur[3]) inter $\Gamma\Delta$, EZ duae mediae proportionales $H\Theta$, MN ıtocius], ita ut sit

$$\Gamma\Delta : H\Theta = H\Theta : MN = MN : EZ.$$

gatur cylindrus, cuius basis sit circulus circum trum $H\Theta$ descriptus, axis autem $K\Lambda$ diametro ıequalis. dico, cylindrum E aequalem esse cy-K. nam quoniam $\Gamma\Delta : H\Theta = MN : EB$ et

Quia $\Gamma\Delta : H\Theta = H\Theta : MN$; tum u. Eucl. V def. 10.
Debebat sic concludi:
$MN = H\Theta : EZ$ ɔ: $\Gamma\Delta : H\Theta = MN : EZ$ (Eucl. V, 16);
ε hypothesi est $\Gamma\Delta : H\Theta = H\Theta : MN$. fortasse uerbum ἴξ lin. 3 delendum est.
) Archimedes posuerat εὑρήσθωσαν, lin. 23, ut habet Eu-.

lgo. 12. οὕτως per comp. F. 15. τῷ] το F. 29. καί] ἐπεὶ γάρ?

ΜΝ πρὸς ΕΖ, καὶ ἐναλλάξ, καὶ ἴση ἡ ΗΘ τῇ ΚΛ [ὡς ἄρα ἡ ΓΔ πρὸς ΜΝ, τουτέστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΘ, οὕτως ὁ Ε κύκλος πρὸς τὸν Κ κύκλον]· ὡς ἄρα ὁ Ε κύκλος πρὸς τὸν Κ κύκλον, οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΕΖ [τῶν ἄρα Ε, Κ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν]. ἴσος ἄρα ὁ Ε κύλινδρος τῷ Κ κυλίνδρῳ. ὁ δὲ Κ κύλινδρος τῆς σφαίρας, ἧς διάμετρος ἡ ΗΘ, ἡμιόλιός ἐστιν. καὶ ἡ σφαῖρα ἄρα, ἧς ἡ διάμετρος ἴση ἐστὶ τῇ ΗΘ, τουτέστιν ἡ Β, ἴση ἐστὶ τῷ Α κώνῳ ἢ κυλίνδρῳ.

β'.

Παντὶ τμήματι τῆς σφαίρας ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, ὕψος δὲ εὐθεῖαν, ἥτις πρὸς τὸ ὕψος τοῦ τμήματος τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν συναμφότερος ἥ τε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας καὶ τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος πρὸς τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος.

ἔστω σφαῖρα, ἐν ᾗ μέγιστος κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΑΓ· καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ ἡ σφαῖρα τῷ διὰ τῆς ΒΖ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΓ· καὶ ἔστω κέντρον τὸ Θ. καὶ πεποιήσθω, ὡς συναμφότερος ἡ ΘΑ, ΑΕ πρὸς τὴν ΑΕ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς ΓΕ. καὶ πάλιν πεποιήσθω, ὡς συναμφότερος ἡ ΘΓ, ΓΕ πρὸς ΓΕ, οὕτως ἡ ΚΕ πρὸς ΕΑ. καὶ ἀναγεγράφθωσαν κῶνοι ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κορυφὰς ἔχοντες τὰ Κ, Δ σημεῖα. λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ μὲν ΒΔΖ κῶνος

6. *βασ* cum comp. *ης* F. 10. *Β*] $\overline{HB}$ F. 11. *γ'* Torellius. 19. *τῷ*] *των* per comp. F; corr. B*. *τῆς*] Nizze; *των* F, uulgo. 25. *εχοντα* F; corr. B*.

n [$\Gamma\Delta : MN = H\Theta : EZ$; Eucl. V, 16], et $K\Lambda$, erit igitur[1]) $E : K = K\Lambda : EZ$.[2]) itaque us E aequalis est cylindro K [Eucl. XII, 15; 1 not. 3]. sed cylindrus K dimidia parte maior haera, cuius diametrus est $H\Theta$. itaque etiam a, cuius diametrus aequalis est lineae $H\Theta$, hoc aequalis est cono uel cylindro Λ.[3])

II.

iuis segmento sphaerae aequalis est conus baabens eandem, quam segmentum, altitudinem lineam, quae ad altitudinem segmenti eam ra- habet, quam radius sphaerae una cum altitueliqui segmenti ad altitudinem reliqui segmenti. sphaera, et in ea circulus maximus, cuius dia- sit $A\Gamma$. et sphaera secetur plano per BZ lineam ad $A\Gamma$ lineam perpendiculari. et centrum sit Θ. [4]) $\Theta A + AE : AE = \Delta E : \Gamma E$. et rursus fiat[5]) $\Gamma E : \Gamma E = KE : EA$, et construantur in circircum diametrum BZ descripto coni uertices tes puncta K, Δ. dico, conum $B\Delta Z$ aequalem

---

Uerba ὡς ἄρα lin. 2 — K κύκλον lin. 4 deleo. neque inde, quod $\Gamma\Delta : H\Theta = MN : EZ$ et $H\Theta = K\Lambda$, conr $\Gamma\Delta : MN = E : K$; hoc enim ex Eucl. V def. 10 et sequitur (u. not. 2).

) Nam
$MN = H\Theta : EZ = K\Lambda : EZ$; sed $\Gamma\Delta : MN = \Gamma\Delta^2 : H\Theta^2$ V def. 10) $= E : K$ (Eucl. XII, 2) ⊃: $E : K = K\Lambda : EZ$. sequentia deleo; cfr. p. 190, 20.

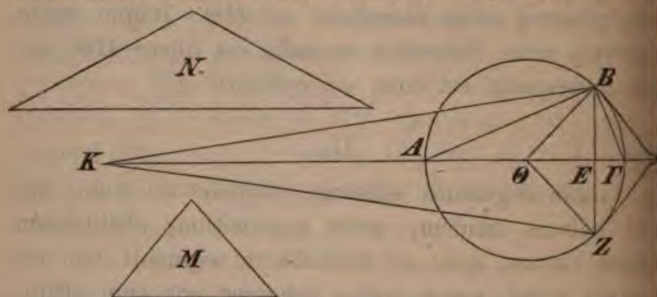
) $K = {}^3/_2 B$; sed $E = {}^3/_2 A$ (ex hypothesi). quare cum E, erit ${}^3/_2 B = {}^3/_2 A$ ⊃: $B = A$.

) Archimedes scripserat γεγονέτω lin. 21; Quaest. Arch. p. 70.

) H. e. γεγονέτω lin. 22; u. not. 4.

τῷ κατὰ τὸ Γ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ ΒΚΖ τ[ῷ] κατὰ τὸ Α σημεῖον.

ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΘ, ΘΖ, καὶ νοείσθω κῶνο[ς] βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλο[ν],



κορυφὴν δὲ τὸ Θ σημεῖον. καὶ ἔστω κῶνος ὁ Μ βάσι[ν] ἔχων κύκλον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΒΓΖ τμήματο[ς] τῆς σφαίρας, τουτέστιν οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστ[ὶ] τῇ ΒΓ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. ἔσται δὴ ὁ Μ κῶνος ἴσος τῷ ΒΓΘΖ στερεῷ τομεῖ. τοῦτο γὰρ δέδεικται ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ. ἐπεὶ δέ ἐστιν, ὡς ἡ ΔΕ πρὸς ΕΓ, οὕτως συναμφότερος ἡ ΘΑ, ΑΕ πρὸς ΑΕ, διελόντι ἔσται, ὡς ἡ ΓΔ πρὸς ΓΕ, οὕτως ἡ ΘΑ πρὸς ΑΕ, τουτέστιν ἡ ΓΘ πρὸς ΑΕ· καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΔΓ πρὸς ΓΘ ἐστιν, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ. καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΘΔ πρὸς ΘΓ, ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. ὡς ἄρα ἡ ΔΘ πρὸς ΓΘ, τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. ἴση δέ ἐστιν ἡ ΓΒ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ κύκλου, ἡ δὲ ΒΕ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶ τοῦ περὶ διάμετρον τὴ[ν] ΒΖ κύκλου. ὡς ἄρα ἡ ΔΘ πρὸς ΘΓ, ὁ Μ κύκλο[ς]

5. βάσιν μέν ed. Basil., Torellius. 9. ἔσται per comp. F. 11. οὕτως] Nizze; ουτω F, uulgo. 20. πρὸς per comp. F.

nento sphaerae ad Γ punctum posito, conum KZ segmento ad A punctum posito.

ıtur enim lineae $B\Theta$, ΘZ, et fingatur conus ıbens circulum circum BZ diametrum descripticem autem punctum Θ. et sit conus M, baıens circulum superficiei segmenti sphaerae qualem, h. e. circulum, cuius radius aequalis), altitudinem autem radio sphaerae aequalem. ur conus M aequalis sectori solido $B\Gamma\Theta Z$. n in primo libro demonstratum est [I, 44]. niam $\Delta E : E\Gamma = \Theta A + AE : AE$ [ex hypoirimendo erit [Eucl. V, 17]

$$\Gamma\Delta : \Gamma E = \Theta A : AE = \Gamma\Theta : AE,$$

sim [Eucl. V, 16] $\Delta\Gamma : \Gamma\Theta = \Gamma E : EA$, et ındo [Eucl. V, 18]

$$\Theta\Gamma = \Gamma A : AE = \Gamma B^2 : BE^2 \text{ [u. Eutocius].}$$

$\Delta\Theta : \Gamma\Theta = \Gamma B^2 : BE^2$. sed ΓB aequalis est irculi M [I, 42], et BE aequalis radio circuli diametrum BZ descripti. itaque ut $\Delta\Theta$ ad $\Theta\Gamma$, ılus M ad circulum circum diametrum BZ de-

---

ıx I, 42. sed fortasse uerba: τουτέστιν, οὗ ἡ ἐκ τοῦ ἴση ἐστὶ τῇ $B\Gamma$ delenda sunt (lin. 7—8.)

πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον. καί ἐστιν ἴση ἡ ΘΓ τῷ ἄξονι τοῦ Μ κώνου. καὶ ὡς ἄρα ἡ ΔΘ πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ Μ κώνου, οὕτως ὁ Μ κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον. ἴσος ἄρα ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν Μ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, τῷ ΒΔΖΘ στερεῷ ῥόμβῳ [τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς λήμμασι τοῦ πρώτου βιβλίου δέδεικται. ἢ οὕτως· ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΔΘ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Μ κώνου, οὕτως ὁ Μ κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον, ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Μ κῶνος τῷ κώνῳ, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΔΘ. ἀντιπεπόνθασι γὰρ αὐτῶν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. ἀλλ' ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ΔΘ, ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΔΖΘ στερεῷ ῥόμβῳ]. ἀλλ' ὁ Μ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΓΖΘ στερεῷ τομεῖ. καὶ ὁ ΒΓΖΘ στερεὸς τομεὺς ἄρα ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΔΖΘ στερεῷ ῥόμβῳ. κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ κώνου, οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΕΘ, λοιπὸς ἄρα ὁ ΒΔΖ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΖΓ τμήματι τῆς σφαίρας. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ ὁ ΒΚΖ κῶνος ἴσος τῷ ΒΑΖ τμήματι τῆς σφαίρας. ἐπεὶ γάρ ἐστιν, ὡς συναμφότερος ἡ ΘΓ, ΓΕ πρὸς ΓΕ, οὕτως ἡ ΚΕ πρὸς ΕΑ, διελόντι ἄρα, ὡς ἡ ΚΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως ἡ ΘΓ πρὸς ΓΕ· ἴση δὲ ἡ ΘΓ τῇ ΘΑ. καὶ ἐναλλὰξ ἄρα ἐστίν, ὡς ἡ ΚΑ πρὸς ΑΘ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ. ὥστε καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΑ, ἡ ΑΓ πρὸς ΓΕ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ. κείσθω δὴ πάλιν κύκλος ὁ Ν ἴσην ἔχων τὴν

---

10. *ἐστίν* per comp. F. 12. *κυκλον* F; corr. C. 17.

[Eucl. XII, 2]. et $\Theta\Gamma$ linea aequalis est axi quare ut $\varDelta\Theta$ ad axem coni M, ita circulus circulum circum diametrum BZ descriptum. itur basim habens circulum M, altitudinem adium sphaerae aequalis est rhombo solido) sed conus M aequalis est sectori solido itaque etiam sector solidus $B\Gamma Z\Theta$ aequalis abo solido $B\varDelta Z\Theta$. subtracto, qui communis o, cuius basis est circulus circum diametrum riptus, altitudo autem $E\Theta$ linea, qui relinquis $B\varDelta Z$ aequalis est segmento sphaerae $BZ\Gamma$. autem demonstrabitur, etiam conum BKZ a esse segmento sphaerae BAZ. nam quot $\Theta\Gamma + \Gamma E : \Gamma E = KE : EA$, erit igitur di- [Eucl. V, 17] $KA : AE = \Theta\Gamma : \Gamma E$. sed A. itaque etiam uicissim [Eucl. V, 16]

$$KA : A\Theta = AE : E\Gamma.$$

tiam componendo [Eucl. V, 18]

$$\Theta A = A\Gamma : \Gamma E = BA^2 : BE^2 \text{ [u. Eutocius].}$$

igitur rursus circulus N radium aequalem

Iam conus M aequalis est cono, cuius basis est circum BZ descriptus, altitudo autem $\varDelta\Theta$ (I lemm. 4 p. 82), onus (k) rhombo illi solido aequalis est. nam sint coni, as constat rhombus, k_1 et k_2; erit

$k : k_1 : k_2 = \varDelta\Theta : E\varDelta : E\Theta$ (I lemm. 1 p. 80);

$= E\varDelta + E\Theta$; tum u. Quaest. Arch. p. 48.

στερεο F. 18. αφαιρεθετος F. 23. ὡς] ο F; ὡς rr. ed. Basil.

ἐκ τοῦ κέντρου τῇ AB. ὁ ἄρα N κύκλος ἴσος ἔσται τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ BAZ τμήματος. καὶ νοείσθω ὁ κῶνος ὁ N ἴσον ἔχων τὸ ὕψος τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. ἴσος ἄρα ἐστὶ τῷ $B\Theta Z A$ στερεῷ τομεῖ. τοῦτο γὰρ ἐν τῷ πρώτῳ δέδεικται. καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη, ὡς ἡ $K\Theta$ πρὸς ΘA, οὕτως τὸ ἀπὸ AB πρὸς τὸ ἀπὸ BE, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N κύκλου πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλου, τουτέστιν ὁ N κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλον, ἴση δὲ ἡ $A\Theta$ τῷ ὕψει τοῦ N κώνου, ὡς ἄρα ἡ $K\Theta$ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ N κώνου, οὕτως ὁ N κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλον. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ N κῶνος, τουτέστιν ὁ $B\Theta Z A$ τομεὺς τῷ $B\Theta Z K$ σχήματι. κοινὸς προσκείσθω ὁ κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὴν BZ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ $E\Theta$. ὅλον ἄρα τὸ ABZ τμῆμα τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶν τῷ BZK κώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Καὶ φανερόν, ὅτι γίγνεται καθόλου τμῆμα σφαίρας πρὸς κῶνον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον, ὡς συναμφότερος ἥ τε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας καὶ ἡ κάθετος τοῦ λοιποῦ τμήματος πρὸς τὴν κάθετον τοῦ λοιποῦ τμήματος. ὡς γὰρ ἡ ΔE πρὸς $E\Gamma$, οὕτως ὁ ΔZB κῶνος, τουτέστι τὸ $B\Gamma Z$ τμῆμα πρὸς τὸν $B\Gamma Z$ κῶνον.

1. AB. ὁ ἄρα N κύκλος ἴσος ἔσται τῇ] om. F; suppleuit ed. Basil. 13. $B\Theta Z\Delta$ F; corr. ed. Basil. 15. BZ FBC*. 18. πόρισμα] mg. [symbol] F. 20. πρὸς κῶνον bis F. 21. ὡς] [symbol] F.

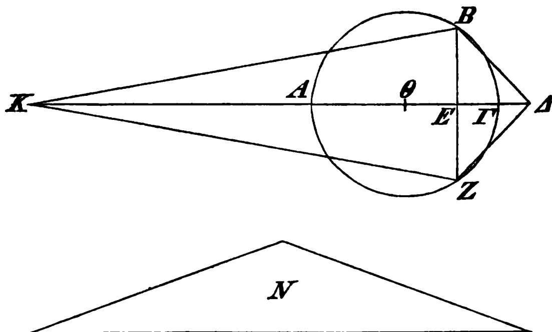
ineae AB. itaque circulus N aequalis erit i segmenti BAZ. et fingatur conus N altihabens aequalem radio sphaerae. itaque aequactori solido $B\Theta ZA$. hoc enim in libro primo atum est [u. Eutocius]. et quoniam demonest: $K\Theta : \Theta A = AB^2 : BE^2$, hoc est radius quadratus ad radium quadratum circuli cirdiametrum descripti, hoc est circulus N ad circum diametrum BZ descriptum [Eucl. XII, alis autem $A\Theta$ linea altitudini coni N, erit t $K\Theta$ linea ad altitudinem coni N, ita circulus irculum circum diametrum BZ descriptum. gitur N, hoc est sector $B\Theta ZA$, aequalis est $B\Theta ZK$ [u. Eutocius]. addatur communis coius basis est circulus circum BZ descriptus, autem $E\Theta$. itaque totum segmentum sphae-Z aequale est cono BZK, quod erat demonm.

COROLLARIUM.

adparet, omnino segmentum sphaerae ad coasim eandem habentem, quam segmentum, et nem aequalem eam habere rationem, quam raphaerae una cum altitudine[1]) reliqui segmenti itudinem[2]) reliqui segmenti. nam ut ΔE ad conus ΔZB, hoc est segmentum $B\Gamma Z$ [prop. 2], ιum $B\Gamma Z$ [I lemm. 1 p. 80].[3])

Archimedes scripserat: τὸ ὕψος lin. 22; Quaest. Archi-. 71.
τὸ ὕψος genuinum est lin. 23; cfr. not. 1. Eutocius ad , ubi citat τὸ πόρισμα τοῦ δευτέρου θεωρήματος, utroque ψος habet.
Et $\Delta E : E\Gamma = \Theta A + AE : AE$; u. p. 194, 21.

τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων, ὅτι καὶ ὁ ΚΒΖ κῶι ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΑΖ τμήματι τῆς σφαίρας. ἔστω γ κῶνος ὁ Ν βάσιν μὲν ἔχων [τὴν] ἴσην τῇ ἐπιφαν τῆς σφαίρας, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρ ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ κῶνος τῇ σφαίρᾳ [ἡ γὰρ σφαι δέδεικται τετραπλασία τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχ τος τὸν μέγιστον κύκλον καὶ ὕψος τὴν ἐκ τοῦ κέντρ ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Ν κῶνος τοῦ αὐτοῦ ἐστι τετραπ σιος, ἐπεὶ καὶ ἡ βάσις τῆς βάσεως καὶ ἡ ἐπιφάν τῆς σφαίρας τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ]. ἐπεί ἐστιν, ὡς συναμφότερος ἡ ΘΑ, ΑΕ πρὸς ΑΕ ΔΕ πρὸς ΕΓ, διελόντι καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΘΓ πρ ΓΔ, ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ. πάλιν ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ Ι πρὸς ΕΑ, συναμφότερος ἡ ΘΓΕ πρὸς ΓΕ, διελό καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΚΑ πρὸς ΓΘ, τουτέστι πρὸς Θ οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ, τουτέστιν ἡ ΘΓ πρὸς Γ καὶ συνθέντι· ἴση δὲ ἡ ΑΘ τῇ ΘΓ. ὡς ἄρα ἡ Ι



πρὸς ΘΓ, ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ· καὶ ὅλη ἡ ΚΔ πρὸς ∠ ἐστιν, ὡς ἡ ΔΘ πρὸς ΔΓ, τουτέστιν ὡς ἡ ΚΘ πρ

1. ὅτι] δείξομεν, ὅτι B, ed. Basil., Torellius; „ostendem

n positis demonstrabimus[1]), etiam conum ɔqualem esse segmento sphaerae BAZ. sit ıus N basim habens superficiei sphaerae aequa- tudinem autem radium sphaerae. conus igitur aequalis est.[2]) et quoniam est

$$\Theta A + AE : AE = \Delta E : E\Gamma,$$

nendo et uicissim [Eucl. V, 17 et 16]

$\Gamma : \Gamma\Delta = AE : E\Gamma$ [quia $\Theta A = \Theta\Gamma$].

uoniam $KE : EA = \Theta\Gamma + \Gamma E : \Gamma E$, erit diri- ıt uicissim $KA : \Gamma\Theta$, hoc est

$$KA : \Theta A = AE : E\Gamma = \Theta\Gamma : \Gamma\Delta.$$

onendo [Eucl. V, 18], aequalis autem $A\Theta$ lineae taque $K\Theta : \Theta\Gamma = \Theta\Delta : \Delta\Gamma$, [et uicissim (Eucl. $K\Theta : \Theta\Delta = \Theta\Gamma : \Delta\Gamma$, et componendo (Eucl. $K\Delta : \Delta\Theta = \Delta\Theta : \Delta\Gamma = K\Theta : \Theta A$ [u. Euto-

---

ɹrchimedes sine dubio alio modo hanc alteram demon- m partis posterioris (p. 198, 21; cfr. Eutocius) adiun- uaest. Arch. p. 73). de ὅτι cfr. Neue Jahrb., Suppl. XI

ɪphaera enim quadruplo maior est cono basim habenti . maximum, altitudinem autem radium (I, 34), sed eodem cono quadruplo maior est (I, 33; I lemm. 1

fortasse delenda sunt: ἴση δὲ ἡ $A\Theta$ τῇ $\Theta\Gamma$ lin. 17; cfr.

---

3. τήν deleo. 7. κέντρου] κέντρου τῆς σφαίρας ed. Torellius. 14. $\Theta\Gamma E$] $\Theta\Gamma$, ΓE Torellius.

ΘΑ. ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΔΚ, ΘΑ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΘΚ. πάλιν ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΓ, ἡ ΘΔ πρὸς ΓΔ, ἐναλλάξ. ὡς δὲ ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ, ἐδείχθη ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ. ὡς ἄρα ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ. καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΘΔ, τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΚΘΔ ἴσον ἐδείχθη τῷ ὑπὸ ΚΔ, ΑΘ. ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΔ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΚΔ, ΑΘ, τουτέστιν ἡ ΚΔ πρὸς ΑΘ, τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΕΓ, τουτέστι πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΒ. καί ἐστιν ἴση ἡ ΑΓ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν κύκλου. ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν κύκλου πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ, τουτέστιν ὁ Ν κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον, οὕτως ἡ ΚΔ πρὸς ΑΘ, τουτέστιν ἡ ΚΔ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ν κώνου. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Ν κῶνος, τουτέστιν ἡ σφαῖρα, τῷ ΒΔΖΚ στερεῷ ῥόμβῳ [ἢ οὕτως· ἔστιν ἄρα, ὡς ὁ Ν κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον, οὕτως ἡ ΔΚ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ν κώνου. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Ν κῶνος τῷ κώνῳ, οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΔΚ. ἀντιπεπόνθασιν γὰρ αὐτῶν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. ἀλλ' οὗτος ὁ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΚΖΔ στερεῷ ῥόμβῳ. καὶ ὁ Ν ἄρα κῶνος, τουτέστιν ἡ σφαῖρα, ἴση ἐστὶ τῷ ΒΖΚΔ στερεῷ ῥόμβῳ]· ὧν ὁ ΒΔΖ κῶνος ἴσος ἐδείχθη τῷ ΒΓΖ τμήματι τῆς σφαίρας. λοιπὸς ἄρα ὁ ΒΚΖ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΑΖ τμήματι τῆς σφαίρας.

1. ΔΚ, ΘΑ] ΔΘ, ΘΚ Torellius; δϑκ, ϑα ed. Basil. ΔΘΚ] ΔΚ, ΘΑ Torellius; δκ ed. Basil. 3. post ἐναλλάξ addunt ed. Basil., Torellius (non Cr.): ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ. ΑΕ] ΔΕ F. 4. ΑΕ] ΘΕ F. 5. ΚΘ, ΘΔ Torellius, ut lin. 6. 6. ΑΕ, ΕΓ Torellius, ut lin. 9. 21. βασ cum comp. ης F. 24. ΒΚΖΔ Torellius. post

aque $\Delta K \times \Theta A = \Delta \Theta \times \Theta K$. rursus quo- $\vartheta : \Theta \Gamma = \Theta \Delta : \Gamma \Delta$, etiam uicissim

$$[K\Theta : \Theta \Delta = \Theta \Gamma : \Gamma \Delta].$$

onstratum est $\Theta \Gamma : \Gamma \Delta = AE : E\Gamma$. itaque $I = AE : E\Gamma$. quare etiam

$\Theta \times \Theta \Delta = A\Gamma^2 : AE \times E\Gamma$ [u. Eutocius].[1]) onstratum est $K\Theta \times \Theta \Delta = K\Delta \times A\Theta$. ita- $I^2 : K\Delta \times A\Theta$, hoc est

$$K\Delta : A\Theta = A\Gamma^2 : AE \times E\Gamma,$$

$= A\Gamma^2 : EB^2$.[2]) et $A\Gamma$ aequalis est radio N.[3]) quare ut radius circuli N quadratus ad oc est ut circulus N ad circulum circum dia- BZ descriptum [Eucl. XII, 2], ita $K\Delta$ ad $A\Theta$, $K\Delta$ ad altitudinem coni N. conus igitur N, sphaera, aequalis est rhombo solido $B\Delta ZK$.[4]) [5]) conus $B\Delta Z$ aequalis est segmento sphaerae u. p. 198, 20 sqq.]. itaque qui relinquitur, co- KZ aequalis est segmento sphaerae BAZ.

Ex eius adnotatione comperimus, Archimedem scrip- $\tau\omega\varsigma$ ἡ AE lin. 4; ὑπὸ τῶν $K\Theta\Delta$, οὕτως lin. 5.
Nam $AE : EB = EB : E\Gamma$ (Zeitschr. f. Math., hist. h. p. 181 nr. 16); tum u. Eucl. VI, 17.
Sit enim diametrus circuli N d. erit ex Eucl. XII, 2: $\Gamma Z = d^2 : A\Gamma^2$; sed $N = 4AB\Gamma Z$ (I, 33); itaque

$$d^2 = 4A\Gamma^2,\ d = 2A\Gamma.$$

Nam sint coni, ex quibus constat rhombus, k_1, k_2. ex ione supra p. 204, 11 sq. demonstrata adparet, conum N m esse cono (k), cuius basis sit circulus circum BZ de-, altitudo autem $K\Delta$ (I lemma 4 p. 82); iam $k : k_1 : k_2 = K\Delta : KE : E\Delta$ (I lemm. 1 p. 80), $= KE + E\Delta$; tum u. Quaest. Arch. p. 48; cfr. p. 199

ῶν lin. 24 h. e. conorum, ex quibus constat rhombus.

---

addit Torellius: τῷ ἐκ τοῖν κώνοιν συγκειμένῳ τοῖν $B\Delta Z$, „ex conis bdf et bkf composito" Cr.

γ'.

Τρίτον ἦν πρόβλημα τόδε· τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὅπως αἱ τῶν τμημάτων ἐπιφάνειαι πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχωσιν τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι. γεγονέτω, καὶ ἔστω τῆς σφαίρας μέγιστος κύκλος ὁ ΑΔΒΕ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΒ. καὶ ἐκβεβλήσθω πρὸς τὴν ΑΒ ἐπίπεδον ὀρθόν, καὶ ποιείτω τὸ ἐπίπεδον ἐν τῷ ΑΔΒΕ κύκλῳ τομὴν τὴν ΔΕ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΒΔ.

ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ΔΑΕ τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΔΒΕ τμήματος δοθείς, ἀλλὰ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΑΕ τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΔ, τῇ δὲ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΒΕ τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΔΒ, ὡς δὲ οἱ εἰρημένοι κύκλοι πρὸς ἀλλήλους, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΒ, τουτέστιν ἡ ΑΓ πρὸς ΓΒ, λόγος ἄρα τῆς ΑΓ πρὸς ΓΒ δοθείς. ὥστε δοθέν ἐστι τὸ Γ σημεῖον. καί ἐστι τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔΕ· θέσει ἄρα καὶ τὸ διὰ τῆς ΔΕ ἐπίπεδον.

συντεθήσεται δὲ οὕτως· ἔστω σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΔΕ, καὶ διάμετρος ἡ ΑΒ. ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς Ζ πρὸς Η. καὶ τετμήσθω ἡ ΑΒ κατὰ τὸ

---

1. δ' Torellius. 3. τεμεῖν] τιμ cum comp. ιν uel ην F. 5. φαιρας F. 12. δοθείς om. F; corr. Torellius. 14. ΑΔ, τῇ δὲ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΒΕ τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ lin. 15 om. F; suppleuit ed. Basil. 19. σημεῖον] syllab. μειον in rasura F. 22. ΑΔΒΕ Torellius.

III.

um problema hoc erat: datam sphaeram plano ta ut superficies segmentorum inter se ratioam habeant.[1])

et sit $A\Delta BE$ circulus maximus sphaerae, et s eius AB. et ponatur planum ad AB lineam culare[2]), et faciat planum illud in circulo sectionem ΔE lineam, et ducantur $A\Delta$, $B\Delta$

quoniam data est ratio, quam habet supergmenti ΔAE ad superficiem segmenti ΔBE, rficiei segmenti ΔAE aequalis est circulus, lius aequalis est lineae $A\Delta$ [I, 43], superficiei egmenti ΔBE aequalis est circulus, cuius raualis est lineae ΔB [I, 42], et quam rationem quos commemorauimus, inter se habent, eam Δ^2 ad ΔB^2 [Eucl. XII, 2], hoc est $A\Gamma$ ad Eutocius], data igitur est ratio $A\Gamma : \Gamma B$.[3]) atum est Γ punctum [u. Eutocius]. et ΔE ad pendicularis est. itaque etiam planum per ΔE positione datum est.

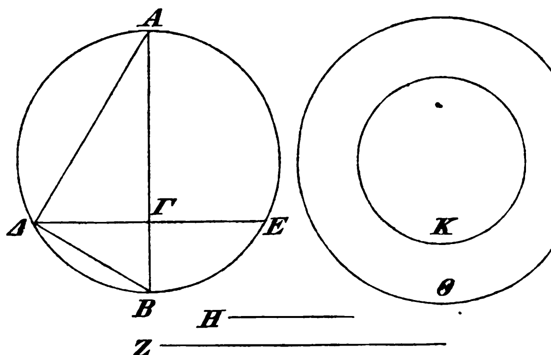
ponetur autem hoc modo. sit sphaera, cuius maximus sit $AB\Delta E$, et diametrus AB. et data it $Z:H$. et secetur AB in Γ puncto ita, ut

1) Genuina forma exstat περὶ ἑλίκων praef.: τὰν δοθεῖσαν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ τμάματα τᾶς ἐπιφανείας τὸν α λόγον ἔχειν ποτ' ἄλλαλα. de ὅπως lin. 3 cfr. Quaest. . 70.

2) Solitum uerborum ordinem, quem restitui noluit Nizze: ν ὀρθὸν πρὸς τὴν AB (lin. 7) recipere non audeo proplem locum II, 5.

3) Lin. 18 scripserat Archimedes: δοθεὶς δὴ λόγος τῆς $A\Gamma$ B. hoc enim praebet Eutocius, nisi quod pro δή legi-

Γ, ὥστε εἶναι, ὡς τὴν *ΑΓ* πρὸς *ΒΓ*, οὕτως τ πρὸς *Η*. καὶ διὰ τοῦ *Γ* ἐπιπέδῳ τετμήσθω ἡ σ πρὸς ὀρθὰς τῇ *ΑΒ* εὐθείᾳ, καὶ ἔστω κοινὴ τ



ΔΕ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΑΔ*, *ΔΒ*. καὶ ἐκκείσ δύο κύκλοι οἱ *Θ*, *Κ*, ὁ μὲν *Θ* ἴσην ἔχων τὴν ἐ κέντρου τῇ *ΑΔ*, ὁ δὲ *Κ* τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ἔχων τῇ *ΔΒ*. ἔστιν ἄρα ὁ μὲν *Θ* κύκλος ἴσος τ φανείᾳ τοῦ *ΔΑΕ* τμήματος, ὁ δὲ *Κ* τοῦ *ΔΒΕ* ματος. τοῦτο γὰρ προδέδεικται ἐν τῷ πρώτῳ β καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ *ΑΔΒ*, καὶ κάθετος ἔστιν, ὡς ἡ *ΑΓ* πρὸς *ΓΒ*, τουτέστιν ἡ *Ζ* πρὸς ἀπὸ *ΑΔ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΔΒ*, τουτέστι τὸ ἀπὸ τ τοῦ κέντρου τοῦ *Θ* κύκλου πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐ κέντρου τοῦ *Κ* κύκλου, τουτέστιν ὁ *Θ* κύκλος τὸν *Κ* κύκλον, τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ *ΔΑΕ* ματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ *ΔΒΕ* τμήματ σφαίρας.

10. ὀρθή] Hauber; δοθεῖσα F, uulgo.

sit $A\Gamma : B\Gamma = Z : H$ [Eucl. VI, 10]. et per Γ punctum sphaera secetur plano ad AB lineam perpendiculari, et communis[1]) sectio sit ΔE, et ducantur $A\Delta$, ΔB. et ponantur duo circuli Θ, K, ita ut Θ radium lineae $A\Delta$ aequalem habeat, K autem lineae ΔB. itaque Θ circulus aequalis est superficiei segmenti ΔAE [I, 43], K autem superficiei segmenti ΔBE [I, 42]. hoc enim in primo libro demonstratum est. et quoniam angulus $A\Delta B$ rectus est [Eucl. III, 31], et $\Gamma\Delta$ perpendicularis, erit $A\Gamma : \Gamma B$, hoc est $Z : H = A\Delta^2 : \Delta B^2$ [u. p. 206, 17], hoc est radius circuli Θ quadratus ad radium circuli K quadratum, hoc est $\Theta : K$ [Eucl. XII, 2], hoc est superficies segmenti ΔAE ad superficiem segmenti sphaerae ΔBE.

---

tur δέ, sed sine dubio errore librarii. fieri tamen potest, ut demonstrationis forma a transscriptore mutata sit.

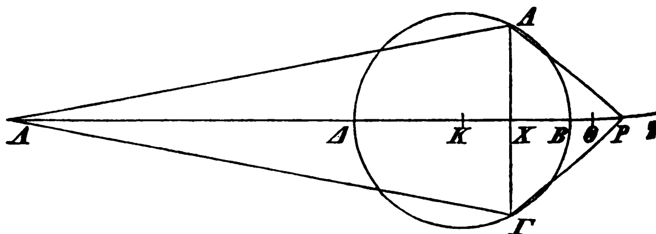
1) Communis sectio sc. plani ad AB perpendicularis et circuli maximi $A\Delta BE$.

δ'.

Τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν τεμεῖν, ὥστε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα ἡ ΑΒΓΔ. δεῖ δὴ αὐτὴν τεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥστε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν δοθέντα.

τετμήσθω διὰ τῆς ΑΓ ἐπιπέδῳ. λόγος ἄρα τοῦ ΑΔΓ τμήματος τῆς σφαίρας πρὸς τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας δοθείς. τετμήσθω δὲ ἡ σφαῖρα διὰ τοῦ κέντου, καὶ ἔστω ἡ τομὴ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, κέντρον δὲ τὸ Κ, καὶ διάμετρος ἡ ΔΒ. καὶ πεποιήσθω, ὡς μὲν συναμφότερος ἡ ΚΔΧ πρὸς ΔΧ, οὕτως ἡ ΡΧ πρὸς ΧΒ, ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΚΒΧ πρὸς ΒΧ, οὕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΧΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΛ, ΛΓ, ΑΡ, ΡΓ. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν ΑΛΓ κῶνος τῷ ΑΔΓ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ ΑΡΓ τῷ ΑΒΓ. λόγος ἄρα καὶ τοῦ ΑΛΓ κώνου πρὸς τὸν ΑΡΓ κῶνον δοθείς.



ὡς δὲ ὁ κῶνος πρὸς τὸν κῶνον, οὕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΧΡ [ἐπείπερ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχουσιν τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ κύκλον]. λόγος ἄρα καὶ τῆς ΛΧ πρὸς ΧΡ δοθείς. καὶ διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον διὰ τῆς

1. ε' Torellius. 2. τεμ cum comp. ιν uel ην F. 13.

IV.[1])

m sphaeram ita secare, ut segmenta sphaerae datam rationem habeant.[2])

sphaera sit $AB\Gamma\Delta$. oportet igitur eam plano :e, ut segmenta sphaerae inter se datam ratio-)eant.

ur plano per $A\Gamma$ posito. ratio igitur segmenti d segmentum sphaerae $AB\Gamma$ data est. secetur phaera per centrum [plano ad planum per $A\Gamma$ perpendiculari][3]), et sectio sit circulus maxi- $\Gamma\Delta$, centrum autem K, et diametrus ΔB. et $\Delta + \Delta X : \Delta X = PX : XB$ et

$$KB + BX : BX = \Delta X : X\Delta,$$

ntur lineae $A\Delta$, $A\Gamma$, AP, $P\Gamma$. itaque conus equalis est segmento sphaerae $A\Delta\Gamma$, et $AP\Gamma$ egmento $AB\Gamma$ [prop. 2]. quare data est ratio $AP\Gamma$. sed $A\Delta\Gamma : AP\Gamma = \Delta X : XP$.[5]) quare :atio $\Delta X : XP$ data est. et eodem modo, quo u. Eutocius], per constructionem erit

---

[1]) ranscriptor nescio qua de causa propositiones III et utauit; u. Neue Jahrb. Suppl. XI p. 392; cfr. Eutocius . IV et περὶ ἑλίκ. praef.

[2]) Genuinam huius propositionis formam habemus περὶ aef.: τὰν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ : αὐτᾶς ποτ' ἄλλαλα τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν.

[3]) Haec uerba Archimedes ipse uix omiserat.

[4]) Archimedeum est γεγονέτω; Quaest. Arch. p. 70.

[5]) Sequitur ex I lemm. 1 p. 80, cum basis eadem sit.

X Torellius. 14. KB, BX idem. 22. XP] hic uerba lin. 20 — πρὸς XP lin. 21 repetuntur in F. τὰ οῖς] ταυτοις F; ταῦτα τοῖς C* ed. Basil.; corr. B*.

κατασκευῆς, ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΚΔ, ἡ ΚΒ πρὸς ΒΡ, καὶ ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΡΒ πρὸς ΒΚ, ἡ ΚΔ πρὸς ΛΔ, συνθέντι, ὡς ἡ ΡΚ πρὸς ΚΒ, τουτέστι πρὸς ΚΔ, οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ. καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΡΛ πρὸς ὅλην τὴν ΚΛ ἐστιν, ὡς ἡ ΚΛ πρὸς ΛΔ. ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΡΛΔ τῷ ἀπὸ ΛΚ. ὡς ἄρα ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΔΚ, οὕτως ἡ ΔΧ πρὸς ΧΒ, ἔσται ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι, ὡς ΚΛ πρὸς ΛΔ, οὕτως ἡ ΒΔ πρὸς ΔΧ [καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ] [πάλιν ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΛΧ πρὸς ΔΧ, συναμφότερος ἡ ΚΒ, ΒΧ πρὸς ΒΧ, διελόντι, ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΔΧ, οὕτως ἡ ΚΒ πρὸς ΒΧ]. καὶ κείσθω τῇ ΚΒ ἴση ἡ ΒΖ. ὅτι γὰρ ἐκτὸς τοῦ Ρ πεσεῖται, δῆλον [καὶ ἔσται ὡς ἡ ΛΔ πρὸς ΔΧ, οὕτως ἡ ΖΒ πρὸς ΒΧ. ὥστε καὶ ὡς ἡ ΔΛ πρὸς ΛΧ, ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ]. ἐπεὶ δὲ λόγος ἐστὶ τῆς ΔΛ πρὸς ΛΧ δοθείς, καὶ τῆς ΡΛ ἄρα πρὸς ΛΧ λόγος ἐστὶ δοθείς. ἐπεὶ οὖν ὁ τῆς ΡΛ πρὸς ΛΧ λόγος συνῆπται ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, καὶ ἡ ΔΛ πρὸς ΛΧ, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, τὸ ἀπὸ ΔΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, ὡς δὲ ἡ ΔΛ πρὸς ΛΧ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ, ὁ ἄρα τῆς ΡΛ πρὸς ΛΧ λόγος συνῆπται ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ

6. ΡΛ, ΛΔ Torellius. ἴσον ἄρα — ἀπὸ ΛΚ delet Hauber. 8. ΔΧ] ΒΧ F. 17. ΔΛ] ΡΧ Hauber. 18. ἄρα om. Torellius. Post ΛΧ idem addit: καὶ τῆς ΡΛ ἄρα πρὸς ΛΔ. 23. ΖΧ] ΒΧ FBC*.

$\Lambda\Delta : K\Delta = KB : BP = \Delta X : XB.$

am est $PB : BK = K\Delta : \Lambda\Delta$ [ἀνάπαλιν Eucl. ισμα], erit componendo [Eucl. V, 18] $PK : KB$, $PK : K\Delta = K\Lambda : \Lambda\Delta$. quare etiam

$K\Lambda = K\Lambda : \Lambda\Delta$ [Eucl. V, 12; Eutocius].

$\Lambda \times \Lambda\Delta = K\Lambda^2$ [Eucl. VI, 17].[1]) erit etiam $\Delta = K\Lambda^2 : \Lambda\Delta^2$ [u. Eutocius]. et quoniam $K = \Delta X : XB$, erit e contrario [Eucl. V, 7 componendo [Eucl. V, 18]

$$K\Lambda : \Lambda\Delta = B\Delta : \Delta X.$$[2])

itur $BZ = KB$; nam extra P punctum eam am esse, adparet [u. Eutocius]. sed quoniam $\Lambda : \Lambda X$ data est [u. Eutocius], erit igitur etiam $\Lambda : \Lambda X$ data.[3]) iam quoniam ratio $P\Lambda : \Lambda X$ ita est ex rationibus $P\Lambda : \Lambda\Delta$ et $\Delta\Lambda : \Lambda X$, $: \Lambda\Delta = \Delta B^2 : \Delta X^2$ [u. Eutocius][4]), et

$\Delta\Lambda : \Lambda X = BZ : ZX$ [u. not. 2],

ratio $P\Lambda : \Lambda X$ composita est ex rationibus

Ioc addit propter synthesin (p. 216, 15). nec hinc penιens ἄρα lin. 7, sed refertur ad proportionem

$$P\Lambda : K\Lambda = K\Lambda : \Lambda\Delta,$$

ntocio quoque adparet.

Sequentia uerba καὶ ὡς lin. 10 — ἀπὸ ΔX lin. 11 subunt, ut cognoscimus ex Eutocii adnotatione: ὡς δὲ τὸ Λ πρὸς τὸ ἀπὸ $\Lambda\Delta$, οὕτως τὸ ἀπὸ $B\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX· γάρ, ὡς ἡ $K\Lambda$ πρὸς $\Lambda\Delta$, ἡ $B\Delta$ πρὸς ΔX. sed etiam ι uerba πάλιν lin. 12 — πρὸς BX lin. 14 et καὶ ἔσται — πρὸς ZX lin. 17 delenda sunt. nam ut adpareat, n $\Delta\Lambda : \Lambda X$ datam esse, Eutocius prius demonstrat $X = \Lambda\Delta : \Lambda X$, quod non fecisset, si iam apud Archiipsum demonstrationem inuenisset.

Genuinam huius loci formam praebet Eutocius: ἐπεὶ δὲ στὶ τῆς $\Delta\Lambda$ πρὸς ΛX δοθείς, καὶ τῆς $P\Lambda$ πρὸς ΛX, καὶ ἄρα πρὸς $\Lambda\Delta$ λόγος ἐστὶ δοθείς.

Archimedes scripserat lin. 21: ἀλλ' ὡς μὲν ἡ $P\Lambda$ πρὸς ϑείχϑη τὸ ἀπὸ $B\Delta$. praeterea p. 214 lin. 1: γεγονέτω.

ΔΧ, καὶ ἡ *ΒΖ* πρὸς *ΖΧ*. πεποιήσθω δὲ ὡς ἡ *Ρ*[illegible] πρὸς *ΔΧ*, ἡ *ΒΖ* πρὸς *ΖΘ*. λόγος δὲ τῆς *ΡΔ* πρὸ[illegible] *ΔΧ* δοθείς. λόγος ἄρα καὶ τῆς *ΖΒ* πρὸς *ΖΘ* δο[illegible]θείς. δοθεῖσα δὲ ἡ *ΒΖ*· ἴση γάρ ἐστι τῇ ἐκ το[illegible] κέντρου· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ *ΖΘ*. καὶ ὁ τῆς *Β*[illegible] ἄρα λόγος πρὸς *ΖΘ* συνῆπται ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει [illegible] ἀπὸ *ΒΔ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΔΧ*, καὶ ἡ *ΒΖ* πρὸς *ΖΧ*. ἀλ[illegible] ὁ *ΒΖ* πρὸς *ΖΘ* λόγος συνῆπται ἔκ τε τοῦ τῆς *Β*[illegible] πρὸς *ΖΧ* καὶ τοῦ τῆς *ΖΧ* πρὸς *ΖΘ* [κοινὸς ἀφῃρήσθ[illegible] ὁ τῆς *ΒΖ* πρὸς *ΖΧ*]. λοιπὸν ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ἀπ[illegible] *ΒΔ*, τουτέστι δοθὲν πρὸς τὸ ἀπὸ *ΔΧ*, οὕτως ἡ *Χ*[illegible] πρὸς *ΖΘ*, τουτέστι πρὸς δοθέν. καί ἐστιν δοθεῖσα [illegible] *ΖΔ* εὐθεῖα. εὐθεῖαν ἄρα δοθεῖσαν τὴν *ΔΖ* τεμεῖ[illegible] δεῖ κατὰ τὸ *Χ* καὶ ποιεῖν, ὡς τὴν *ΧΖ* πρὸς δοθεῖσα[illegible] [τὴν *ΖΘ*], οὕτως τὸ δοθὲν [τὸ ἀπὸ *ΒΔ*] πρὸς τὸ ἀπ[illegible] *ΔΧ*. τοῦτο οὕτως ἁπλῶς μὲν λεγόμενον ἔχει διορι[illegible]μόν, προστιθεμένων δὲ τῶν προβλημάτων τῶν ἐνθάδ[illegible] ὑπαρχόντων [τουτέστι τοῦ τε διπλασίαν εἶναι τὴν *Δ*[illegible] τῆς *ΒΖ* καὶ τοῦ μείζονα τῆς *ΖΘ* τὴν *ΖΒ*, ὡς κατὰ τὴν ἀνάλυσιν] οὐκ ἔχει διορισμόν. καὶ ἔσται τὸ πρό-βλημα τοιοῦτον· δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν *ΒΔ*, *ΒΖ*, καὶ διπλασίας οὔσης τῆς *ΒΔ* τῆς *ΒΖ*, καὶ σημείου ἐπὶ τῆς *ΒΖ* τοῦ *Θ*, τεμεῖν τὴν *ΔΒ* κατὰ τὸ *Χ* καὶ ποιεῖν, ὡς τὸ ἀπὸ *ΒΔ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΔΧ*, τὴν *ΧΖ* πρὸς *ΖΘ*. ἑκάτερα δὲ ταῦτα ἐπὶ τέλει ἀναλυθήσεταί τε καὶ συντεθήσεται.

συντεθήσεται δὲ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἔστω ὁ δο-θεὶς λόγος ὁ τῆς *Π* πρὸς *Σ*, μείζονος πρὸς ἐλάσσονα.

2. δέ] δή Torellius. 8. συνῆπται] συνηπτε F; fortasse συνῆπται καί. 13. εὐθεῖαν ἄρα] scripsi; παρα per comp. F, uulgo; καὶ δή uel ἄρα Torellius. 19. τῆς] (alt.) scripsi; την F, uulgo. τήν] της F per comp., uulgo; τὴν ΒΖ τῆς ΖΘ

Γ^2 et $BZ : ZX$. fiat[1]) autem

$$PA : AX = BZ : Z\Theta.$$

m $PA : \Delta X$ data est; itaque etiam ratio data. sed etiam BZ data est; radio enim est. quare etiam $Z\Theta$ data. itaque etiam $: Z\Theta$ composita est ex rationibus $B\Delta^2 : \Delta X^2$ ZX. sed eadem ratio etiam ex rationibus et $ZX : Z\Theta$ composita est.[2]) itaque quod r $B\Delta^2$, hoc est spatium datum, ad ΔX^2 eam habet, quam XZ ad $Z\Theta$, hoc est ad datam ı. Eutocius]. et data est linea $Z\Delta$. datam eam ΔZ secare oportet in puncto X, ita ut ; XZ ad lineam datam, ita datum spatium hoc si ita indefinite proponitur, determinatio- et, sed adiunctis condicionibus, quae hoc loco determinationem non habet. et erit problema li: datis duabus lineis $B\Delta$ et BZ, quarum lo maior est linea BZ, et puncto Θ in linea am ΔB in puncto X ita secare, ut fiat

$$B\Delta^2 : \Delta X^2 = XZ : Z\Theta.$$

utrumque in fine et resoluetur et componetur.[3]) ponetur autem problema hoc modo: data ratio e Π ad Σ, maioris ad minorem, et sphaera

---

fr. p. 213 not. 4.

x Eutocio concludi posse uidetur, uerba κοινός lin. 9 ZX lin. 10 subditiua esse.

quod hic pollicetur supplementum, iam Dioclis et Dio- temporibus interciderat, sed Eutocius putat, se ipsam lis resolutionem repperisse, neque iniuria (Quaest. Arch. liam totius problematis resolutionem dedit Hugenius: chanica cet. (Lugd. Batau. 1751. 4) II p. 388—91.

, 23. ΔB] AB F. 27. δέ] scripsi; δή F, uulgo. ιος] scripsi; μειζον F, uulgo.

καὶ δεδόσθω τις σφαῖρα, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου. καὶ ἔστω τομὴ ὁ $ΑΒΓΔ$ κύκλος, καὶ διάμετρος ἔστω ἡ $ΒΔ$, κέντρον δὲ τὸ $Κ$. καὶ τῇ $ΚΒ$ ἴση κείσθω ἡ $ΒΖ$, καὶ τετμήσθω ἡ $ΒΖ$ κατὰ τὸ $Θ$, ὥστε εἶναι ὡς τὴν $ΘΖ$ πρὸς $ΘΒ$, τὴν $Π$ πρὸς $Σ$. καὶ ἔτι τετμήσθω ἡ $ΒΔ$ κατὰ τὸ $Χ$, ὥστε εἶναι ὡς τὴν $ΧΖ$ πρὸς $ΘΖ$, τὸ ἀπὸ $ΒΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΔΧ$, καὶ διὰ τοῦ $Χ$ ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω ὀρθὸν πρὸς τὴν $ΒΔ$. λέγω, ὅτι τὸ ἐπίπεδον τοῦτο τεμεῖ τὴν σφαῖραν, ὥστε εἶναι, ὡς τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον, τὴν $Π$ πρὸς $Σ$. πεποιήσθω γὰρ ὡς μὲν συναμφότερος ἡ $ΚΒΧ$ πρὸς $ΒΧ$, οὕτως ἡ $ΛΧ$ πρὸς $ΔΧ$, ὡς δὲ συναμφότερος ἡ $ΚΔΧ$ πρὸς $ΧΔ$, ἡ $ΡΧ$ πρὸς $ΧΒ$, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $ΑΛ$, $ΛΓ$, $ΑΡ$, $ΡΓ$. ἔσται δὴ διὰ τὴν κατασκευήν, ὡς ἐδείξαμεν ἐν τῇ ἀναλύσει, ἴσον τὸ ὑπὸ $ΡΛΔ$ τῷ ἀπὸ $ΛΚ$· καὶ ὡς ἡ $ΚΛ$ πρὸς $ΛΔ$ ἡ $ΒΔ$ πρὸς $ΔΧ$. ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ $ΚΛ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΛΔ$, τὸ ἀπὸ $ΒΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΔΧ$. καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΡΛΔ$ τῷ ἀπὸ $ΛΚ$ ἐστιν ἴσον [ἔστιν, ὡς ἡ $ΡΛ$ πρὸς $ΛΔ$, τὸ ἀπὸ $ΛΚ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΛΔ$], ἔσται ἄρα καὶ ὡς ἡ $ΡΛ$ πρὸς $ΛΔ$, τὸ ἀπὸ $ΒΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΔΧ$, τουτέστιν ἡ $ΧΖ$ πρὸς $ΖΘ$. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς συναμφότερος ἡ $ΚΒΧ$ πρὸς $ΒΧ$, οὕτως ἡ $ΛΧ$ πρὸς $ΧΔ$, ἴση δέ ἐστιν ἡ $ΚΒ$ τῇ $ΒΖ$, ἔσται ἄρα καὶ ὡς ἡ $ΖΧ$ πρὸς $ΧΒ$, οὕτως ἡ $ΛΧ$ πρὸς $ΧΔ$. ἀναστρέψαντι, ὡς ἡ $ΧΖ$ πρὸς $ΖΒ$, οὕτως ἡ $ΧΛ$ πρὸς $ΛΔ$. ὥστε καὶ ὡς ἡ $ΛΔ$ πρὸς

8. τὴν] scripsi; το F, uulgo. 11. $ΚΒ$, $ΒΧ$ Torellius, ut lin. 23. 13. $ΚΔ$, $ΔΧ$ idem. 15. τό] τω F. 16. $ΡΛ$, $ΛΔ$ Torellius, ut lin. 19. 17. Post $ΚΛ$ repetit F: προς $ΛΔ$ η $ΒΔ$ προς $ΔΧ$ ωστε και ως το απο $ΚΛ$ προς $ΛΔ$ η $ΒΔ$ προς $ΔΧ$ ωστε και ως το απο $ΚΛ$; similia BC*. 22. ὡς] σ supra scriptum manu 1 F. 25. $ΛΧ$] $ΔΧ$ F; corr. Torellius.

data sit, et secetur plano per centrum posito, et sectio sit circulus $AB\Gamma\Delta$, cuius diametrus sit $B\Delta$, centrum autem K. et ponatur BZ lineae KB aequalis, et secetur BZ in puncto Θ ita, ut sit $\Theta Z : \Theta B = \Pi : \Sigma$. porro secetur linea $B\Delta$ in puncto X ita, ut sit

$$XZ : \Theta Z = B\Delta^2 : \Delta X^2,$$

et per X ducatur planum ad $B\Delta$ perpendiculare. dico, hoc planum sphaeram ita secaturum esse, ut maius segmentum ad minus eam rationem habeat, quam $\Pi : \Sigma$. fiat[1]) enim $KB + BX : BX = \Lambda X : \Delta X$ et

$$K\Delta + \Delta X : X\Delta = PX : XB,$$

et ducantur lineae $A\Lambda$, $\Lambda\Gamma$, AP, $P\Gamma$. erit igitur propter constructionem, ut in analysi demonstrauimus [p. 212, 6], $P\Lambda \times \Lambda\Delta = \Lambda K^2$, et

$$K\Lambda : \Lambda\Delta = B\Delta : \Delta X \text{ [p. 212, 9—10].}$$

quare etiam $K\Lambda^2 : \Lambda\Delta^2 = B\Delta^2 : \Delta X^2$; et quoniam

$$P\Lambda \times \Lambda\Delta = \Lambda K^2,$$

erit igitur etiam [$P\Lambda \times \Lambda\Delta : \Lambda\Delta^2$, hoc est]

$$P\Lambda : \Lambda\Delta = B\Delta^2 : \Delta X^2 = XZ : \Theta Z \text{ [ex hypothesi].}$$

et quoniam est $KB + BX : BX = \Lambda X : X\Delta$, et $KB = BZ$, erit igitur etiam $ZX : XB = \Lambda X : X\Delta$. et conuertendo [Eucl. V, 19 πόρισμα] $ZX : ZB = \Lambda X : \Lambda\Delta$.

1) Archimedes pro πεποιήσθω scripserat γεγονέτω lin. 11, et hoc habet Eutocius.

ΛΧ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ Ρ πρὸς ΛΔ, οὕτως ἡ ΧΖ πρὸς ΖΘ, ὡς δὲ ἡ ΔΛ πρ ΛΧ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῇ τ ταραγμένῃ ἀναλογίᾳ, ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΧ, οὕτως ἡ Β πρὸς ΖΘ. καὶ ὡς ἄρα ἡ ΛΧ πρὸς ΧΡ, οὕτως ἡ Ζ πρὸς ΘΒ. ὡς δὲ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΒ, οὕτως ἡ Π πρὸς καὶ ὡς ἄρα ἡ ΛΧ πρὸς ΧΡ, τουτέστιν ὁ ΑΓΛ κῶν πρὸς τὸν ΑΡΓ κῶνον, τουτέστι τὸ ΑΔΓ τμῆμα τ σφαίρας πρὸς τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας, οὕτως Π πρὸς Σ.

ε'.

Τῷ δοθέντι τμήματι σφαίρας ὅμοιον καὶ ἄλλῳ τ δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

ἔστω τὰ δύο δοθέντα τμήματα σφαίρας τὰ ΑΒ ΕΖΗ. καὶ ἔστω τοῦ μὲν ΑΒΓ τμήματος βάσις ὁ πε διάμετρον τὴν ΑΒ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Γ σημεῖο τοῦ δὲ ΕΖΗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΕΖ, κορυφ δὲ τὸ Η σημεῖον. δεῖ δὴ εὑρεῖν τμῆμα σφαίρας, ἔσται τῷ μὲν ΑΒΓ τμήματι ἴσον, τῷ δὲ ΕΖ ὅμοιον.

εὑρήσθω, καὶ ἔστω τὸ ΘΚΛ, καὶ ἔστω αὐτοῦ β σις μὲν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΘΚ κύκλος, κορυφὴ δ τὸ Λ σημεῖον. ἔστωσαν δὴ καὶ κύκλοι ἐν ταῖς σφα ραις οἱ ΑΝΒΓ, ΘΞΚΛ, ΕΟΖΗ, διάμετροι δὲ αὐτῶ πρὸς ὀρθὰς ταῖς βάσεσιν τῶν τμημάτων αἱ ΓΝ, Λ ΗΟ. καὶ ἔστω κέντρα τὰ Π, Ρ, Σ. καὶ πεποιήσθ

---

8. κῶνον] κωνον προς (comp.) F. ΑΔΓ] ΑΛΓ F; corr. To rellius. 11. ς' Torellius. 12. ἄλλῳ] αλλο F; corr. AB. 2 ΗΟ] ΗΘ F; corr. Torellius.

am $A\Delta : AX = BZ : ZX$ [Eucl. V, 7 πόρ.].
ım est

$A\Delta = XZ : Z\Theta$, et $A\Delta : AX = BZ : ZX$,
ˌequali in perturbata ratione [Eucl. V, 21; Eu-
$'A : AX = BZ : Z\Theta$, et $AX : XP = Z\Theta : \Theta B$.[1])
: $\Theta B = \Pi : \Sigma$ [ex hypothesi]. quare etiam
, hoc est conus $A\Gamma A$ ad conum $AP\Gamma$ [p. 211
hoc est segmentum sphaerae $A\Delta\Gamma$ ad seg-
sphaerae $AB\Gamma$ [prop. 2] $= \Pi : \Sigma$.

V.

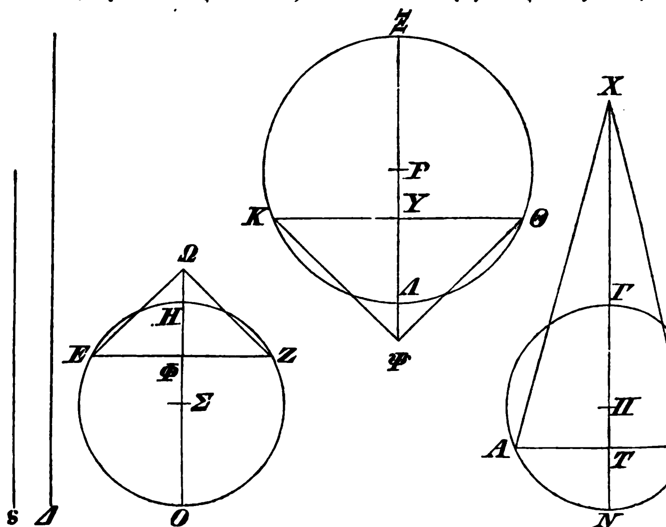
ıentum sphaerae construere dato segmento
simile et alii dato idem aequale.[2])
segmenta sphaerae data sint $AB\Gamma$, EZH. et
i $AB\Gamma$ basis sit circulus circum diametrum
criptus, uertex autem Γ punctum, segmenti
EZH basis circulus circum diametrum EZ
us, uertex autem punctum H. oportet igitur
ıum sphaerae reperiri segmento $AB\Gamma$ aequale
segmento EZH simile.
riatur, et sit ΘKA, et basis eius sit circulus
diametrum ΘK descriptus, uertex autem punc-
praeterea sint circuli [maximi][3]) sphaerarum
, $\Theta\Xi KA$, $EOZH$, et diametri eorum ad bases
torum perpendiculares ΓN, $A\Xi$, HO, et centra

Nam conuertendo $PA : XP = BZ : B\Theta$, et uicissim
$' = XP : B\Theta = AX : Z\Theta$; unde uicissim
$$AX : XP = Z\Theta : B\Theta.$$

Hoc problema antea latius proposuerat: τὸ δοθὲν τμᾶμα
τῷ δοθέντι τμάματι σφαίρας ὁμοιῶσαι; praef. περὶ

Archimedes sine dubio scripserat μέγιστοι κύκλοι lin. 23,

ὡς μὲν συναμφότερος ἡ ΠΝ, ΝΤ πρὸς τὴν ΝΤ, τως ἡ ΧΤ πρὸς ΤΓ, ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΡΞ, ι



πρὸς ΞΥ, οὕτως ὁ ΨΥ πρὸς ΥΛ, ὡς δὲ συναμφ τερος ἡ ΣΟ, ΟΦ πρὸς ΟΦ, οὕτως ἡ ΩΦ πρὸς Φ. καὶ νοείσθωσαν κῶνοι, ὧν βάσεις μέν εἰσιν οἱ πε διαμέτρους τὰς ΑΒ, ΘΚ, ΕΖ κύκλοι, κορυφαὶ δὲ Χ, Ψ, Ω σημεῖα. ἔσται δὴ ἴσος ὁ μὲν ΑΒΧ κῶν τῷ ΑΒΓ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ ΨΘΚ τῷ ΘΚ. ὁ δὲ ΕΩΖ τῷ ΕΗΖ. τοῦτο γὰρ δέδεικται. καὶ ἐπ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας τῷ ΘΚΛ τμ ματι, ἴσος ἄρα καὶ ὁ ΑΧΒ κῶνος τῷ ΨΘΚ κώ [τῶν δὲ ἴσων κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τ ὕψεσιν]. ἔστιν ἄρα, ὡς ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τ ΑΒ πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν Θ

3. ΥΛ] Υ in rasura F. 4. ΩΦ] ΟΦ F; corr. manus

Π, P, Σ. et fiat[1])

$$\Pi N + NT : NT = XT : T\Gamma$$

et

$$P\Xi + \Xi \Upsilon : \Xi \Upsilon = \Psi \Upsilon : \Upsilon \Lambda$$

et

$$\Sigma O + O\Phi : O\Phi = \Omega\Phi : \Phi H.$$

et fingantur coni, quorum bases sint circuli circum AB, ΘK, EZ descripti, uertices autem puncta X, Ψ, Ω. erit igitur conus ABX segmento sphaerae $AB\Gamma$ aequalis, conus $\Psi\Theta K$ segmento $\Theta K\Lambda$, conus $E\Omega Z$ segmento EHZ. hoc enim demonstratum est [prop. 2]. et quoniam segmentum sphaerae $AB\Gamma$ segmento $\Theta K\Lambda$ aequale est, etiam conus AXB cono $\Psi\Theta K$ aequalis est. itaque circulus circum diametrum AB descriptus ad circulum circum diametrum ΘK descriptum eam

---

sed omissionem transscriptori imputare malim, quam cum Nizzio μέγιστοι addere; Quaest. Arch. p. 76.

1) πεποιήσθω p. 218 lin. 26 pro genuino γεγονέτω.

---

5. βασις F; corr. B. 6. διαμετρον F; corr. B. τάς] την F; corr. B*. 7. ἔσται] per comp. F. δή] scripsi; δε F, uulgo. 12. βασ cum comp. ης F.

οὕτως ἡ ΨΥ πρὸς ΧΤ. ὡς δὲ ὁ κύκλος πρὸς τὸν κύκλον, τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ. ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, οὕτως ἡ ΨΥ πρὸς ΧΤ. καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΕΖΗ τμῆμα τῷ ΘΚΛ τμήματι, ὅμοιος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ ΕΖΩ κῶνος τῷ ΨΘΚ κώνῳ [τοῦτο γὰρ δειχθήσεται]. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΩΦ πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ἡ ΨΥ πρὸς ΘΚ. λόγος δὲ τῆς ΩΦ πρὸς τὴν ΕΖ δοθείς. λόγος ἄρα καὶ τῆς ΨΥ πρὸς την ΘΚ δοθείς. ὁ αὐτὸς ἔστω ὁ τῆς ΧΤ πρὸς Δ. καί ἐστι δοθεῖσα ἡ ΧΤ· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ Δ. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΨΥ πρὸς ΧΤ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς Δ, κείσθω τῷ ἀπὸ ΘΚ ἴσον τὸ ὑπὸ ΑΒ, ϛ. ἔσται ἄρα καί, ὡς τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ϛ. ἐδείχθη δὲ καί, ὡς τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς Δ. καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΘΚ, οὕτως ἡ ϛ πρὸς Δ. ὡς δὲ ἡ ΑΒ πρὸς ΘΚ, οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς ϛ [διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ἀπὸ ΘΚ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ϛ]. ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς ΘΚ, οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς ϛ, καὶ ἡ ϛ πρὸς Δ. δύο ἄρα δοθεισῶν τῶν ΑΒ, Δ δύο μέσαι κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΘΚ, ϛ.

συντεθήσεται δὲ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἔστω, ᾧ μὲν δεῖ ἴσον τμῆμα συστήσασθαι, τὸ ΑΒΓ, ᾧ δὲ ὅμοιον, τὸ ΕΖΗ. καὶ ἔστωσαν μέγιστοι κύκλοι τῶν σφαιρῶν οἱ ΑΒΓΝ, ΕΗΖΟ, διάμετροι δὲ αὐτῶν αἱ ΓΝ, ΗΟ, καὶ κέντρα τὰ Π, Σ. καὶ πεποιήσθω, ὡς μὲν συναμφότερος ἡ ΠΝ, ΝΤ πρὸς ΝΤ, οὕτως ἡ ΧΤ πρὸς

2. τὸ ἀπό] οὕτως τὸ ἀπό Torellius. 4. τῷ] τα F. 5. ὅμοιος] ομοιως F; corr. ABC. 9. ΘΚ] ΘΚ ω F; corr. ed. Basil. 13. ἔσται] per comp. F. 19. ΑΒ] ΔΒ F. 22. δέ] scripsi; δη F, uulgo. 25. ΕΗΖΟ] scripsi; ΕΗΖΩ F; ΗΕΟΖ uulgo. ΗΟ] ΗΘ F; corr. BCD.

habet, quam $\Psi T : XT$ [I lemm. 4 p. 82]. irculus ad circulum, ita $AB^2 : \Theta K^2$ [Eucl. itaque $AB^2 : \Theta K^2 = \Psi T : XT$. et quoniam m EZH segmento $\Theta K \Lambda$ simile est, etiam $Z\Omega$ cono $\Psi\Theta K$ similis erit [u. Eutocius]. $\Phi : EZ = \Psi T : \Theta K$ [u. Eutocius; cfr. I lemm. 5 ed ratio $\Omega\Phi : EZ$ data est [u. Eutocius]. itan ratio $\Psi T : \Theta K$ data est. eadem sit ratio et data est linea XT [u. Eutocius]. quare linea data est. et quoniam est $\Psi T : XT$, $AB^2 : \Theta K^2 = \Theta K : \Delta$[1]), ponatur

$$AB \times \varsigma = \Theta K^2.$$

ır etiam $AB^2 : \Theta K^2 = AB : \varsigma$.[2]) sed demonest $AB^2 : \Theta K^2 = \Theta K : \Delta$. uicissim igitur , 16] $AB : \Theta K = \varsigma : \Delta$ [u. Eutocius].[3]) sed $\Gamma = \Theta K : \varsigma$ [Eucl. VI, 17]. itaque

$$AB : \Theta K = \Theta K : \varsigma = \varsigma : \Delta.$$

nter datas lineas AB, Δ duae mediae proporin proportione continua sunt ΘK, ς. [quare que datae sunt; prop. 1 p. 192, 23].

ponetur autem problema hoc modo. sit $AB\Gamma$ ıum, cui aequale segmentum construendum est, autem, cui simile construendum. et circuli sphaerarum sint $AB\Gamma N$, $EHZO$, et diametri ΓN, HO, et centra, Π, Σ. et fiat[4])

$$\Pi N + NT : NT = XT : T\Gamma$$

---

[1]) Est enim $\Psi T : \Theta K = XT : \Delta$; tum u. Eucl. V, 16; u.

[2]) Nam $AB^2 : \Theta K^2 = AB^2 : AB \times \varsigma = AB : \varsigma$.

[3]) Ex adnotatione eius adparet, Archimedem οὕτως lin. 17

πεποιήσθω ɔ: γεγονέτω (lin. 26).

ΤΓ, ὡς δὲ συναμφότερος ἡ *ΣΟΦ* πρὸς *ΟΦ*, ἡ *ΩΦ* πρὸς *ΦΗ*. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν *ΧΑΒ* κῶνος τῷ *ΑΒΓ* τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ *ΖΩΕ* τῷ *ΕΗΖ*. πεποιήσθω, ὡς ἡ *ΩΦ* πρὸς *ΕΖ*, οὕτως ἡ *ΧΤ* πρὸς *Δ* καὶ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν *ΑΒ*, *Δ* δύο μέσαι ἀνάλογον εἰλήφθωσαν, αἱ *ΘΚ*, ϛ, ὥστε εἶναι ὡς τὴν *ΑΒ* πρὸς *ΘΚ*, οὕτως τὴν *ΚΘ* πρὸς ϛ, καὶ τὴν ϛ πρὸς *Δ*. καὶ ἐπὶ τῆς *ΘΚ* κύκλου τμῆμα ἐφεστάσθω τὸ *ΘΚΛ* ὅμοιον τῷ *ΕΖΗ* κύκλου τμήματι, καὶ ἀναπεπληρώσθω ὁ κύκλος, καὶ ἔστω αὐτοῦ διάμετρος ἡ *ΛΞ*. καὶ νοείσθω σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ἐστὶν ὁ *ΛΘΞΚ*, κέντρον δὲ τὸ *Ρ*. καὶ διὰ τῆς *ΘΚ* ἐπίπεδον ὀρθὸν ἐκβεβλήσθω πρὸς τὴν *ΛΞ*. ἔσται δὴ τὸ τμῆμα τῆς σφαίρας τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ *Λ* ὅμοιον τῷ *ΕΖΗ* τμήματι τῆς σφαίρας, ἐπειδὴ καὶ τῶν κύκλων τὰ τμήματα ἦν ὅμοια. λέγω δέ, ὅτι καὶ ἴσον ἐστὶ τῷ *ΑΒΓ* τμήματι τῆς σφαίρας. πεποιήσθω, ὡς συναμφότερος ἡ *ΡΞ*, *ΞΥ* πρὸς *ΞΥ*, οὕτως ἡ *ΨΥ* πρὸς *ΥΛ*. ἴσος ἄρα ὁ *ΨΘΚ* κῶνος τῷ *ΘΚΛ* τμήματι τῆς σφαίρας. καὶ ἐπειδὴ ὅμοιός ἐστιν ὁ *ΨΘΚ* κῶνος τῷ *ΖΩΕ* κώνῳ, ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ *ΩΦ* πρὸς *ΕΖ*, τουτέστιν ἡ *ΧΤ* πρὸς *Δ*, οὕτως ἡ *ΨΥ* πρὸς *ΘΚ*. καὶ ἐναλλὰξ καὶ ἀνάπαλιν. ὡς ἄρα ἡ *ΨΥ* πρὸς *ΧΤ*, ἡ *ΘΚ* πρὸς *Δ*. καὶ ἐπειδὴ ἀνάλογόν εἰσιν αἱ *ΑΒ*, *ΚΘ*, ϛ, *Δ*, ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ *ΑΒ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΘΚ*, ἡ *ΘΚ* πρὸς *Δ*. ὡς δὲ ἡ *ΘΚ* πρὸς *Δ*, ἡ *ΨΥ* πρὸς *ΧΤ*. καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ *ΑΒ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΚΘ*, τουτέστιν ὁ περὶ διάμετρον

1. *ΤΓ*] *ΤV* (= *ΤΥ*?) F; sed fortasse *V* est γ. *ΣΟΦ*] *ΣΟ*, *ΟΦ* Torellius. *ΩΦ*] *ΟΦ* F; corr. BCD. 8. ἐφεστάσθω] scripsi; επεστασθω F, uulgo. 13. ἔσται] per comp. F. 14. *ΕΖΗΘ* F. 17. ὡς] γὰρ ὡς Nizze. 18. *ΨΥ*] *Υ* in ras. F. 24. *ΑΒ*] *ΑΘ* F; corr. Torellius.

$$\Sigma O + O\Phi : O\Phi = \Omega\Phi : \Phi H.$$

tur XAB segmento sphaerae $AB\Gamma$, conus gmento EHZ aequalis est [prop. 2]. fiat[1]) $= XT : \Delta$. et datis duabus lineis AB, Δ iiae proportionales sumantur ΘK, ϛ [prop. 1 3], ut sit $AB : \Theta K = \Theta K :$ ϛ $=$ ϛ $: \Delta$. et in construatur segmentum circuli $\Theta K\Lambda$ segmento nile [cfr. Eucl. III, 33 et III def. 11], et exirculus [Eucl. III, 25], et diametrus eius sit fingatur sphaera, cuius circulus maximus sit centrum autem P. et per ΘK lineam ducaım ad $\Lambda\Xi$ perpendiculare.[2]) erit igitur segsphaerae in eadem parte positum, in qua ıum, segmento sphaerae EZH simile, cum culorum segmenta similia sint. dico autem[3]), le esse etiam segmento sphaerae $AB\Gamma$. fiat[1]) $T : \Xi T = \Psi T : T\Lambda$. itaque conus $\Psi\Theta K$ est segmento sphaerae $\Theta K\Lambda$ [prop. 2]. et conus $\Psi\Theta K$ similis est cono $Z\Omega E$, erit Z, hoc est $XT : \Delta$ [ex hypothesi], $= \Psi T : \Theta K$ 9]. et uicissim [Eucl. V, 16]

$$[XT : \Psi T = \Delta : \Theta K]$$

ıtrario [Eucl. V, 7 πόρ.] $\Psi T : XT = \Theta K : \Delta$. iam proportionales sunt lineae AB, $K\Theta$, ϛ, Δ, $^2 : \Theta K^2 = \Theta K : \Delta$ [u. Eutocius]. sed

$$\Theta K : \Delta = \Psi T : XT.$$

tiam $AB^2 : K\Theta^2$, hoc est circulus circum dia-

---

1) :εποιήσθω lin. 4 et 17 ɔ: γεγονέτω.
2) De uerborum ordine lin. 12—13 cfr. p. 207 not. 2.
3) Fortasse scribendum: λέγω δή lin. 16.

τὴν *ΑΒ* κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν *ΘΚ* κύκλον, οὕτως ἡ *ΨΥ* πρὸς τὴν *ΧΥ*. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ *ΧΑΒ* κῶνος τῷ *ΨΘΚ* κώνῳ. ὥστε καὶ τὸ *ΑΒΓ* τμῆμα τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶ τῷ *ΘΚΛ* τμήματι τῆς σφαίρας. τῷ δοθέντι ἄρα τμήματι τῷ *ΑΒΓ* ἴσον καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ὅμοιον τῷ *ΕΖΗ* τὸ αὐτὸ συνέσταται τὸ *ΘΚΛ*.

ϛ'.

Δύο δοθέντων σφαίρας τμημάτων, εἴτε τῆς αὐτῆς εἴτε μή, εὑρεῖν τμῆμα σφαίρας, ὃ ἔσται ἑνὶ μὲν τῶν δοθέντων ὅμοιον, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν ἕξει ἴσην τῇ τοῦ ἑτέρου τμήματος ἐπιφανείᾳ.

ἔστω τὰ δοθέντα τμήματα σφαιρικὰ κατὰ τὰς *ΑΒΓ*, *ΔΕΖ* περιφερείας. καὶ ἔστω, ᾧ μὲν δεῖ ὅμοιον εὑρεῖν, τὸ κατὰ τὴν *ΑΒΓ* περιφέρειαν, οὗ δὲ τὴν ἐπιφάνειαν ἴσην ἔχειν τῇ ἐπιφανείᾳ τὸ κατὰ τὴν *ΔΕΖ*. καὶ γεγενήσθω, καὶ ἔστω τὸ *ΚΛΜ* τμῆμα τῆς σφαίρας τῷ μὲν *ΑΒΓ* τμήματι ὅμοιον, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν ἴσην ἐχέτω τῇ τοῦ *ΔΕΖ* τμήματος ἐπιφανείᾳ. καὶ νοείσθω τὰ κέντρα τῶν σφαιρῶν, καὶ δι' αὐτῶν ἐπίπεδα ἐκβεβλήσθω ὀρθὰ πρὸς τὰς τῶν τμημάτων βάσεις, καὶ ἐν μὲν ταῖς σφαίραις τομαὶ ἔστωσαν οἱ *ΚΛΜΝ*, *ΒΑΓΘ*, *ΕΖΗΔ* μέγιστοι κύκλοι, ἐν δὲ ταῖς βάσεσι τῶν τμημάτων αἱ *ΚΜ*, *ΑΓ*, *ΔΖ* εὐθεῖαι. διάμετροι δὲ τῶν σφαιρῶν πρὸς ὀρθὰς οὖσαι ταῖς *ΚΜ*, *ΑΓ*,

---

1. *τὴν ΑΒ κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον*] om. F; corr. Torellius (et Cr.). 2. *κυκλος* F; corr. Torellius. 6. *αλλο* F; corr. ed. Basil.* 8. ζ' Torellius. 10. *ευρ* cum comp. *ιν* uel *ην* F. *ἑνί*] *ἐν* F; corr. B*. 17. *τμῆμα*] om. F; corr. Torellius. sed fortasse potius delenda sunt *τῆς σφαίρας*. 21. *ὀρθὰ πρός*] syllab. — *θα προς* in rasura F; uidetur fuisse *ορθαι*.

AB descriptus ad circulum circum ΘK de- [Eucl. XII, 2] $= \Psi Y : XY$. quare aequales i XAB, $\Psi\Theta K$ [I lemm. 4 p. 82]. itaque mentum sphaerae $AB\Gamma$ aequale est segmento taque inuentum est segmentum $\Theta K\Lambda$ dato $AB\Gamma$ aequale et idem alii segmento dato nile.

VI.

duobus segmentis sphaerae, siue eiusdem siue dem, segmentum sphaerae inuenire, quod al- rum simile sit, et superficiem superficiei al- gmenti aequalem habeat.[1]) — segmenta sphae- data in arcubus $AB\Gamma$, ΔEZ posita sint. et ım in arcu $AB\Gamma$ positum id sit, cui simile ım inueniendum est, segmentum autem in arcu situm id, cuius superficiei superficiem aequa- mentum quaesitum habere oportet. fiat, et um sphaerae $K\Lambda M$ segmento $AB\Gamma$ simile sit, em autem superficiei segmenti ΔEZ aequalem et fingantur centra sphaerarum, et per ea du- plana ad bases segmentorum perpendicularia, haeris sectiones sint circuli maximi $K\Lambda MN$, $EZH\Delta$, in basibus autem segmentorum KM, Z lineae. diametri autem sphaerarum ad lineas Γ, ΔZ perpendiculares sint ΛN, $B\Theta$, EH. et

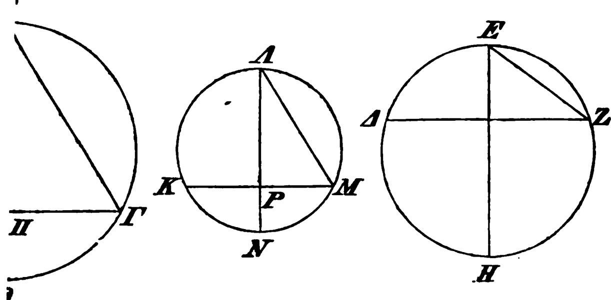
ύο δοθέντων τμαμάτων σφαίρας εἴτε τᾶς αὐτᾶς εἴτε ρεῖν τι τμᾶμα σφαίρας, ὃ ἐσσεῖται αὐτὸ μὲν ὅμοιον ρ τῶν τμαμάτων, τὰν δὲ ἐπιφάνειαν ἴσαν ἕξει τᾷ ἐπι- τοῦ ἑτέρου τμάματος. περὶ ἑλίκ. praef.
φαιρικά lin. 13 Archimedeum non est.

ΔΖ ἔστωσαν αἱ ΑΝ, ΒΘ, ΕΗ. καὶ ἐπεζεύχθωσα ΑΜ, ΒΓ, ΕΖ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ τοῦ ΚΑΜ ματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τῇ τοῦ ΔΕΖ τμήμ ἐπιφανείᾳ, ἴσος ἄρα ἐστὶν καὶ ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΔΜ, τῷ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΕΖ [αἱ γὰρ ἐπιφάνειαι τῶν μένων τμημάτων ἴσαι ἐδείχθησαν κύκλοις, ὧν τῶν κέντρων ἴσαι εἰσὶν ταῖς ἀπὸ τῶν κορυφῶν τμημάτων ἐπὶ τὰς βάσεις ἐπιζευγνυούσαις]. ὥστε ἡ ΜΔ τῇ ΕΖ ἴση ἐστίν. ἐπεὶ δὲ ὅμοιόν ἐστι τὸ Κ τῷ ΑΒΓ τμήματι, ἔστιν ὡς ἡ ΔΡ πρὸς ΡΝ, ἡ πρὸς ΠΘ. καὶ ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΝΔ ΔΡ, οὕτως ἡ ΘΒ πρὸς ΒΠ. ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΡΔ ΔΜ, οὕτως ἡ ΒΠ πρὸς ΓΒ [ὅμοια γὰρ τὰ τρίγω ὡς ἄρα ἡ ΝΔ πρὸς ΔΜ, τουτέστι πρὸς ΕΖ, ο ἡ ΘΒ πρὸς ΒΓ. καὶ ἐναλλάξ. λόγος δὲ τῆς ΕΖ ΒΓ δοθείς· δοθεῖσα γὰρ ἑκατέρα. λόγος ἄρα καὶ ΑΝ πρὸς ΘΒ δοθείς. καί ἐστι δοθεῖσα ἡ ΒΘ. θεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΑΝ. ὥστε καὶ ἡ σφαῖρα δοθ ἐστιν.

συντεθήσεται δὲ οὕτως· ἔστω τὰ δοθέντα δύο ματα σφαίρας τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ, τὸ μὲν ΑΒΓ, ᾧ ὅμοιον, τὸ δὲ ΔΕΖ, οὗ τὴν ἐπιφάνειαν ἴσην ἔχει

11. ἔστιν] ἔστιν ἄρα Torellius, et hoc habet Eutocius fieri potest, ut ἄρα a transscriptore omissum sit. 13. ΘΠ F. 17. δοθείς] om. F; corr. ed. Basil., Cr. 18 θείς] om. F; corr. ed. Basil., Cr. 21. δέ] scripsi; δη F, u 23. ἔχειν] εχει F; corr. Torellius. auditur δεῖ ex lin. 22; p. 226, 16.

lineae ΔM, $B\Gamma$, EZ. et quoniam super-
ΛM segmenti sphaerae aequalis est superficiei
ΔEZ, etiam circulus, cuius radius aequalis
e ΛM, aequalis est circulo, cuius radius
est lineae EZ [I, 42—43]. quare etiam
EZ [Eucl. XII, 2]. porro quoniam [segmen-
ΛM segmento $AB\Gamma$ simile est, erit
$\Lambda P : PN = B\Pi : \Pi\Theta$ [u. Eutocius].
rtendo [Eucl. V, 7 πόρ.] [$PN : \Lambda P = \Pi\Theta : B\Pi$]



onendo [Eucl. V, 18] $N\Lambda : \Lambda P = B\Theta : B\Pi$.
m $P\Lambda : \Lambda M = B\Pi : \Gamma B$.[1]) quare $N\Lambda : \Lambda M$,
$N\Lambda : EZ = \Theta B : B\Gamma$ [δι' ἴσου Eucl. V, 22].
im [Eucl. V, 16] [$N\Lambda : \Theta B = EZ : B\Gamma$]. ratio
$EZ : B\Gamma$ data est; utraque enim linea data est
ocius]. quare etiam ratio $\Lambda N : \Theta B$ data. et
a est; itaque etiam ΛN. itaque etiam sphaera
t [Eucl. dat. def. 5].

ponetur autem hoc modo: sint data duo seg-
sphaerae $AB\Gamma$, ΔEZ, quorum $AB\Gamma$ id sit,
ile segmentum inuenire oportet, ΔEZ autem

1) Nam $B\Gamma\Pi \backsim \Lambda MP$ (u. Eutocius); tum u. Eucl. VI, 4.

ἐπιφανείᾳ. καὶ τὰ αὐτὰ κατεσκευάσθω τοῖς ἐπ ἀναλύσεως, καὶ πεποιήσθω, ὡς μὲν ἡ ΒΓ πρὸς οὕτως ἡ ΒΘ πρὸς ΛΝ. καὶ περὶ διάμετρον τὴ κύκλος γεγράφθω. καὶ νοείσθω σφαῖρα, ἧς μέγ ἔστω κύκλος ὁ ΛΚΝΜ, καὶ τετμήσθω ἡ ΝΛ τὸ Ρ, ὥστε εἶναι ὡς τὴν ΘΠ πρὸς ΠΒ, τὴν ΝΡ ΡΛ. καὶ διὰ τοῦ Ρ ἐπιπέδῳ τετμήσθω ἡ ἐπιφ ὀρθῷ πρὸς τὴν ΛΝ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΛΜ. ἄρα ἐστὶν τὰ ἐπὶ τῶν ΚΜ, ΑΓ εὐθειῶν τῶν κ τμήματα. ὥστε καὶ τὰ τμήματα τῶν σφαιρῶν ὅμοια. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΘΒ πρὸς ΒΠ, οὕ ΝΛ πρὸς ΛΡ· καὶ γὰρ κατὰ διαίρεσιν· ἀλλὰ κ ἡ ΠΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΡΛ πρὸς ΛΜ, καὶ ὡ ἡ ΘΒ πρὸς ΝΛ, ἡ ΒΓ πρὸς ΛΜ. ἦν δὲ καὶ ΘΒ πρὸς ΛΝ, ἡ ΒΓ πρὸς ΕΖ. ἴση ἄρα ἐστὶν τῇ ΛΜ. ὥστε καὶ ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέ ἐστὶν ἡ ΕΖ, ἴσος ἐστὶ τῷ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ τρου ἴση ἐστὶ τῇ ΛΜ. καὶ ὁ μὲν τὴν ἐκ τοῦ κέ ἔχων τὴν ΕΖ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ ΔΕΖ τμήματος. ὁ δὲ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέ ἴση ἐστὶ τῇ ΛΜ, ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ Κ τμήματος. τοῦτο γὰρ ἐν τῷ πρώτῳ δέδεικται. ἴσ καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΚΛΜ τμήματος τῇ ἐπιφ τοῦ ΔΕΖ τμήματος τῆς σφαίρας, καί ἐστιν ὅμοι ΚΛΜ τῷ ΑΒΓ.

---

8. *ΛΝ*] *ΑΝ* F. *ΛΜ*] *ΑΜ* F. 12. *κατά*] scripsi Q Arch. p. 157; *τα κατα* F, uulgo; *τοῦτο κατά* Torellius. *τῷ*] scripsi; om. F, uulgo. *κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρ ἐστί*] om. F; corr. ed. Basil., Cr. 23. *τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος*] om. F; corr. ed. Basil. (*ΔΕΞ* pro *ΔΕΖ*, quod Torellius), sed post *τῆς σφαίρας*; ipse transposui. „sup igitur *klm* portionis sphaerae similis est *abc* et aequalis ficiei *def*“ Cr.

superficiei aequalem superficiem habere opor- ıentum quaesitum. et construantur eadem, analysi, et fiat[1]) $B\Gamma : EZ = B\Theta : \Delta N$. et iametrum ΔN circulus describatur. et fin- haera, cuius circulus maximus sit ΔKNM, r $N\Delta$ in puncto P, ita ut sit

$$\Theta\Pi : \Pi B = NP : P\Delta$$ [Eucl. VI, 10].

icies secetur plano per P ducto ad ΔN lineam ɔulari, et ducatur ΔM. similia igitur sunt ı circulorum in lineis KM, $A\Gamma$ posita [u. Eu- quare etiam segmenta sphaerarum similia ; quoniam $\Theta B : B\Pi = N\Delta : \Delta P$ (nam etiam nptionem [est $\Theta\Pi : B\Pi = NP : \Delta P$; tum u. 18]), et etiam $\Pi B : B\Gamma = P\Delta : \Delta M$ [p. 229 itaque etiam $\Theta B : N\Delta = B\Gamma : \Delta M$.[3]) erat $\Theta B : \Delta N = B\Gamma : EZ$ [ex hypothesi]. itaque ΔM [Eucl. V, 9]. quare etiam circulus, cuius st EZ, aequalis est circulo, cuius radius aequa- ΔM lineae. et circulus radium habens EZ est superficiei segmenti ΔEZ, circulus autem, ıdius aequalis est lineae ΔM, aequalis est su- segmenti $K\Delta M$. hoc enim in primo libro ıratum est [I, 42—43]. itaque etiam super- egmenti $K\Delta M$ aequalis est superficiei ΔEZ ti sphaerae, et simile est segmentum $K\Delta M$ to $AB\Gamma$.

---

1) i. e. γεγονέτω lin. 2.

2) Ex eo comperimus, horum uerborum formam genuinam e: τὰ ἐπὶ τῶν KM, $A\Gamma$ τμήματα κύκλων lin. 9.

3) Nam δι' ἴσου (Eucl. V, 22): $\Theta B : B\Gamma = N\Delta : \Delta M$; ιλάξ (Eucl. V, 16).

ζ'.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης σφαίρας τμῆμα τεμεῖν ἐπιπέδ ὥστε τὸ τμῆμα πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τ αὐτὴν τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον τὸν δοθέντα λόγ ἔχειν.

ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος *ΑΒΓΔ*, διάμετρος δὲ αὐτῆς ἡ *ΒΔ*. δεῖ δὴ τὴν σφα ραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν τῷ διὰ τῆς *ΑΓ*, ὅπως τὸ *ΑΒ* τμῆμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸν *ΑΒΓ* κῶνον λόγον ἔχ τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

γεγονέτω, καὶ ἔστω κέντρον τῆς σφαίρας τὸ *Ε* καὶ ὡς συναμφότερος ἡ *ΕΔΖ* πρὸς *ΔΖ*, οὕτως ἡ *Η* πρὸς *ΖΒ*. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ *ΑΓΗ* κῶνος τῷ *ΑΒ* τμήματι. λόγος ἄρα καὶ τοῦ *ΑΗΓ* κώνου πρὸς τὸ *ΑΒΓ* κῶνον δοθείς. λόγος ἄρα τῆς *ΗΖ* πρὸς *ΖΒ* δοθείς. ὡς δὲ ἡ *ΗΖ* πρὸς *ΖΒ*, συναμφότερος ἡ *ΕΔΖ* πρὸς *ΔΖ*. λόγος ἄρα συναμφοτέρου τῆς *ΕΔΖ* πρὸς *ΔΖ* δοθείς [ὥστε καὶ τῆς *ΕΔ* πρὸς *ΔΖ*. δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ *ΔΖ*]. ὥστε καὶ ἡ *ΑΓ*. καὶ ἐπεὶ συναμφότερος ἡ *ΕΔΖ* πρὸς *ΔΖ* μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ *ΕΔΒ* πρὸς *ΔΒ*, καὶ ἐστιν συναμφότερος μὲν ἡ *ΕΔΒ* τρὶς ἡ *ΕΔ*, ἡ δὲ *ΒΔ* δὶς ἡ *ΕΔ*, συν αμφότερος ἄρα ἡ *ΕΔΖ* πρὸς *ΔΖ* μείζονα λόγον ἔχε τοῦ, ὃν ἔχει τρία πρὸς δύο. καί ἐστιν ὁ συναμφο

---

1. ή' Torellius; om. ed. Basil. 3. τὸν βάσιν] scripsi

VII.

A sphaera data plano segmentum abscindere, ita ut segmentum ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et altitudinem aequalem datam rationem habeat.[1])

data sphaera ea sit, cuius circulus maximus est $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem eius $B\Delta$. oportet igitur sphaeram plano per $A\Gamma$ ducto ita secare, ut[2]) segmentum sphaerae $AB\Gamma$ ad conum $AB\Gamma$ datam rationem habeat.

fiat, et centrum sphaerae sit E, et sit

$$E\Delta + \Delta Z : \Delta Z = HZ : ZB.$$

itaque conus $A\Gamma H$ aequalis est segmento $AB\Gamma$ [prop. 2]. quare ratio conorum $AH\Gamma : AB\Gamma$ data. quare etiam $HZ : ZB$ [I lemm. 1 p. 80]. sed

$$HZ : ZB = E\Delta + \Delta Z : \Delta Z.$$

quare etiam ratio $E\Delta + \Delta Z : \Delta Z$ data est.[3]) itaque etiam linea $A\Gamma$ data [u. Eutocius]. et quoniam

$$E\Delta + \Delta Z : \Delta Z > E\Delta + \Delta B : \Delta B,$$

et $E\Delta + \Delta B = 3E\Delta$, et $B\Delta = 2E\Delta$, erit igitur

1) Ἀπὸ τᾶς δοθείσας σφαίρας τμᾶμα ἀποτεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥστε τὸ τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν μείζονα τοῦ, ὃν ἔχει τὰ τρία ποτὶ τὰ δύο. περὶ ἑλίκ. praef.

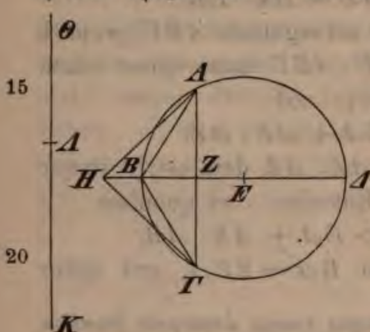
2) Pro ὅπως lin. 8 Archimedes usus erat ὥστε (Quaest. Arch. p. 70).

3) Archimedes scripserat: λόγος ἄρα δεδομένος συναμφοτέρου τῆς $E\Delta Z$ πρὸς ΔZ lin. 17—18 (Eutocius).

τὴν βασιν F, uulgo. 9. ἔχῃ] scripsi; εχει FC*V; ἔχειν B* ed. Basil., Torellius. 12. $E\Delta$, ΔZ Torellius. 16. $E\Delta$, ΔZ idem. 17. $E\Delta$, $Z\Delta$ idem. 21. $E\Delta$, ΔZ idem. 24. $E\Delta$, ΔB idem, ut lin. 26. 27. δίς] δυο F; corr. V; „bis“ Cr. 28. $E\Delta$, ΔZ Torellius, ut p. 234 lin. 1.

τέρου τῆς ΕΔΖ πρὸς ΖΔ λόγος ὁ αὐτὸς τῷ δοθέν δεῖ ἄρα τὸν διδόμενον λόγον εἰς τὴν σύνθεσιν μ ζονα εἶναι τοῦ, ὃν ἔχει τρία πρὸς δύο.

συντεθήσεται δὲ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἔστω ἡ θεῖσα σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διά τρος δὲ ἡ ΒΔ, κέντρον δὲ τὸ Ε, ὁ δὲ δοθεὶς λό ὁ τῆς ΘΚ πρὸς ΚΛ, μείζων τοῦ, ὃν ἔχει τρία πρ δύο. ἔστι δὲ ὡς τρία πρὸς δύο, συναμφότερος ἡ ΕΔ πρὸς ΔΒ. καὶ ἡ ΘΚ ἄρα πρὸς ΚΛ μείζονα λό ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει συναμφότερος ἡ ΕΔΒ πρὸς Δ διελόντι ἄρα ἡ ΘΛ πρὸς ΛΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπ ἡ ΕΔ πρὸς ΔΒ. καὶ πεποιήσθω, ὡς ἡ ΘΛ πρὸς Λ οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς Δ καὶ διὰ τοῦ Ζ τῇ ΒΔ πρ ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΑΖΓ, κ διὰ τῆς ΓΑ ἤχθω ἐπίπεδ ὀρθὸν πρὸς τὴν ΒΔ. λέγ ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΒΓ τμῆ τῆς σφαίρας πρὸς τ ΑΒΓ κῶνον λόγον ἔχει τ αὐτὸν τῷ ΘΚ πρὸς Κ πεποιήσθω γὰρ ὡς συνα φότερος ἡ ΕΔΖ πρὸς ΔΖ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς Ζ ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΓΑΗ κῶνος τῷ ΑΒΓ τμήματι τ σφαίρας. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΘΚ πρὸς ΚΛ, οὕτ συναμφότερος ἡ ΕΔΖ πρὸς ΔΖ, τουτέστιν ἡ Η πρὸς ΖΒ, τουτέστιν ὁ ΑΗΓ κῶνος πρὸς τὸν ΑΒ κῶνον, ἴσος δὲ ὁ ΑΗΓ κῶνος τῷ ΑΒΓ τμήματι τ σφαίρας, ὡς ἄρα τὸ ΑΒΓ τμῆμα πρὸς τὸν ΑΒΓ κ νον, οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς ΚΛ.



4. δέ] scripsi; δη F, uulgo. 8. ΕΔ, ΔΒ Torellius,

$: \varDelta Z > 3:2$. et ratio $E\varDelta + \varDelta Z : \varDelta Z$ it rationi datae. oportet igitur, rationem im datam maiorem esse, quam $3:2$.

etur autem problema hoc modo: data sphaera is circulus maximus est $AB\Gamma\varDelta$, diametrus $B\varDelta$, centrum autem E, et ratio data, maior , $\Theta K : K A$. est autem

$$E\varDelta + \varDelta B : \varDelta B = 3:2.$$

$$\Theta K : K A > E\varDelta + \varDelta B : \varDelta B.$$

igitur $\Theta A : K A > E\varDelta : \varDelta B$.[1]) et fiat[2]) $= E\varDelta : \varDelta Z$, et per Z ad lineam $B\varDelta$ peris ducatur $AZ\Gamma$, et per ΓA ducatur planum ieam perpendiculare. dico, segmentum sphae- $B\Gamma$ positum ad conum $AB\Gamma$ eandem ratiore, quam $\Theta K : K A$. fiat[3]) enim

$$E\varDelta + \varDelta Z : \varDelta Z = HZ : ZB.$$

inus $\Gamma A H$ aequalis est segmento sphaerae op. 2]. et quoniam

$A = E\varDelta + \varDelta Z : \varDelta Z$[4]) $= HZ : ZB =$ conus onum $AB\Gamma$ [I lemm. 1 p. 80], et conus $AH\Gamma$ est segmento sphaerae $AB\Gamma$, erit igitur, ut im $AB\Gamma$ ad conum $AB\Gamma$, ita $\Theta K : K A$.

: Pappi libr. VII, 45 conuersa (II p. 684).
ποιήσθω lin. 12 ⊃: γεγονέτω.
ibebat esse γεγονέτω lin. 22.
im $\Theta A : A K = E\varDelta : \varDelta Z$; tum συνθέντι (Eucl. V, 18).

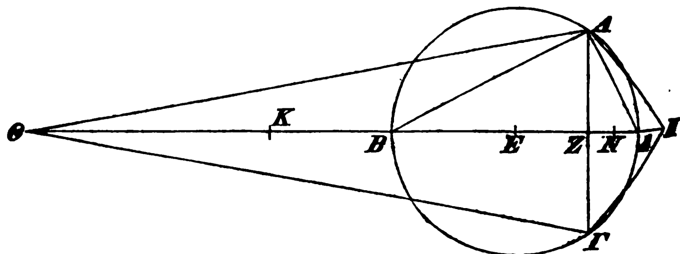
15. $AZ\Gamma$] Torellius; $A\Gamma Z$ F, uulgo; fortasse scri- Γ. 18. ἀπό om. ed. Basil., Torellius, Cr. 23. Torellius, ut lin. 26. 27. $AH\Gamma$] $AH\Gamma$ F. 28. om. F; corr. B; „aequatur portioni sphaerae" Cr.

η'.

Ἐὰν σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμηθῇ μὴ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα μὲν λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον τοῦ, ὃν ἔχει ἡ τοῦ μείζονος τμήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐλάσσονος ἐπιφάνειαν, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ *ΑΒΓΔ*, καὶ διάμετρος ἡ *ΒΔ*, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τῆς *ΑΓ* ὀρθῷ πρὸς τὸν *ΑΒΓΔ* κύκλον, καὶ ἔστω μεῖζον τμῆμα τῆς σφαίρας τὸ *ΑΒΓ*. λέγω, ὅτι τὸ *ΑΒΓ* τμῆμα πρὸς τὸ *ΑΔΓ* ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μείζονος τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ *ΒΑΔ*, καὶ ἔστω κέντρον τὸ *Ε*. καὶ πεποιήσθω, ὡς μὲν συναμφότερος ἡ *ΕΔΖ* πρὸς *ΔΖ*, ἡ *ΘΖ* πρὸς *ΖΒ*, ὡς δὲ συναμφότερος ἡ *ΕΒΖ* πρὸς *ΒΖ*, οὕτως ἡ *ΗΖ* πρὸς *ΖΔ*. καὶ νοείσθωσαν κῶνοι βάσιν ἔχοντες τὸν περὶ διάμετρον τὴν *ΑΓ* κύ-



κλον, κορυφὰς δὲ τὰ *Θ*, *Η* σημεῖα. ἔσται δὴ ἴσος ὁ μὲν *ΑΘΓ* κῶνος τῷ *ΑΒΓ* τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ

1. θ' Torellius. 3. ἔλασσον] om. F; corr. B, Cr. 4. τοῦ] των per comp. F, ut uidetur. 11. τό] τον per comp.

VIII.

Si sphaera plano non per centrum ducto secatur, us segmentum ad minus minorem rationem habet m duplicem, quam habet superficies segmenti ma- s ad superficiem minoris, maiorem autem quam quialteram.[1])

sit sphaera, et in ea circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, et metrus $B\Delta$, et secetur plano per $A\Gamma$ lineam ad cir- um $AB\Gamma\Delta$ perpendiculari, et maius sphaerae seg- tum sit $AB\Gamma$. dico, segmentum $AB\Gamma$ ad $A\Delta\Gamma$ orem quam duplicem rationem habere, quam super- em segmenti maioris ad superficiem minoris, maio- autem quam sesquialteram.

ducantur enim lineae BA, $A\Delta$, et centrum sit E. fiat[2])

$$E\Delta + \Delta Z : \Delta Z = \Theta Z : ZB$$

$$EB + BZ : BZ = HZ : Z\Delta,$$

fingantur coni basim habentes circulum circum $A\Gamma$ metrum descriptum, uertices autem Θ, H puncta. it igitur conus $A\Theta\Gamma$ aequalis segmento sphaerae

1) *Εἴ κα σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμαθῇ εἰς ἄνισα ποτ' ὀρθὰς δια- ῳ τινὶ τῶν ἐν τᾷ σφαίρᾳ . . ., τὸ μεῖζον τμᾶμα τᾶς σφαί- ποτὶ τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλάσιον λόγον ἔχει τοῦ, ἔχει ἁ μείζων ἐπιφάνεια ποτὶ τὰν ἐλάσσονα, μείζονα δὲ ἢ όλιον. περὶ ἑλίκ.* praef.; u. Neue Jahrbücher, Suppl. XI sq.

2) *πεποιήσθω* lin. 16 ɔ: *γεγονέτω*.

corr. ed. Basil.* 15. BA, $A\Delta$ Torellius. 16. $E\Delta$, ΔZ rellius. 17. EB, BZ idem. 19. *βάσιν μέν* Torellius.

ΑΓΗ τῷ ΑΔΓ. καί ἐστιν, ὡς τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ, οὕτως ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΑΔΓ τμήματος. τοῦτο γὰρ προγέγραπται [δεικτέον, ὅτι τὸ μεῖζον τμῆμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μείζονος τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος]. λέγω, ὅτι καὶ ὁ ΑΘΓ κῶνος πρὸς τὸν ΑΗΓ, τουτέστιν ἡ ΖΘ πρὸς ΖΗ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ, τουτέστιν ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς [μὲν] συναμφότερος ἡ ΕΔΖ πρὸς ΔΖ, οὕτως ἡ ΘΖ πρὸς ΖΒ [ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΕΒΖ πρὸς ΒΖ, οὕτως ἡ ΖΗ πρὸς ΖΔ], ἔσται καὶ ὡς ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ, ἡ ΘΒ πρὸς ΒΕ. ἴση γὰρ ἡ ΒΕ τῇ ΔΕ [τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς ἐπάνω συναποδέδεικται]. πάλιν ἐπεί ἐστιν, ὡς συναμφότερος ἡ ΕΒΖ πρὸς ΒΖ, ἡ ΗΖ πρὸς ΖΔ, ἔστω τῇ ΒΕ ἴση ἡ ΒΚ. δῆλον γάρ, ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΘΒ τῆς ΒΕ, ἐπεὶ καὶ ἡ ΒΖ τῆς ΖΔ. καὶ ἔσται, ὡς ἡ ΚΖ πρὸς ΖΒ, ἡ ΗΖ πρὸς ΖΔ. ὡς δὲ ἡ ΖΒ πρὸς ΖΔ, ἐδείχθη ἡ ΘΒ πρὸς ΒΕ, ἴση δὲ ἡ ΒΕ τῇ ΚΒ· ὡς ἄρα ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ, οὕτως ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΘΖ πρὸς ΖΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ, ὡς δὲ ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ, ἐδείχθη ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ, ἡ ΘΖ ἄρα πρὸς ΖΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ. ἔλασσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΘΖΗ τοῦ ἀπὸ ΖΚ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΘΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ [τουτέστιν ἡ ΖΘ πρὸς ΖΗ] ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς ΚΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ [τὸ δὲ ἀπὸ ΚΖ πρὸς τὸ ἀπὸ

2. ἀπὸ ΑΔ] ἀπό om. F; corr. ed. Basil. 9. διπλάσιον] διπλασίονα Eutocius. 11. ΕΔ, ΔΖ Torellius. 12. ΕΒ, ΒΖ

$B\Gamma$, et conus $A\Gamma H$ segmento $A\Delta\Gamma$ [prop. 2]. et perficies segmenti $AB\Gamma$ ad superficiem segmenti $\Delta\Gamma$ eam rationem habet, quam $BA^2 : A\Delta^2$. hoc m antea demonstratum est.[1]) dico, etiam[2]) co- m $\Delta\Theta\Gamma$ ad $AH\Gamma$, hoc est $\Theta Z : ZH$ [I lemm. 1 30] minorem quam duplicem rationem habere, quam $A^2 : A\Delta^2$, hoc est $BZ : Z\Delta$ [u. Eutocius]. et quo- m $E\Delta + \Delta Z : \Delta Z = \Theta Z : ZB$, erit etiam

$$BZ : Z\Delta = \Theta B : BE;$$

$BE = \Delta E$.[3]) rursus quoniam

$$EB + BZ : BZ = HZ : Z\Delta,$$

$BK = BE$. adparet enim $\Theta B > BE$, quia $BZ > Z\Delta$. rit $KZ : ZB = HZ : Z\Delta$.[4]) sed

$$ZB : Z\Delta = \Theta B : BE,$$

demonstratum est, et $BE = KB$; quare

$$\Theta B : BK = KZ : ZH.$$ [5])

quoniam $\Theta Z : ZK < \Theta B : BK$ [u. Eutocius], sed onstratum est $\Theta B : BK = KZ : ZH$, itaque

$$\Theta Z : ZK < KZ : ZH.$$

re $\Theta Z \times ZH < ZK^2$ [u. Eutocius]. itaque $\Theta Z \times ZH : ZH^2 < KZ^2 : ZH^2$ [u. Eutocius].[6])

1) Demonstratum est (I, 42—43), superficies segmentorum ales esse circulis, cuius radii sint BA, $A\Delta$; sed circuli illi r se rationem habent, quam $BA^2 : A\Delta^2$ (Eucl. XII, 2).

2) Hoc est: sicut segmenta $AB\Gamma$, $A\Delta\Gamma$; p. 236 lin. 10 sq.

3) Nam διελόντι (Eucl. V, 17)

$$E\Delta : \Delta Z = \Theta B : ZB = BE : \Delta Z;$$

ἐναλλάξ (Eucl. V, 16).

4) Quia $EB + BZ = BK + BZ = KZ$.

5) Nam ἐναλλάξ est (Eucl. V, 16) $KZ : ZH = ZB : Z\Delta$.

6) Ex eius adnotatione adparet, Archimedem scripsisse lin. ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ KZ πρὸς κτλ.

16. ἐστιν] ἐστι F. EB, BZ Torellius. 26. ΘZ, idem, ut lin. 27.

ΖΗ διπλασίονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ *ΚΖ* πρὸς *ΖΗ* ἡ ἄρα *ΘΖ* πρὸς *ΖΗ* ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλα-σίονα τοῦ, ὃν ἔχει ἡ *ΚΖ* πρὸς *ΖΗ* [ἡ *ΚΖ* πρὸς *Ζ* ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλασίονα τοῦ, ὃν ἔχει ἡ *Β* πρὸς *ΖΔ*]. τοῦτο δὲ ἐζητοῦμεν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶ ἡ *ΒΕ* τῇ *ΕΔ*, ἔλασσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν *ΒΖΔ* το ὑπὸ τῶν *ΒΕΔ*. ἡ *ΖΒ* ἄρα πρὸς *ΒΕ* ἐλάσσονα λόγο ἔχει, ἥπερ ἡ *ΕΔ* πρὸς *ΔΖ*, τουτέστιν ἡ *ΘΒ* πρὸς *Β* ἔλασσον ἄρα τὸ ἀπὸ *ΖΒ* τοῦ ὑπὸ τῶν *ΘΒΕ*, τουτέσ τοῦ ὑπὸ τῶν *ΘΒΚ*. ἔστω ἴσον τὸ ἀπὸ *ΒΝ* τῷ ὑπ *ΘΒΚ*. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ *ΘΒ* πρὸς *ΒΚ*, τὸ ἀπὸ *Θ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΝΚ*. τὸ δὲ ἀπὸ *ΘΖ* πρὸς τὸ ἀπὸ *Ζ* μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ ἀπὸ *ΘΝ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΝΚ* [καὶ τὸ ἀπὸ *ΘΖ* ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ *ΖΚ* μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ *ΘΒ* πρὸς *ΒΚ*, τουτέστιν ἡ *ΘΒ* πρὸς *ΒΕ*, τουτέστιν ἡ *ΚΖ* πρὸς *ΖΗ*]. ἡ ἄρα *ΘΖ* πρὸς *ΖΗ* μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἡμιόλιον τοῦ τῆς *ΚΖ* πρὸς *ΖΗ* [τοῦτο γὰρ ἐπὶ τέλει]. καί ἐστιν, ὡς μὲν ἡ *ΘΖ* πρὸς *ΖΗ*, ὁ *ΑΘΓ* κῶνος πρὸς τὸν *ΑΗΓ* κῶνον, τουτέστι τὸ *ΑΒΓ* τμῆμα πρὸς τὸ *ΑΔΓ* τμῆμα. ὡς δὲ ἡ *ΚΖ* πρὸς *ΖΗ*, ἡ *ΒΖ* πρὸς *ΖΔ*, τουτέστι τὸ ἀπὸ *ΒΑ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΑΔ*, τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ *ΑΒΓ* τμή-ματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ *ΑΔΓ* τμήματος. ὥστε τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μείζονος τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

---

3. *ΖΗ*] *ΖΗ*. ὡς δέ Torellius. *ΖΗ*] *ΖΗ*, ἡ *ΒΖ* πρὸ *ΖΔ*. ἡ *ΘΖ* ἄρα πρὸς *ΖΗ* idem. uerba uncis inclusa om. Cr in parenthesi habet ed. Basil. 6. *ΒΖ*, *ΖΔ* Torellius. *ΒΕ*, *ΕΔ* idem. 9. *ΘΒ*, *ΒΕ* idem. 10. *ΘΒ*, *ΒΚ* idem 11. *ΘΒΚ*] ed. Basil.; *ΒΘΚ* F; *ΘΒ*, *ΒΚ* Torellius. 13. ἀπ

tre $\Theta Z : ZH$ minorem quam duplicem rationem ha-, quam $KZ : ZH$. hoc autem quaerebamus.[1]) et niam $BE = E\Delta$, erit $BZ \times Z\Delta < BE \times E\Delta$ Eutocius]. itaque $ZB : BE < E\Delta : \Delta Z$ [u. Eutos] h. e. $< \Theta B : BZ$.[2]) quare $ZB^2 < \Theta B \times BE$[3]), e est $< \Theta B \times BK$ [nam $BE = BK$]. sit

$$BN^2 = \Theta B \times BK.$$

it igitur $\Theta B : BK = \Theta N^2 : NK^2$ [u. Eutocius]. sed

$$\Theta Z^2 : ZK^2 > \Theta N^2 : NK^2 \text{ [u. Eutocius].}$$

que $\Theta Z : ZH$ ratio maior quam sesquialtera est quam io $KZ : ZH$ [u. Eutocius]. et ut $\Theta Z : ZH$, ita co- $A\Theta\Gamma$ ad conum $AH\Gamma$ [p. 238, 8], hoc est segntum $AB\Gamma$ ad segmentum $A\Delta\Gamma$ [p. 236, 21]. est em $KZ : ZH = BZ : Z\Delta$ [p. 239 not. 5] $= BA^2 : A\Delta^2$ 238, 10], hoc est superficies segmenti $AB\Gamma$ ad suficiem segmenti $A\Delta\Gamma$ [p. 239 not. 1]. itaque segntum maius ad minus minorem quam duplicem ionem habet, quam superficies segmenti maioris superficiem minoris, maiorem autem quam sesquiteram.

1) Quaerebatur proprie

$$Z\Theta : ZH < BZ^2 : Z\Delta^2$$

238, 7—10); sed est (p. 239 not. 5)

$$KZ : ZH = BZ : Z\Delta \;\text{ↄ:}\; KZ^2 : ZH^2 = BZ^2 : Z\Delta^2$$

$$\text{ↄ:}\; \Theta Z : ZH < BZ^2 : Z\Delta^2.$$

2) Nam $E\Delta : \Delta Z = \Theta B : BZ$ (p. 239 not. 3).

3) Cfr. Quaest. Arch. p. 45; Eutocius ad p. 238, 25.

K] ἀπό om. F; corr. Torellius. 23. ὥστε] Hauber; αλ-λα F, uulgo; ὥστε ἄρα Nizze.

ΑΛΛΩΣ.

Ἔστω σφαῖρα, ἐν ᾗ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ ἡ ΑΓ, κέντρον δὲ τὸ Ε, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ ὀρθῷ διὰ τῆς ΒΔ πρὸς τὴν ΑΓ. λέγω, ὅτι τὸ μεῖζον τμῆμα τὸ ΔΑΒ πρὸς τὸ ἔλασσον τὸ ΒΓΔ ἐλάσσονα ἢ διπλάσιον λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΔ τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΒΓΔ τμήματος, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΑΒ, ΒΓ. ὁ δὲ τῆς ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγος ὁ τοῦ κύκλου ἐστίν, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἡ ΑΒ, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἡ ΒΓ, τουτέστιν ὁ τῆς ΑΘ πρὸς τὴν ΘΓ. κείσθω τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἴση ἑκατέρα τῶν ΑΖ, ΓΗ. ὁ δὴ τοῦ ΒΑΔ τμήματος πρὸς τὸ ΒΓΔ λόγος συνῆπται ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ΒΑΔ τμῆμα πρὸς τὸν κῶνον, οὗ ἡ βάσις μέν ἐστιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Α σημεῖον, καὶ ὁ αὐτὸς κῶνος πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτήν, κορυφὴν δὲ τὸ Γ σημεῖον, καὶ ὁ εἰρημένος κῶνος πρὸς τὸ ΒΓΔ τμῆμα. ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ ΒΑΔ τμήματος λόγος πρὸς τὸν ΒΑΔ κῶνον, ὁ τῆς ΗΘ ἐστι πρὸς ΘΓ· ὁ δὲ τοῦ κώνου πρὸς τὸν κῶνον ὁ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ· ὁ δὲ τοῦ ΒΓΔ κώνου πρὸς τὸ τμῆμα τὸ ΒΓΔ ὁ τῆς ΑΘ ἐστι πρὸς ΘΖ. ὁ δὲ συνημμένος ἐκ τοῦ τῆς ΗΘ πρὸς ΘΓ καὶ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ ὁ τοῦ ὑπὸ τῶν ΗΘΑ

12. ἡ ΒΓ] προς (comp.) ΗΒΓ F; corr. ed. Basil.*; fort. ἐστὶν ἡ ΒΓ. ΘΓ] ΑΓ FBC*. 14. δή] scripsi; δε F, uulgo. 16. οὗ ἡ] ἡ delendum censeo. βασ cum comp. ης F. 18. κῶνον τόν] scripsi; τόν om. F, uulgo. 24. συνημμένος] alterum μ supra scriptum manu 1 F. 25. ΗΘΑ] scripsi; ΗΑΘ F; ΑΘΗ ed. Basil., ΑΘ, ΘΗ Torellius.

ALITER.[1])

Sit sphaera, in qua circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem $A\Gamma$, centrum autem E, et secetur plano per $B\Delta$ ad $A\Gamma$ perpendiculari. dico, segmentum maius ΔAB ad minus $B\Gamma\Delta$ minorem quam duplicem rationem habere, quam habet superficies segmenti $AB\Delta$ ad superficiem segmenti $B\Gamma\Delta$, maiorem autem, quam sesquialteram. ducantur enim AB, $B\Gamma$ lineae. iam ratio superficiei ad superficiem ea est, quam habet circulus, cuius radius est AB, ad circulum, cuius radius est $B\Gamma$ [I, 42—43], hoc est $A\Theta : \Theta\Gamma$.[2]) ponatur radio circuli aequalis utraque linea AZ, ΓH. itaque ratio segmenti $BA\Delta$ ad segmentum $B\Gamma\Delta$[3]) composita est ex ratione, quam habet segmentum $BA\Delta$ ad conum, cuius basis est circulus circum diametrum $B\Delta$ descriptus, uertex autem punctum A, et ratione, quam habet idem conus ad conum basim habentem eandem, uerticem autem punctum Γ, et ratione, quam hic conus, quem [ultimo loco] commemorauimus, ad segmentum $B\Gamma\Delta$ habet [u. Eutocius]. sed segmentum $BA\Delta$ ad conum $BA\Delta$ eam habet rationem, quam $H\Theta : \Theta\Gamma$ [prop. 2 πόρ.], conus uero ad conum eam, quam $A\Theta : \Theta\Gamma$ [I λημμ. 1 p. 80], conus autem $B\Gamma\Delta$ ad segmentum $B\Gamma\Delta$ eam, quam $A\Theta : \Theta Z$ [prop. 2 πόρ. et Eucl. V, 7

1) Haec demonstratio, quam etiam Eutocius habuit, priore neque clarior neque breuior est. sed cum uerba ipsa pessime deprauata esse constet, ueri simile est, tenorem quoque demonstrationis a transscriptore dilatatum et amplificatum esse (Neue Jahrb. Suppl. XI p. 395—96; Quaest. Arch. p. 75—76).

2) Nam circuli inter se rationem habent, quam $AB^2 : B\Gamma^2$ (Eucl. XII, 2); tum u. p. 238, 10.

3) Ex Eutocio multis locis aliam scripturam et sine dubio genuinam cognoscimus: lin. 14: $B\Gamma\Delta$ τμῆμα, σύγκειται ἔκ τε

ἐστι πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ· ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ ΗΘ, ΘΑ πρὸς τὸ ἀπ ΘΓ μετὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΖ ὁ τοῦ ὑπὸ τῶν ΗΘ, Θ ἐστιν ἐπὶ τὴν ΘΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ. ὁ τοῦ ὑπὸ τῶν ΗΘΑ ἐπὶ τὴν ΘΑ ὁ τοῦ ἀπὸ τῆς Θ ἐστι ἐπὶ τὴν ΘΗ. ὅτι ἄρα τὸ ἀπὸ ΘΑ ἐπὶ τὴν ΘΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ ἐλάσσονα λόγον ἔχε τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ διπλασίου [ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ]. τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ ὅτι ἄρα μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΖΘ τοῦ ἀπ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. ὅτι ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ ΘΖ τῆς ΘΗ

φημὶ δή, ὅτι καὶ τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασ σον μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἡμιόλιον τοῦ τῆς ἐπιφανεία

1. τὸ ἀπό] (prius) την F; corr. BD. 2. ΘΓ] ΗΘ, ΘΓ F; cor ed. Basil., Cr. 3. ἐπί] (prius) προς per comp. F; corr. ed. Basi ΗΘ, ΘΑ Torellius. 4. ἐπί] προς per comp. F; corr. ed. Basil. Post prius ΘΑ in ed. Basil. et Cr. legitur: πρὸς τὸ ἀπὸ Θ ἐπὶ τὴν ΘΗ, sed haec uerba om. F; Torellius ea recepit, Θ in ΘΖ mutato, et praeterea addidit: ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ Α ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ. ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ τ ΗΘ, ΘΑ ἐπὶ τὴν ΘΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ. alia huius loci difficillimi emendandi uiam ingressus sum Ne Jahrb. Suppl. XI p. 396, nondum cognita scriptura codicis 5. ἐπί] (priore loco) scripsi; προς F, uulgo. τὴν ΘΗ]

πόρ.; u. Eutocius]. sed ratio ex $H\Theta : \Theta\Gamma$ et $A\Theta : \Theta\Gamma$ composita haec est: $H\Theta \times \Theta A : \Theta\Gamma^2$ [u. Eutocius]. sed $H\Theta \times \Theta A : \Theta\Gamma^2$ una cum $A\Theta : \Theta Z$ est $(H\Theta \times \Theta A) \times \Theta A : \Theta\Gamma^2 \times \Theta Z$ [u. lemma Eutocii].[1]) sed

$(H\Theta\times\Theta A)\times\Theta A[:\Theta\Gamma^2\times\Theta Z] = \Theta A^2\times\Theta H[:\Theta\Gamma^2\times\Theta Z]$

[ibid.] itaque [demonstrandum est]

$$\Theta A^2 \times \Theta H : \Theta\Gamma^2 \times \Theta Z < A\Theta^2 : \Theta\Gamma^2,$$

hoc est $< A\Theta^2 \times \Theta H : \Theta\Gamma^2 \times \Theta H$ [u. Eutocius]. quare [demonstrandum] $\Gamma\Theta^2 \times Z\Theta > \Gamma\Theta^2 \times \Theta H$ [u. Eutocius]. [demonstrandum] igitur $Z\Theta > \Theta H$ [quod constat; u. Eutocius].

dico igitur, maius segmentum ad minus maiorem quam sesquialteram rationem habere, quam superficies

---

τοῦ; lin. 16: οὗ βάσις; lin. 18: πρὸς κῶνον τόν; lin. 21; λόγος ἔχει; lin. 22: $BA\Delta$ κώνου et $B\Gamma\Delta$ κῶνον; $A\Theta$ ἐστι; lin. 23: τὸ $B\Gamma\Delta$ τμῆμα; lin. 24: συγκείμενος; ibid. ἔκ τε τοῦ; lin. 25: $\Theta\Gamma$ μετὰ τοῦ τῆς; sed discrepantias praeter unam (u. comm. crit. ad lin. 18) aut duo (ibid. ad lin. 16) transscriptori tribuo.

1) In hac quoque pagina Eutocius scripturas permultas discrepantes praebet: lin. 1: $H\Theta A$; lin. 2: $\Gamma\Theta$, ὑπὸ $H\Theta A$ ἐστιν; lin. 4: τῶν om.; ibid.: $A\Theta$ ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ $A\Theta$ ἐπί; lin. 6: ἐλάσσονα ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ τῆς $A\Theta$ πρὸς $\Theta\Gamma$; lin. 9: ἤπερ τὸ αὐτὸ τὸ; lin. 11: ὅτι τὸ ἀπὸ $\Gamma\Theta$ ἐπὶ τὴν $Z\Theta$ μεῖζόν ἐστι τοῦ; lin. 13: καί om.; lin. 14: ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγου; p. 246 lin. 3: ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγου; lin. 4: ἀπὸ τῆς $B\Gamma$; lin. 5: φημὶ οὖν; lin. 8: ἀπὸ τῆς ΘB. ante ὅτι lin. 5 Nizzius addi uoluit φημὶ δέ; similia in hoc ὅτι semper addit Eutocius.

ἀπὸ $\Theta\Gamma$ Cr., ed. Basil., Torellius. 6. ΘZ] AZ F; $Z\Theta$ ed. Basil.; Torellius. 7. διπλασιων FBC, διπλάσιον AD, ed. Basil.; corr. Torellius, qui tum addidit ὅς. 9. ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ $A\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ἀπὸ $\Gamma\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘH] om. F, uulgo; supplementum Torellii dubitans recepi. 13. δή, ὅτι] B, Torellius; διοτι F, uulgo. 14. Post ἐπιφανείας in B, ed. Basil., Cr., Torellio additur: πρὸς ἐπιφάνειαν; idem p. 246 lin. 3 suppleuit Torellius solus.

λόγου. ἀλλ' ὁ μὲν τῶν τμημάτων ἐδείχθη ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ. τοῦ δὲ τῆς ἐπιφανείας λόγου ἡμιόλιός ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΒ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ ΒΓ κύβον. φημὶ δή, ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ [ὁ ἀπὸ τῆς ΑΒ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΒΓ κύβον, τουτέστιν] ὁ ἀπὸ τῆς ΑΘ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΘΒ κύβον, τουτέστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ καὶ ὁ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ. ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ προσλαβὼν τὸν τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ ἐστιν πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΘΒ. ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΘΓ ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ ἐστιν ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ. φημὶ δή, ὅτι ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ [τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ, τουτέστι] τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ. δεικτέον οὖν, ὅτι τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΘΓ ἐπὶ τὴν ΗΘ. ὃ ταὐτόν ἐστι τῷ δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ [δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ]. ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ε τῇ ΕΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΚ, καὶ ἀπὸ τοῦ

---

4. *κύβου*] *κυκλου* F; corr. B. 5. *κύβον*] *κυκλον* F; corr. B. *ὅτι τό*] *οτι του* F; corr. Torellius. 6. *ἤπερ*] *ηπερ ἡ* F; corr. Torellius. 8. *ἀπὸ τῆς*] *της* F; corr. B. 9. *ἀπὸ ΑΘ*] *ΑΘ* F; corr. B. 11. *ὁ τοῦ*] Nizze (Cr.); *ο δε του* F, uulgo. 12. *ΓΘ, ΘΒ* Torellius. 13. *ΒΘΓ*] scripsi; *ΒΘ, ΘΓ* Torellius; *ΘΒΓ* F, uulgo. 14. *ΒΘΓ*] ut lin. 13. 17. *ὑπό*] *απο* F; corr. Torellius. *ΒΘ, ΘΓ* idem, ut lin. 18, 20, 21. 24. *Ε τῇ ΕΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΚ, καὶ ἀπὸ τοῦ*] om. F; corr. Torellius et ed. Basil., nisi quod pro *καί* habet *ἤχθω*; om. Cr.

...r se. sed demonstratum est, rationem, quam inter ... habent segmenta, esse

$$= A\Theta^2 \times \Theta H : \Theta\Gamma^2 \times \Theta Z.$$

...io uero $AB^3 : B\Gamma^3$ sesquialtera est, quam ratio, ...m superficies inter se habent [u. Eutocius]. dico ...itur,

$$A\Theta^2 \times \Theta H : \Gamma\Theta^2 \times \Theta Z$$

...ionem maiorem esse quam

$$A\Theta^3 : \Theta B^3 \text{ [u. Eutocius]},$$

...c est

$$> A\Theta^2 : B\Theta^2 \times A\Theta : \Theta B \text{ [u. Eutocius]}.$$

...d

$$A\Theta^2 : \Theta B^2 \times A\Theta : \Theta B = A\Theta^2 : \Gamma\Theta \times \Theta B$$

... Eutocius]. sed

$$...\Theta^2 : \Gamma\Theta \times \Theta B = A\Theta^2 \times \Theta H : (B\Theta \times \Theta\Gamma) \times \Theta H$$

... Eutocius]. dico igitur

$$...^2 \times \Theta H : \Gamma\Theta^2 \times \Theta Z > A\Theta^2 \times \Theta H : (B\Theta \times \Theta\Gamma) \times \Theta H.$$

...monstrandum igitur

$$\Gamma\Theta^2 \times \Theta Z < (B\Theta \times \Theta\Gamma) \times \Theta H \text{ [u. Eutocius]}.$$

...od idem est, ac si demonstramus:

$$\Gamma\Theta^2 : B\Theta \times \Theta\Gamma < H\Theta : \Theta Z \text{ [u. Eutocius]}.^{1)}$$

...catur ab E puncto ad $E\Gamma$ lineam perpendicularis linea ...K, et a B puncto ad eam perpendicularis linea $B\Lambda$.

---

1) Uerba sequentia δεῖ lin. 22 — ΘB lin. 23 ex Eutocio ... translata sunt, propter p. 248 lin. 1—3 superuacua. his ...ctis uerba ἔκκλοικον p. 248 lin. 1 — ΘB lin. 3, quae habet ...tocius, retinenda sunt.

Β κάθετος ἐπ' αὐτὴν ἡ ΒΛ. ἐπίλοιπον ἡμῖν δεῖξαι διότι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. ἴση δέ ἐστιν ἡ ΘΖ συναμφοτέρῳ τῇ ΛΘ ΚΕ. δεῖξαι ἄρα δεῖ, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς συναμφότερον τὴν ΘΛ, ΚΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ καὶ ἀφαιρεθείσης ἄρα ἀπὸ τῆς ΘΗ τῆς ΓΘ, ἀπὸ δὲ τῆς ΚΕ τῆς ΕΛ ἴσης τῇ ΒΘ δεήσει δειχθῆναι, ὅτι λοιπὴ ἡ ΓΗ πρὸς λοιπὴν συναμφότερον τὴν ΛΘ, ΚΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ, τουτέστιν ἡ ΘΒ πρὸς ΘΛ, τουτέστιν ἡ ΛΕ πρὸς ΘΛ. καὶ ἐναλλάξ, ὅτι ἡ ΚΕ πρὸς ΕΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΚΛ, ΘΛ πρὸς ΘΛ. καὶ διελόντι ἡ ΚΛ πρὸς ΛΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΚΛ πρὸς ΘΛ. ὅτι ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΛΕ τῆς ΘΛ.

θ'.

Τῶν τῇ ἴσῃ ἐπιφανείᾳ περιεχομένων σφαιρικῶν τμημάτων μεῖζόν ἐστι τὸ ἡμισφαίριον.

ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ, καὶ ἄλλη σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ ΕΖΗΘ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΕΗ· καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ ἡ μὲν ἑτέρα σφαῖρα διὰ τοῦ κέντρου,

---

1. *ΒΛ*] *ΒΔ* FV. *ἡμῖν*] *μειναι* F; corr. ed. Basil.* 2. *διότι*] *ὅτι* Nizze. 4. *δεῖ, ὅτι*] *διοτι* F; corr. B. 12. *ΘΛ*] *ΘΔ* F; corr. ed. Basil.* *διελόντι, ὅτι?* 15. *ιδ'* F; *ι'* Torellius.

restat, ut demonstremus: $H\Theta : \Theta Z > \Gamma\Theta : \Theta B$ [u. Eutocius]. sed $\Theta Z = \Lambda\Theta + KE$ [u. Eutocius].[1]) itaque demonstrandum $H\Theta : \Theta\Lambda + KE > \Gamma\Theta : \Theta B$. quare etiam subtracta a ΘH linea linea $\Gamma\Theta$ et a KE linea linea $E\Lambda$ aequali lineae $B\Theta$[2]) demonstrandum erit

$$\Gamma H : \Lambda\Theta + K\Lambda > \Gamma\Theta : \Theta B \text{ [u. Eutocius]},$$

hoc est $> \Theta B : \Theta\Lambda$[3]), hoc est $> \Lambda E : \Theta\Lambda$ [nam $\Lambda E = \Theta B$], et uicissim $KE : E\Lambda > K\Lambda + \Theta\Lambda : \Theta\Lambda$[4]), et dirimendo $K\Lambda : \Lambda E > K\Lambda : \Theta\Lambda$[5]), hoc est

$$\Lambda E < \Theta\Lambda \text{ [Eucl. V, 10].}$$[6])

IX.

Omnium segmentorum sphaerarum, quae aequali superficie continentur, maximum est hemisphaerium.[7])

sit $AB\Gamma\Lambda$ circulus sphaerae maximus, et diametrus eius $A\Gamma$, et alia sphaera sit, cuius circulus maximus sit $EZH\Theta$, diametrus autem eius EH. et secetur plano

---

1) Ex Eutocio haec corrigi possunt: p. 246 lin. 12: *ἐστι*; ibid.: *τῶν* om., item lin. 13, 14, 20; lin. 13—14: *ΒΘΓ λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ ΛΘ ἐπὶ τήν*; lin. 15: *ἄρα* om.; lin. 18: *ΓΘΒ*; ibid.: *οὖν* om.; lin. 21: *ΓΘΒ*; p. 248, 4: *δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι*. omisi discrepantias minutissimas in litterarum ordine, quem fieri potest ut Eutocius ipse mutauerit. praeterea Eutocius p. 248 lin. 13: habet: *ἥπερ αὐτὴ ἡ* et ibid. 14 *τουτέστιν, ὅτι ἐλάσσων ἡ ΛΕ τῆς ΘΑ ἐστιν.*

2) Horum uerborum formam singularem (lin. 6—7) propter Eutocium mutare non audeo.

3) Nam $\Gamma\Theta : \Theta B = \Theta B : \Theta A$; Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 Nr. 16.

4) Nam $KE = \Gamma H$; tum u. Pappus VII, 47 p. 686.

5) U. supra p. 235 not. 1.

6) Conclusionem hic et p. 244, 12 omissam Eutocius nec habuisse nec desiderasse uidetur. idem synthesim utriusque partis de suo addit.

7) *Τὸ ἡμισφαίριον μέγιστόν ἐστι τῶν περιεχομένων ὑπὸ ἴσας ἐπιφανείας σφαίρας τμαμάτων. περὶ ἑλίκ.* praef.

ἡ δὲ ἑτέρα μὴ διὰ τοῦ κέντρου. ἔστω δὲ τὰ τέμνοντα ἐπίπεδα ὀρθὰ πρὸς τὰς ΑΓ, ΕΗ διαμέτρους. καὶ τετμήσθωσαν κατὰ τὰς ΔΒ, ΖΘ γραμμάς.

ἔστιν δὴ τὸ μὲν κατὰ τὴν ΖΕΘ περιφέρειαν τμῆμα τῆς σφαίρας ἡμισφαίριον, τῶν δὲ κατὰ τὴν ΒΑΔ περιφέρειαν τομῶν ἐν μὲν τῷ ἑτέρῳ σχήματι, πρὸς ὃ τὸ Σ σημεῖον, μεῖζον ἡμισφαιρίου, ἐν δὲ τῷ ἑτέρῳ ἔλασσον ἡμισφαιρίου. ἴσαι δὲ ἔστωσαν αἱ τῶν εἰρημένων τμημάτων ἐπιφάνειαι. λέγω οὖν, ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ κατὰ τὴν ΖΕΘ περιφέρειαν ἡμισφαίριον τοῦ κατὰ τὴν ΒΑΔ περιφέρειαν τμήματος.

ἐπεὶ γὰρ ἴσαι εἰσὶν αἱ ἐπιφάνειαι τῶν εἰρημένων τμημάτων, φανερόν, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΒΑ τῇ ΕΖ εὐθείᾳ [δέδεικται γὰρ ἑκάστου τμήματος ἡ ἐπιφάνεια ἴση οὖσα κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος εὐθείᾳ ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος]. [καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡμίσεως κύκλου ἡ ΒΑΔ περιφέρεια ἐν τῷ ἑτέρῳ σχήματι, πρὸς ὃ τὸ Σ σημεῖον] δῆλον, ὅτι ἡ ΒΑ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασίων δυνάμει τῆς ΑΚ, τῆς δὲ ἐκ τοῦ κέντρου μείζων ἢ διπλασίων δυνάμει. ἔστω δὲ καὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒΔ κύκλου ἴση ἡ ΓΞ, καὶ ὃν ἔχει λόγον ἡ ΓΞ πρὸς τὴν ΓΚ, τοῦτον ἐχέτω ἡ ΜΑ πρὸς ΑΚ. ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κῶνος ἔστω κορυ-

1. τά] scripsi; τα μεν F, uulgo. 4. ἔστιν] ἔστω Nizze; sed respicitur ad p. 248, 21 sq. 6. τομῶν] τμημάτων Nizze. 8. αἱ τῶν εἰρημένων τμημάτων ἐπιφάνειαι. λέγω οὖν] om. F; corr. ed. Basil. nocuit similitudo compendiorum ἔστωσαν et οὖν; lacunam sic suppleuit Cr.: „est autem superficies maioris portionis unius sphaerae superficiei dimidiae sphaerae aequalis, quae est ad circumferentiam *feh*. dico igitur.“ 17. ὅς] ὁ F; corr. Torellius. 19. Σ] Γ F; corr. ed. Basil.*; sed fortasse et hic

altera sphaera per centrum, altera autem non per centrum. et plana secantia ad diametros $A\Gamma$, EH perpendicularia sint et secent[1]) in lineis ΔB, $Z\Theta$.

itaque segmentum sphaerae in ambitu $ZE\Theta$ positum hemisphaerium est, segmentum autem in ambitu $BA\Delta$ positum[2]) in altera figura, ad quam est Σ signum, maius hemisphaerio, in altera uero minus. aequales autem sint superficies segmentorum, quae commemorauimus. dico igitur, hemisphaerium in $ZE\Theta$ ambitu positum maius esse segmento in $BA\Delta$ ambitu posito.

nam quoniam aequales sunt superficies segmentorum, adparet, esse $BA = EZ$ [I, 42—43; Eucl. XII, 2]. [et quoniam ambitus $BA\Delta$ in altera figura, ad quam Σ signum est, maior est semicirculo] adparet esse

$$BA^2 < 2AK^2,$$

sed maiorem duplici quadrato radii [u. Eutocius].[3]) praeterea autem linea $\Gamma\Xi$ aequalis sit radio circuli $AB\Delta$, et sit $\Gamma\Xi : \Gamma K = MA : AK$. et in circulo circum $B\Delta$ diametrum descripto construatur conus uer-

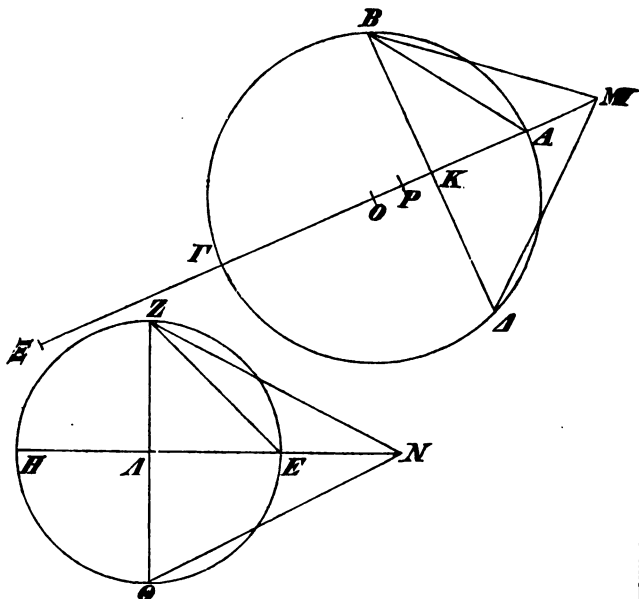
1) Aut auditur οἱ κύκλοι, aut potius Archimedes scripserat: τετμηκόντων. cfr. Quaest. Arch. p. 88.

2) Uerba corrupta lin. 5—6 sic fere restituenda sunt: τὸ δὲ κατὰ τὴν *BAΔ* περιφέρειαν τμῆμα.

3) Ex eo comperimus, Archimedem lin. 20—22 scripsisse δῆλον δέ, ὅτι ἡ *BA* τῆς μὲν *AK* ἐλάσσων ἐστὶ ἢ διπλασία δυνάμει, τῆς δὲ ἐκ τοῦ κέντρου μείζων ἢ διπλασία. lin. 22 δυνάμει del. Torellius. Nizzius post hoc uerbum cum Sturmio aliisque addit: ἐν δὲ τῷ ἑτέρῳ σχήματι τἀναντία τούτοις. κείσθω τῷ ἡμίσει τοῦ ἀπὸ *AB*, τουτέστι τοῦ ἀπὸ *EZ*, ἴσον τὸ ἀπὸ *AP*. ἔσται ἄρα τῇ *EΛ* ἴση ἡ *AP*, καὶ τῆς *AK* ἡ *AP* ἐγγυτέρω τῆς διχοτομίας τῆς ἐν τῷ *O* σημείῳ.

et lin. 7 scrib. ϭ. 20. ἐστίν] per comp. F. 25. τοῦ] addidi; om. F, uulgo.

φὴν ἔχων τὸ Μ σημεῖον. ἴσος δή ἐστιν οὗτος τῷ κατὰ τὴν ΒΑΔ περιφέρειαν τμήματι τῆς σφαίρας. ἔστω καὶ τῇ ΕΛ ἴση ἡ ΕΝ, καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ



διάμετρον τὴν ΘΖ κῶνος ἔστω κορυφὴν ἔχων τὸ Ν σημεῖον. ἴσος δὴ καὶ οὗτός ἐστι τῷ κατὰ τὴν ΘΕΖ περιφέρειαν ἡμισφαιρίῳ. τὸ δὲ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ΑΡΓ μεῖζόν ἐστι τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῶν ΑΚΓ, διότι τὴν ἐλάσσονα πλευρὰν τῆς ἐλάσσονος τοῦ ἑτέρου μείζονα ἔχει. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΡ ἴσον ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ΑΚ, ΓΞ. ἥμισυ γάρ ἐστι τοῦ ἀπὸ

6. *δέ*] scripsi cum Eutocio; *δη* F, uulgo. 7. *ΑΡ, ΡΓ* Torellius. *ΑΚ, ΚΓ* idem. 10. *ΑΚ, ΓΞ*] *ΑΞ* F; corr. ed. Basil.; cfr. Eutocius.

ticem habens punctum M. is igitur segmento sphaerae in ambitu $B A \Delta$ posito aequalis erit.[1]) sit praeterea $EN = EA$, et in circulo circum diametrum ΘZ descripto construatur conus uerticem habens punctum N. quare etiam is hemisphaerio in ambitu $\Theta E Z$ posito aequalis est [u. Eutocius]. sed est

$$A P \times P\Gamma > A K \times K\Gamma,$$

quia minus latus minore latere alterius rectanguli maius habet [u. Eutocius]. est autem $A P^2 = A K \times \Gamma \Xi$; est enim $= \frac{1}{2} A B^2$.[2]) itaque etiam

1) Est enim *συνθέντι* (Eucl. V, 18): $K\Xi : \Gamma K = MK : AK$; tum u. prop. 2.

2) U. Eutocius. sed nusquam dictum est, esse $A P^2 = \frac{1}{2} A B^2$. quare puto p. 250, 22 post *δυνάμει* excidisse: *ἔστω δὴ ἡ BA τῆς AP δυνάμει διπλασία* (forma ad lemma Eutocii adcommodata, quod sine dubio genuina uerba Archimedis seruauit; u. p. 251 not. 3). nam uerba praecedentia lin. 20 sq. eo spectant, ut demonstretur, punctum P inter O et K cadere, et praeterea *ἔστω δὲ καί* lin. 22 tum demum habebunt, quo referantur. ceterum si lemma Eutocii recte in codicibus traditum est, sequitur, ut uerba *καὶ ἐπεί* lin. 18 — *σημεῖον* lin. 19 subditiua sint (*δῆλον δέ*). hinc oritur suspicio, Archimedem omnino non ad alteram figuram respexisse, ita ut delenda sint *ἐν μὲν τῷ* p. 250, 6 — *σημεῖον* lin. 7 et *ἐν δέ* lin. 7 — *ἡμισφαιρίου* lin. 8, et praeterea ultima uerba adnotationis Eutocii ad p. 250,

τῆς ΑΒ. μεῖζον οὖν ἐστι καὶ τὸ συναμφότερον το συναμφοτέρου [τὸ ἄρα περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ΓΑ μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν ΞΚΑ]. τῷ δὲ ὑπὸ τῶ ΞΚΑ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΜΚΓ [ὥστε μεῖζόν ἐσ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΡ τοῦ ὑπὸ τῶν ΜΚΓ]. ὥστε με ζονα λόγον ἔχει ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΚΓ, ἤπερ ἡ Μ πρὸς τὴν ΑΡ. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ ΑΓ πρὸς τὴν Γ τοῦτον ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β δῆλον οὖν, ὅτι μείζονα λόγον ἔχει τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπ τῆς ΑΒ, ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ ΑΡ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆ ΒΚ, ἤπερ ἡ ΜΚ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΑΡ, ἥ ἐστι ἴση τῇ ΛΝ. μείζονα ἄρα λόγον ἔχει καὶ ὁ κύκλος ὁ περ διάμετρον τὴν ΖΘ πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρο τὴν ΒΔ, ἢ ἡ ΜΚ πρὸς τὴν ΝΛ. ὥστε μείζων ἐστὶν ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΖΘ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ Ν σημεῖον τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ, κορυφὴν δὲ το Μ σημεῖον. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ ἡμισφαίριον τὸ κατὰ τὴν ΕΖΘ περιφέρειαν μεῖζόν ἐστι τοῦ τμήματος τοῦ κατὰ τὴν ΒΑΔ περιφέρειαν.

---

1. *μεῖζον*] scripsi cum Eutocio; *μειζων* F, uulgo. 2. *ΓΑ, ΑΡ* Torellius. 3. *μειζων* F. in figura litteram *Ο* ex Eutocio addidit Nizze, litteram *Σ* ed. Basil., sed praue; corr. Torellius. 3. *ΞΚΑ*] B*, ed. Basil.; *ΞΑΚ* F; *ΞΚ, ΚΑ* Torellius, ut etiam lin. 4. 4. *ΜΚΓ. ὥστε μεῖζόν ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν*] om. F; corr. Cr., ed. Basil. 5. *ΓΑΡ* ed. Basil. *ΜΚ, ΚΓ* Torellius. 10. *ΑΡ, πρὸς τὸ ἀπό*] om. F; corr. Cr., ed. Basil. 12. *ΛΝ*] *ΛΗ* F; corr. A, Cr., ed. Basil. 14. *ἤ*] *ἤπερ* Torellius. *ΜΚ*] *ΗΜΚ* F; corr. ed. Basil.* *ΝΛ*] *ΜΛ* F; corr. Torellius; „ln" Cr. *μειζον* F. 15. *διάμετρον*] *διαμετρον μεν* F, ut etiam lin. 17; corr. utroque loco Torellius. in fine *Αρχιμηδους περι σφαιρας και κυλινδρου* $\overline{B}$ F, Cr.

$$A P \times P\Gamma + A P^2 > AK \times K\Gamma + AK \times \Gamma\Xi$$

[hoc est $\Gamma A \times AP > AK \times K\Xi$ (u. Eutocius)]. sed

$$MK \times K\Gamma = \Xi K \times KA \text{ [u. Eutocius].}$$

quare $\Gamma A : K\Gamma > MK : AP$ [u. Eutocius].[1]) sed

$$A\Gamma : \Gamma K = AB^2 : BK^2 \text{ [u. Eutocius].}$$

adparet igitur, esse $\frac{1}{2} AB^2 : BK^2 > MK : 2AP$, hoc est

$$AP^2 : BK^2 > MK : AN \text{ [u. Eutocius].}$$

quare etiam circulus circum diametrum $Z\Theta$ descriptus ad circulum circum diametrum $B\Delta$ descriptum maiorem rationem habet, quam $MK : N A$.[2]) quare conus basim habens circulum circum diametrum $Z\Theta$ descriptum, uerticem autem punctum N, maior est cono basim habenti circulum circum diametrum $B\Delta$ descriptum[3]), uerticem autem punctum M [u. Eutocius]. adparet igitur, etiam hemisphaerium in ambitu $EZ\Theta$ positum maius esse segmento in $BA\Delta$ ambitu posito [p. 252, 1 sq.].

sq. (καὶ ταῦτα μὲν — λεχθήσεται), in quibus etiam mira breuitas offendit. haec enim figura altera praeter unum locum p. 250, 6 prorsus neglegitur. itaque transscriptor ab instituto suo demonstrationem Archimedis corrigendi destitit.

1) Ex eo adparet, Archimedem τήν ante $K\Gamma$ et AP lin. 6 et 7, sicut etiam ante ΓK lin. 6 omisisse. lin. 14 pro ἤ habet ἤπερ.

2) Nam est $ZA = AP$ (Eutocius); itaque

$$ZA^2 : BK^2 > MK : AN;$$

tum u. Eucl. XII, 2; nam

$$ZA = \tfrac{1}{2} Z\Theta,\ BK = \tfrac{1}{2} B\Delta.$$

3) Archimedes scripserat solito uerborum ordine lin. 17: τὸν περὶ διάμετρον τὴν $B\Delta$ κύκλον (Eutocius).

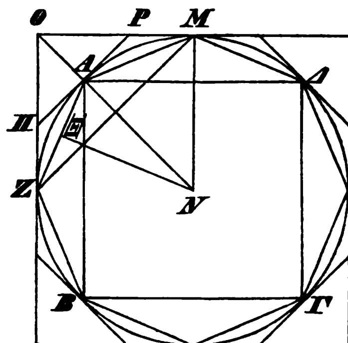
DIMENSIO CIRCULI.

α'.

Πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ, οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση μιᾷ τῶν περὶ τὴν ὀρθήν, ἡ δὲ περίμετρος τῇ βάσει.

ἐχέτω ὁ ΑΒΓΔ κύκλος τριγώνῳ τῷ Ε, ὡς ὑπόκειται. λέγω, ὅτι ἴσος ἐστίν.

εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω μείζων ὁ κύκλος, καὶ ἐγγεγράφθω τὸ ΑΓ τετράγωνον, καὶ τετμήσθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα, καὶ ἔστω τὰ τμήματα ἤδη ἐλάσσονα τῆς



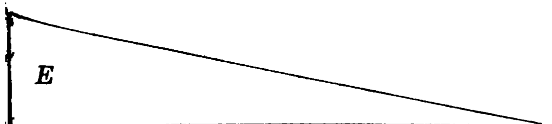
ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει ὁ κύκλος τοῦ τριγώνου. τὸ εὐθύγραμμον ἄρα ἔτι τοῦ τριγώνου ἐστὶ μεῖζον. εἰλήφθω κέντρον τὸ Ν, καὶ κάθετος ἡ ΝΞ. ἐλάσσων ἄρα ἡ

1. *α'*] om. F. 4. *βάσει*] *λοιπῇ* Wallis. 5. *τριγώνῳ τῷ* Ε post *ἴσος ἐστὶν* lin. 6 ponit ed. Basil.; *σὺν τρ. τῷ* Ε Nizze. 9. *ἔστω*] per comp. F.

I.

nis circulus aequalis est triangulo rectangulo, ius aequalis est alteri laterum rectum angulum entium, ambitus autem basi.[1]) rculus *ΑΒΓΔ* ad triangulum *E*[2]) ita se habeat, ppositum est. dico, eum ei aequalem esse.

m si fieri potest, sit maior circulus, et inscri- quadratum *ΑΓ*, et ambitus in duas partes aequa- idantur [et ducantur lineae *ΒΖ*, *ΖΑ*, *ΑΜ*, *ΜΔ*]), et segmenta iam minora sint eo spatio, quo



lus triangulum excedit.[4]) itaque figura rectilinea c maior est triangulo. sumatur centrum *N*, et endicularis [ducatur] *ΝΞ*. itaque *ΝΞ* minor est

1) Aliam et eam correctiorem huius propositionis formam cat Eutocius: *ἐκθέμενος γὰρ τρίγωνον ὀρθογώνιόν φη- ἐχέτω τὴν μίαν τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν ἴσην τῇ ἐκ τοῦ κέν- τὴν δὲ λοιπὴν τῇ περιφερείᾳ*; et infra: *τρίγωνον τὸ ὀρ- ιον — ἴσον ἐστὶ τῷ κύκλῳ.*

2) Archimedes scripserat *πρὸς τρίγωνον τὸ E*, lin. 5.

3) Tale aliquid (uelut: *καὶ ἐγγεγράφθω εὐθύγραμμον ἰσό- ον*) Archimedes sine dubio addiderat lin. 9.

4) Hoc fieri potest per Eucl. XII, 2 (II p. 200 ed. August), o X, 1. sed statim uti potuit Archimedes de sph. et cyl. p. 24.

ΝΞ τῆς τοῦ τριγώνου πλευρᾶς. ἔστιν δὲ καὶ ⸱ μετρος τοῦ εὐθυγράμμου τῆς λοιπῆς ἐλάττων, ἐ τῆς τοῦ κύκλου περιμέτρου.

ἔλαττον ἄρα τὸ εὐθύγραμμον τοῦ Ε τριγώνοι ἄτοπον.

ἔστω δὲ ὁ κύκλος, εἰ δυνατόν, ἐλάττων τοῦ γώνου. καὶ περιγεγράφθω τὸ τετράγωνον, κ τμήσθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα, καὶ ἤχθωσαν ἐ μεναι διὰ τῶν σημείων. ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΟΑΡ. ἄρα τῆς ΜΡ ἐστιν μείζων· ἡ γὰρ ΡΜ τῇ Ρ ἐστί. καὶ τὸ ΡΟΠ τρίγωνον ἄρα τοῦ ΟΖΑΜ τος μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ. λελείφθωσαν ΠΖΑ τομεῖ ὅμοιοι ἐλάσσους τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑ τὸ Ε τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. ἔτι ἄρα τὸ περιγεγ νον εὐθύγραμμον τοῦ Ε ἐστιν ἔλασσον. ὅπερ ἀ ἔστιν γὰρ μεῖζον, ὅτι ἡ μὲν ΝΑ ἴση ἐστὶ τῇ ⸱ τοῦ τριγώνου, ἡ δὲ περίμετρος μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ τριγώνου. ἴσος ἄρα ὁ κύκλος τῷ Ε τριγο

6. ἐλάττων] μειζων F; corr. ed. Basil.* 10. τῇ] corr. B*. 13. τομεῖς ed. Basil., Torellius; „portio: 14. E] E τρίγωνον ed. Basil., Torellius, Cr.

latere [altero][1]) trianguli. sed etiam perimetrus figurae rectilineae minor est altero latere, quia etiam ambitu circuli minor est [de sph. et cyl. I p. 10].

itaque figura rectilinea minor est triangulo E [Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 180 nr. 12]; quod fieri nequit.

sit autem circulus, si fieri potest, minor triangulo E. et circumscribatur quadratum, et ambitus in duas partes aequales secentur, et per puncta [sectionum] lineae contingentes ducantur. itaque $\angle\, OAP$ rectus est [Eucl. III, 18]; quare $OP > MP$; nam $MP = PA$ [Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 15]. itaque $PO\Pi > \frac{1}{2} OZAM$.[2]) relinquantur [igitur] segmenta segmento[3]) ΠZA similia minora eo spatio, quo E triangulum circulum $AB\Gamma\Delta$ excedit.[4]) itaque figura rectilinea circumscripta adhuc minor est triangulo E; quod fieri nequit. est enim maior, quia NA aequalis est altitudini[5]) trianguli, perimetrus autem maior basi trianguli.[6]) circulus igitur aequalis est triangulo E.[7])

---

1) τῆς τοῦ τριγώνου πλευρᾶς lin. 1 obscurius quam pro more Archimedis dictum est.

2) Nam $OAP > APM$ (Eucl. VI, 1) et

$$OAP = \tfrac{1}{2} PO\Pi,\quad PAM = A\Pi Z.$$

3) τομεῖ lin. 13 Archimedes non scripsit pro τμήματι.

4) Cum $PO\Pi > \frac{1}{2} OZAM$, hoc fieri potest per Eucl. X, 1; cfr. de sph. et cyl. I, 6.

5) Archimedes scripserat τῷ ὕψει lin. 16; Quaest. Arch. p. 71.

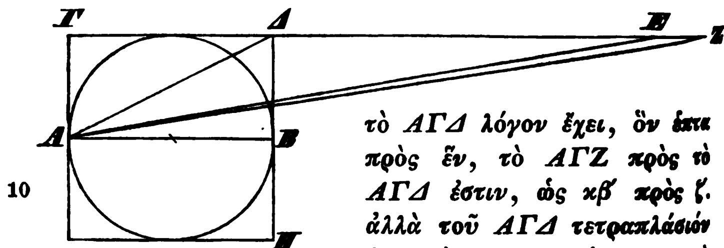
6) Quia maior est ambitu circuli; de sph. et cyl. I, 1.

7) Hanc propositionem citant: Pappus I p. 258, 17; 312, 20; III p. 1158, 22; demonstrationem repetit V, 6 p. 312—16 ex Zenodoro apud Theonem: comm. in Ptolem. p. 12—13 ed. Basil.; Proclus in Eucl. p. 423, 3; Anónymus Hultschii 42, 3 p. 265.

β'.

Ὁ κύκλος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν ια' πρὸς ιδ'.

ἔστω κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΑΒ, καὶ περιγεγράφθω τετράγωνον τὸ ΓΗ, καὶ τῆς ΓΔ διπλῆ ἡ ΔΕ, ἕβδομον δὲ ἡ ΕΖ τῆς ΓΔ. ἐπεὶ οὖν τὸ ΑΓΕ πρὸς τὸ ΑΓΔ λόγον ἔχει, ὃν κα' πρὸς ζ', πρὸς δὲ τὸ ΑΕΖ



τὸ ΑΓΔ λόγον ἔχει, ὃν ἑπτὰ πρὸς ἕν, τὸ ΑΓΖ πρὸς τὸ ΑΓΔ ἐστιν, ὡς κβ' πρὸς ζ'. ἀλλὰ τοῦ ΑΓΔ τετραπλάσιόν ἐστι τὸ ΓΗ τετράγωνον· τὸ δὲ ΑΓΔΖ τρίγωνον τῷ ΑΒ κύκλῳ ἴσον ἐστίν [ἐπεὶ ἡ μὲν ΑΓ κάθετος ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ἡ δὲ βάσις τῆς διαμέτρου τριπλασίων καὶ τῷ ζ'' ἔγγιστα ὑπερέχουσα δειχθήσεται]. ὁ κύκλος οὖν πρὸς τὸ ΓΗ τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν ια' πρὸς ιδ'.

γ'.

Παντὸς κύκλου ἡ περίμετρος τῆς διαμέτρου τριπλασίων ἐστί, καὶ ἔτι ὑπερέχει ἐλάσσονι μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει τῆς διαμέτρου, μείζονι δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις.

---

1. *β'*] om. F. 3. *ιδ' ἔγγιστα* Wallis. numeros lineolis transuersis supra ductis notat F. 5. *διπλῆ*] *διπλασία* Nizze. 9. *ΑΓΖ ἄρα* Wallis. 12. Post *τετράγωνον* Wallis addit: *τὸ ἄρα ΑΓΖ τρίγωνον πρὸς τὸ ΓΗ τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν κβ' πρὸς κη', ἢ ὃν ια' πρὸς ιδ'.* 13. *ΑΓΔΖ*] sic F, Cr.;

II.

Circulus ad diametrum quadratam eam rationem habet, quam 11 : 14.

Sit circulus, cuius diametrus sit AB, et circumscribatur quadratum ΓH, et sit $\varDelta E = 2\,\Gamma\varDelta$, et $EZ = \frac{1}{7}\Gamma\varDelta$. tum quoniam est $A\Gamma E : A\Gamma\varDelta = 21 : 7$ [Eucl. VI, 1], et $A\Gamma\varDelta : AEZ = 7 : 1$ [Eucl. VI, 1], erit

$$A\Gamma Z : A\Gamma\varDelta = 22 : 7.$$[1])

sed $\Gamma H = 4\,A\Gamma\varDelta$ [Eucl. I, 34], et triangulum $A\Gamma\varDelta Z$ circulo AB aequale est [quia altitudo $A\Gamma$ radio aequalis est, basis autem triplo et praeterea septima parte maior diametro, hoc est ambitui proxime aequalis, ut demonstrabitur prop. 3; tum u. prop. 1].[2]) quare circulus ad quadratum ΓH eam rationem habet, quam 11 : 14.[3])

III.

Cuiusuis sphaerae perimetrus diametro triplo maior est, et praeterea excedit spatio minore, quam septima pars diametri est, maiore autem quam $\frac{10}{71}$.

---

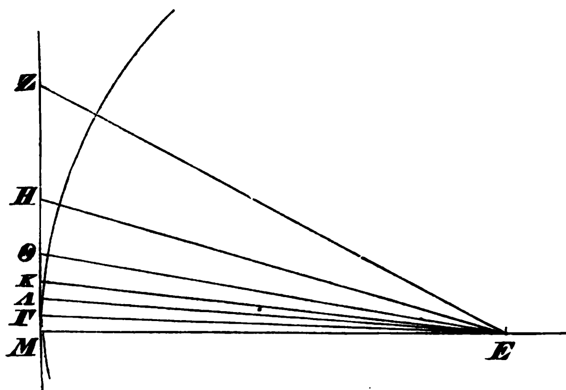
1) Nam ἀνάπαλιν (Eucl. V, 7 πόρ.) $AEZ : A\Gamma\varDelta = 1 : 7$; tum addendo sequitur proportio. sed poterat statim concludi ex Eucl. VI, 1; nam $\Gamma Z = (3 + \frac{1}{7})\,\Gamma\varDelta = \frac{22}{7}\,\Gamma\varDelta$.

2) Hic locus ἐπεί lin. 13 — δειχθήσεται lin. 16 mire corruptus et confusus transscriptori tribuo, qui eum addidit, postquam prop. 2 et 3 permutauit; neque enim Archimedes hanc propositionem ante prop. 3, quo nititur, posuit.

3) Citatur haec propositio a Pseudoherone Geom. 103 p. 136.

ΑΓΖ ed. Basil., uulgo. 15. Post βάσις Wallis addit: τῇ τοῦ κύκλου περιμέτρῳ, ἥτις. τῷ] scripsi; τον F, uulgo. 17. ιδ' ἔγγιστα Wallis.

ἔστω κύκλος, καὶ διάμετρος ἡ ΑΓ, καὶ κέντρ Ε, καὶ ἡ ΓΛΖ ἐφαπτομένη, καὶ ἡ ὑπὸ ΖΕΓ τ ὀρθῆς. ἡ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΓ λόγον ἔχει, ὃν τϛ′ ρνγ′. ἡ δὲ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΖ λόγον ἔχει, ὃν πρὸς ρνγ′. τετμήσθω οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ δίχα τῇ ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΖΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΖΗ πρὸς ΗΓ ἐναλλὰξ καὶ συνθέντι]. ὡς ἄρα συναμφότερος ἡ ΕΓ πρὸς ΖΓ, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΗ. ὥστε ἡ ΓΕ πρὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ φοα′ πρὸς ρνγ′. ἡ ΕΗ πρὸς ΗΓ δυνάμει λόγον ἔχει, ὃν $\overset{\lambda\delta}{M}$ ‚θυν′ πρὸς $\overset{\beta}{M}$ μήκει ἄρα, ὃν φϙα′ η″ πρὸς ρνγ′. πάλιν δίχα ἡ



ΗΕΓ τῇ ΕΘ. διὰ τὰ αὐτὰ ἄρα ἡ ΕΓ πρὸς ΓΘ ζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ‚αρξβ′ η″ πρὸς ρνγ′. ἄρα πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ‚αροβ′ η″ ρνγ′. ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΘΕΓ τῇ ΕΚ. ἡ ΕΓ ἄρα ΓΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ‚βτλδ′ δ″ πρὸς ἡ ΕΚ ἄρα πρὸς ΓΚ μείζονα, ἢ ὃν ‚βτλθ′ δ″

2. τρίτον] τριτον (-του per comp.) F, corr. B*. ζονα λόγον Wallis. ὃν] scripsi cum Eutocio; η ον F,

sit circulus, et diametrus $A\Gamma$, et centrum E, et ΓAZ linea circulum contingens, et $\angle ZE\Gamma$ tertia pars recti. itaque $EZ : Z\Gamma = 306 : 153$ [u. Eutocius], sed

$$E\Gamma : \Gamma Z = 265 : 153 \text{ [u. Eutocius].}$$

secetur $\angle ZE\Gamma$ in duas partes aequales linea EH. erit igitur

$$ZE : E\Gamma = ZH : H\Gamma \text{ [Eucl. VI, 3].}$$

quare

$$ZE + E\Gamma : Z\Gamma = E\Gamma : \Gamma H \text{ [u. Eutocius].}^{1)}$$

quare

$$\Gamma E : \Gamma H > 571 : 153 \text{ [u. Eutocius].}^{2)}$$

itaque

$$EH^2 : H\Gamma^2 = 349450 : 23409 \text{ [u. Eutocius].}$$

itaque $EH : H\Gamma = 591\frac{1}{8} : 153$. rursus secetur eodem modo $\angle HE\Gamma$ linea $E\Theta$. propter eadem igitur erit

$$E\Gamma : \Gamma\Theta > 1162\tfrac{1}{8} : 153 \text{ [u. Eutocius].}$$

quare $\Theta E : \Theta\Gamma > 1172\frac{1}{8} : 153$ [u. Eutocius]. rursus secetur $\angle \Theta E\Gamma$ linea EK. erit

$$E\Gamma : \Gamma K > 2334\tfrac{1}{4} : 153 \text{ [u. Eutocius].}$$

1) Sequentia uerba lin. 6—7: καὶ ἐναλλάξ καὶ συνθέντι a ...sscriptore ex Eutocio huc prauo ordine illata sunt.

2) Quae Archimedes breuissime, omissis computationibus, ...ponit, copiose et perspicue explicat Eutocius; quare satis ...bui lectorem ad eum reuocare. quo modo Archimedes nu...ros 153 et 780 inuenerit, aut quibus adiumentis instructus ...ra numerorum non quadratorum computauerit, nondum con...t (Quaest. Arch. p. 60—66). haec propositio difficillima a ...sscriptore et fortasse etiam a librariis pessime habita est. ...tur ab Archimede ipso Arenar. I, 19; II, 3 et a Simplicio ... Aristot. IV p. 508, b.

συνθέντι καὶ ἐναλλάξ Wallis. 10. μείζονα λόγον Wallis. ...ον Wallis. idem post ἄρα lin. 11 addit μείζονα ἤ. 17. ...ζονα] scripsi; μειζον F, uulgo; μείζονα λόγον ἔχει Wallis.

ρνγ'. ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΕΓ τῇ ΛΕ. ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΛΓ μείζονα [μήκει] λόγον ἔχει, ἤπερ ͵δχογ' ∟″ πρὸς ρνγ'. ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ τρίτον οὖσα ὀρθῆς τέτμηται τετράκις δίχα, ἡ ὑπὸ ΛΕΓ ὀρθῆς ἐστι μη''. κείσθω οὖν αὐτῇ ἴση πρὸς τῷ Ε ἡ ὑπὸ ΓΕΜ. ἡ ἄρα ὑπὸ ΛΕΜ ὀρθῆς ἐστι κδ''. καὶ ἡ ΛΜ ἄρα εὐθεῖα τοῦ περὶ τὸν κύκλον ἐστὶ πολυγώνου πλευρὰ πλευρὰς ἔχοντος ϙϛ'. ἐπεὶ οὖν ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΛ ἐδείχθη μείζονα λόγον ἔχουσα, ἤπερ ͵δχογ' ∟″ πρὸς ρνγ', ἀλλὰ τῆς μὲν ΕΓ διπλῆ ἡ ΛΓ, τῆς δὲ ΓΛ διπλασίων ἡ ΛΜ, καὶ ἡ ΛΓ ἄρα πρὸς τὴν τοῦ ϙϛ' πολυγώνου περίμετρον μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵δχογ' ∟″ πρὸς $\overset{\alpha}{M}$ ͵δχπη'. καί ἐστιν τριπλασία, καὶ ὑπερέχουσιν χξζ ∟″, ἅπερ τῶν ͵δχογ' ∟″ ἐλάττονά ἐστιν ἢ τὸ ἕβδομον. ὥστε τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν κύκλον τῆς διαμέτρου ἐστὶ τριπλάσιον καὶ ἐλάττονι ἢ τῷ ἑβδόμῳ μέρει μεῖζον. ἡ τοῦ κύκλου ἄρα περίμετρος πολὺ μᾶλλον ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τριπλασίων καὶ ἑβδόμῳ μέρει μείζων.

ἔστω κύκλος, καὶ διάμετρος ἡ ΑΓ, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΓ τρίτον ὀρθῆς. ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς ΒΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵ατνα' πρὸς ψπ' [ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΒ, ὃν ͵αφξ' πρὸς ψπ'].

---

2. μήκει delet Wallis; om. Eutocius. ͵δχογ' ∟″] ͵δνογ FV. 5. ἰση η F; corr. Wallis. idem post ΓΕΜ addit: καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΓ ἐπὶ τὸ Μ. 6. post εὐθεῖα ed. Basil. addit πλευρά ἐστιν (ἐστι Wallis), omisso ἐστι lin. 7, quod habent F (per comp.), cett. codd. 7. ante πολυγώνου ed. Basil. habet περιγραφομένου. πλευρά] addidit Wurm; om. F, uulgo. 11. post ΛΜ addit Wallis: καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν ΛΜ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵δχογ' ∟″ πρὸς ρνγ'. 13. ante καί idem: ἀνάπαλιν ἄρα ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν διάμετρον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ $\overset{\alpha}{M}$ ͵δχπη' πρὸς ͵δχογ' ∟″. 14. ἢ]

...re $EK : \Gamma K > 2339\frac{1}{4} : 153$ [u. Eutocius]. rursus ...tur $\angle KE\Gamma$ linea ΔE. erit igitur

$E\Gamma : \Delta\Gamma > 4673\frac{1}{2} : 153$ [u. Eutocius].

... quoniam $\angle ZE\Gamma$, qui tertia pars est recti, quater ... partes aequales diuisus est, $\angle \Delta E\Gamma$ erit pars duo... quinquagesima recti. ponatur[1]) igitur ei aequalis ...EM ad punctum E. itaque $\angle \Delta EM$ pars uicesima ...rta est recti. quare linea ΔM latus est polygoni ... latera habentis circum circulum circumscripti. et ...niam demonstratum est $E\Gamma : \Gamma\Delta > 4673\frac{1}{2} : 153$, et ...$\Gamma = 2E\Gamma$, $\Delta M = 2\Gamma\Delta$, $\Delta\Gamma$ etiam ad perimetrum ...ygoni 96 latera habentis maiorem habet rationem, ...m $4673\frac{1}{2} : 14688$ [u. Eutocius]. est igitur triplo ...ior [perimetrus polygoni], et supersunt $667\frac{1}{2}$, quod ...us est septima parte $4673\frac{1}{2}$. itaque [perimetrus] ...ygoni circumscripti minor est quam triplo et sep... parte maior diametro. quare ambitus circuli multo ...gis[2]) minor est quam triplo et septima parte maior ...metro.

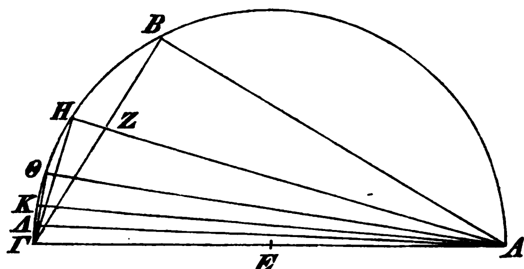
... sit circulus, et diametrus $\Delta\Gamma$, et $\angle B\Delta\Gamma$ tertia pars ...ti. itaque $\Delta B : B\Gamma < 1351 : 780$ [u. Eutocius].

1) Quamquam Eutocius: *κείσθω οὖν, φησι, ἴση αὐτῇ ἡ* ... ΓEM, tamen ex sequentibus adparet, eum suis ipsius uer... uti. quare ne infra quidem (lin. 8: *δέδεικται*, lin. 9: *ρνγ'*, ... *ἐστι τῆς*) constat, eum genuinam formam praebere. sed ... 19—20 puto eum recte praebere: *κύκλος περὶ διάμετρον τὴν* ...Γ *καὶ τρίτον ὀρθῆς ἡ ὑπὸ ΒΑΓ*; lin. 10 om. *διπλασίων*. de ... 10, 11, 15, 21 u. p. 269 not. 1.

2) Perimetrus enim polygoni maior est ambitu circuli; de ... et cyl. I, 1.

... F; corr. Wallis. 16. *ἐλάττονι*] scripsi; *ελαττον* F, uulgo. ... *Δ'* addit F; corr. Wallis. 20. *τριτον* F; corr. B*. 21. ...*να'*] *τνα* F; corr. B manu 2.*

δίχα ἡ ὑπὸ *ΒΑΓ* τῇ *ΑΗ*. ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ *ΒΑΗ* τῇ ὑπὸ *ΗΓΒ*, ἀλλὰ καὶ τῇ ὑπὸ *ΗΑΓ*, καὶ ἡ ὑπὸ *ΗΓΒ* τῇ ὑπὸ *ΗΑΓ* ἐστιν ἴση. καὶ κοινὴ ἡ ὑπὸ *ΑΗΓ* ὀρθή. καὶ τρίτη ἄρα ἡ ὑπὸ *ΗΖΓ* τρίτῃ τῇ ὑπὸ *ΑΓΗ* ἴση. ἰσογώνιον ἄρα τὸ *ΑΗΓ* τῷ *ΓΗΖ*



τριγώνῳ. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ *ΑΗ* πρὸς *ΗΓ*, ἡ *ΓΗ* πρὸς *ΗΖ*, καὶ ἡ *ΑΓ* πρὸς *ΓΖ*. ἀλλ' ὡς ἡ *ΑΓ* πρὸς *ΓΖ*, καὶ συναμφότερος ἡ *ΓΑΒ* πρὸς *ΒΓ*. καὶ ὡς συναμφότερος ἄρα ἡ *ΒΑΓ* πρὸς *ΒΓ*, ἡ *ΑΗ* πρὸς *ΗΓ*. διὰ τοῦτο οὖν ἡ *ΑΗ* πρὸς τὴν *ΗΓ* ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βϡια' πρὸς ψπ', ἡ δὲ *ΑΓ* πρὸς τὴν *ΓΗ* ἐλάσσονα, ἢ ὃν ͵γιγ' ∟'' δ'' πρὸς ψπ'. δίχα ἡ ὑπὸ *ΓΑΗ* τῇ *ΑΘ*. ἡ *ΑΘ* ἄρα διὰ τὰ αὐτὰ πρὸς τὴν *ΘΓ* ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵εϡκδ' ∟'' δ'' πρὸς ψπ', ἢ ὃν ͵αωκγ' πρὸς σμ'. ἑκατέρα γὰρ ἑκατέρας δ' ιγ''. ὥστε ἡ *ΑΓ* πρὸς τὴν *ΓΘ*, ἢ ὃν ͵αωλη' θ' ια'' πρὸς σμ'. ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ *ΘΑΓ* τῇ *ΚΑ*. καὶ ἡ *ΑΚ* πρὸς τὴν *ΚΓ* ἐλάσ-

---

1. Ante δίχα ed. Basil. habet τετμήσθω. 3. τῇ] ἄρα τῇ ed. Basil. 4. ἄρα] scripsi; εσται F, uulgo; ἄρα ἴση ἔσται ed. Basil., Torellius. 5. ἴση] addidi; om. F, uulgo. 8. *ΓΑ*, *ΑΒ* Torellius. 9. *ΒΑ*, *ΑΓ* Nizze. *ΑΗ*] *ΔΗ* F; corr. B mg.* 12. pro ∟'' FBC* habent Γ'. 14. ͵εϡκδ' ∟''] ͵ετκδ ε' F; corr. ed. Basil. (λ pro ϡ; corr. Wallis). 15. σμ'] σν F; corr. ed. Ba-

secetur[1] $\angle BA\Gamma$ in partes aequales linea AH. iam quoniam $\angle BAH = H\Gamma B$ [Eucl. III, 26], sed etiam $= HA\Gamma$, erit $H\Gamma B = HA\Gamma$. et communis est $\angle AH\Gamma$ rectus [Eucl. III, 31]. quare etiam $HZ\Gamma = A\Gamma H$ [Eucl. I, 32]. quare triangula $AH\Gamma$, ΓHZ angulos aequales habent. est igitur [Eucl. VI, 4]

$$AH : H\Gamma = \Gamma H : HZ = A\Gamma : \Gamma Z.$$

sed $A\Gamma : \Gamma Z = \Gamma A + AB : B\Gamma$ [Eucl. VI, 3; Eutocius]. quare $\Gamma A + AB : B\Gamma = AH : H\Gamma$. itaque $AH : H\Gamma < 2911 : 780$ [u. Eutocius],[2]) et

$$A\Gamma : \Gamma H < 3013\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{4} : 780 \text{ [u. Eutocius].}$$

secetur eodem modo $\angle \Gamma AH$ linea $A\Theta$. propter eadem igitur erit $A\Theta : \Theta\Gamma < 5924\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{4} : 780$ [u. Eutocius], hoc est $< 1823 : 240$. altera[3]) enim alterius $\tfrac{4}{13}$ [u. Eutocius]. quare est $A\Gamma : \Gamma\Theta < 1838\tfrac{9}{11} : 240$ [u. Eutocius]. porro secetur $\angle \Theta A\Gamma$ linea KA. est igitur

1) Cum p. 266, 20—21; 268, 9—12; 13—16; 268, 17—270, 1 ab Eutocio non ipsis uerbis Archimedis citari uideantur, has contra scripturas in lemmatis eius seruatas genuinas putauerim et in uerbis Archimedis a transscriptore mutatas: lin. 1: *τετμήσθω δίχα*; *ἐπεὶ οὖν*; lin. 3: *ἄρα τῇ*; lin. 4: *λοιπή* et *λοιπῇ* pro *τρίτη* et *τρίτῃ*; lin. 5: *ἔστιν ἴση*; *ἄρα ἐστί*; *ΑΗΓ τρίγωνον*; lin. 8 *καί* (prius) om.; lin. 16: *πρὸς ΘΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ*; lin. 15: *ἐστὶ δ' ιγ''*; lin. 17: *ΘΑΓ γωνία*. simul alia transscriptionis uestigia colligam: ut lin. 5 om. *τρίγωνον* prop. 1 p. 260, 14; 2 p. 262, 6; *διπλῇ* p. 266, 10 (*διπλασίων* Nizze; cfr. prop. 2 p. 262, 5); *τοῦ ϙϛ πολυγώνου* p. 266, 11; 270, 9; *τὸ πολυγώνον* pro *ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου* p. 266, 15 (*ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου τοῦ — τριπλασίων — μείζων* Nizze). praeterea Eutocius uerba *ἡ δὲ ΑΓ — ψπ'* p. 266, 21 habuisse non uidetur; debebat insuper esse *ἡ γὰρ ΑΓ*.

2) Hic, ut saepissime in hac propositione, utitur proportione illa, quam exposui Quaest. Arch. p. 48.

3) Genus femininum refertur ad auditum uerbum *πλευρά*.

sil.* *ἑκατέρας*] *ἑκατέρων* Wallis. *ιγ''*] *ιγ' α'* F; corr. ed. Basil. 16. Post *ΓΘ* additur *ἐλάσσονα λόγον ἔχει* in ed. Basil. *ια''*] om. F; corr. Wallis.

σονα ἄρα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵αζ′ πρὸς ξς′. ἑκατέρα γὰρ ἑκατέρας ια′ μ″. ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν ΓΚ, ἢ ὃν ͵αθ′ ς″ πρὸς ξς′. ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΑΓ τῇ ΑΛ. ἡ ΑΛ ἄρα πρὸς τὴν ΛΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν τὰ ͵βις′ ς″ πρὸς ξς′, ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΛ ἐλάσσονα, ἢ τὰ ͵βιζ′ δ″ πρὸς ξς′. ἀνάπαλιν ἄρα ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵ςτλς′ πρὸς ͵βιζ′ δ″, ἅπερ τῶν ͵βιζ′ δ″ μείζονά ἐστιν ἢ τριπλασίονα καὶ δέκα οα″. καὶ ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ ϥς′ πολυγώνου τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ τῆς διαμέτρου τριπλασίων ἐστὶ καὶ μείζων ἢ ι′ οα″. ὥστε καὶ ὁ κύκλος ἔτι μᾶλλον τριπλασίων ἐστὶ καὶ μείζων ἢ ι′ οα″.

ἡ ἄρα τοῦ κύκλου περίμετρος τῆς διαμέτρου τριπλασίων ἐστὶ καὶ ἐλάσσονι μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει, μείζονι δὲ ἢ ι′ οα″ μείζων.

---

1. Post ἢ ὅν addit Wallis: ͵γχξα′ θ′ ια″ πρὸς σμ′ ἢ ὅν. ξς′] c̄ξς F; corr. ed. Basil. 2. ἑκατέρας] ed. Basil. ex Eutocio; εκατερα FBC*; ἑκατέρων Wallis. ια′ μ″ ἡ ΑΓ] οιμαι F; corr. Wallis. ΓΚ ἢ ὅν] scripsi cum Wurmio; καταγον F; κατάλογον ed. Basil.; ΓΚ ἐλάσσονα λόγον Wallis. ͵αθ′ ς″] scripsi; ͵αος F, uulgo; ἔχει ἢ ͵αθ′ ς′ Wallis. 4. ΛΓ] ΑΓ F; corr. Wallis. 6. Post ἄρα ἡ Wallis addit: ΑΓ πρὸς τὴν ΓΛ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ξς′ πρὸς βιζ′ δ′· καί (ἡ addit Nizze). 7. ͵ςτλς′] ͵ςτας F; corr. Wallis. 8. ͵βιζ′] (prius) ζ̄ιζ F; corr. Wallis. 9. οα″] ο′ α′ F; corr. Wallis. 11. ι′ οα″] scripsi; ὃν ο′ ια′ F, uulgo; δέκα οα′ ed. Basil. Tor., Wall. 13. ι′ οα″] scripsi; θ′ ια′ F, uulgo; δέκα οα′ ed. Basil. Tor., Wall. 14. ἐλάσσονι] scripsi; ελασσων F, uulgo. μείζονι δὲ ἢ ι′ οα″ μείζων] scripsi; μειζων δε F, uulgo; μείζων δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις ὑπερέχουσα Wallis.

$K : K\Gamma < 1007 : 66$ [u. Eutocius]. altera enim al-
rius est $\frac{11}{40}$. itaque.

$$A\Gamma : \Gamma K < 1009\tfrac{1}{6} : 66 \text{ [u. Eutocius].}$$

ro secetur $\angle KA\Gamma$[1]) linea ΛA. erit igitur

$$\Lambda A : A\Gamma < 2016\tfrac{1}{6} : 66 \text{ [u. Eutocius],}$$

$A\Gamma : \Gamma\Lambda < 2017\frac{1}{4} : 66$ [u. Eutocius]. et e contrario $\Lambda : A\Gamma > 66 : 2017\frac{1}{4}$ (Pappus VII, 49 p. 688); sed Λ latus est polygoni 96 latera habentis. quare][2]) imetrus polygoni ad diametrum maiorem rationem bet quam $6336 : 2017\frac{1}{4}$, quod maius est quam triplo $\frac{10}{71}$ maius quam $2017\frac{1}{4}$. itaque perimetrus polygoni cripti 96 latera habentis[3]) maior est quam triplo $\frac{10}{71}$ maior diametro. quare etiam multo magis[4]) culus maior est quam triplo et $\frac{10}{71}$ maior diametro. que ambitus circuli triplo maior est diametro et edit spatio minore quam $\frac{1}{7}$, maiore autem quam $\frac{10}{71}$.[5])

---

1) *KAΓ γωνία* lin. 3 Eutocius. ceteras huius paginae repantias, quae apud eum inueniuntur, inde ortas esse puto, d Archimedis demonstrationem non ad uerbum citauit, sed uerbis reddidit.

2) Ueri simile est, Archimedem ipsum haec addidisse.

3) *τοῦ ϞϚʹ πολυγώνου* transscriptori debetur, sicut etiam 11: *ὁ κύκλος* pro *ἡ τοῦ κύκλου περίμετρος* (*περιφέρεια*).

4) Quippe quae maior est perimetro polygoni (de sph. et I p. 10).

5) *Ἀρχιμήδους κύκλου μέτρησις* in fine F, Cr.

DE CONOIDIBUS ET SPHAEROIDIBUS.

Ἀρχιμήδης Δοσιθέῳ εὖ πράττειν.

Ἀποστέλλω τοι γράψας ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ τῶν τε λοιπῶν θεωρημάτων τὰς ἀποδειξίας, ὧν οὐκ εἶχες ἐν τοῖς πρότερον ἀπεσταλμένοις, καὶ ἄλλων ὕστερον ποτεξευρημένων, ἃ πρότερον μὲν ἤδη πολλάκις ἐγχειρήσας ἐπισκεπτέσθαι, δύσκολον ἔχειν τι φανείσας μοι τᾶς εὑρέσιος αὐτῶν ἀπόρησα. διόπερ οὐδὲ συνεξεδόθεν τοῖς ἄλλοις αὐτὰ τὰ προβεβλημένα. ὕστερον δὲ ἐπιμελέστερον ποτ' αὐτοῖς γενόμενος ἐξεῦρον τὰ ἀπορηθέντα. ἦν δὲ τὰ μὲν λοιπὰ τῶν προτέρων θεωρημάτων περὶ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος προβεβλημένα· τὰ δὲ νῦν ἐντι ποτεξευρημένα περί τε ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος καὶ περὶ σφαιροειδέων σχημάτων, ὧν τὰ μὲν παραμάκεα, τὰ δὲ ἐπιπλατέα καλέω.

περὶ μὲν οὖν τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος ὑπέκειτο τάδε· εἴ κα ὀρθογωνίου κώνου τομὰ μενούσας τᾶς διαμέτρου περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῇ πάλιν, ὅθεν ὥρμασεν, τὸ περιλαφθὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ὀρθογώνιον κωνοειδὲς καλείσθαι, καὶ ἄξονα μὲν αὐτοῦ τὰν μεμενακοῦσαν διάμετρον καλείσθαι, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἁπτέται ὁ

---

1. *Δωσιθεῳ* F; corr. Riualtus. 3. *ἀποδειξίας*] scripsi; *αποδειξ* cum comp. *ης* F; *ἀποδείξεις* uulgo. 6. *δύσκολον*] *δυσποτ' ολον* F; corr. Riualtus. 7. *εὑρέσιος*] scripsi; *ευρεσιας* F, uulgo. 14. *παραμάκεα*] Torellius; *παραμηκεα* F, uulgo. 15. *κονοειδεος* F. 16. *εἴ κα*] *αἴκα* Torellius, ut semper hoc libro. 19. *καλεισθω* F; corr. Torellius.

Archimedes Dositheo s.

c libro conscriptas tibi mitto demonstrationes quorum theorematum, quorum demonstrationes libris, quos antea tibi misi[1]), non habuisti, et n quorundam postea inuentorum[2]), quae cum saepe perscrutari conatus essem, haerebam, quia io eorum difficultatem quandam habere mihi tur. quare ne edebantur[3]) quidem ipsae promes una cum ceteris. postea autem diligentius ressus inueni ea, in quibus haeseram. reliqua matum priorum de conoide rectangulo proposita quae nunc noua inueni, de conoide obtusiannt et de figuris sphaeroidibus, quarum alteras gas, alteras latas nomino.

rectangulo igitur conoide haec proposita erant: tio coni rectanguli manente diametro circum- rursus in eum statum restituitur, unde moueri est, figuram sectione coni rectanguli compre- m conoides rectangulum uocari, et axem uocari diametrum manentem, uerticem autem punctum,

---

) H. e. libros de sphaera et cylindro, de helicibus, de ola.

) De conoidibus obtusiangulis et de sphaeroidibus (lin. e iis ne propositiones quidem Cononi miserat Archime- n. 8).

) H. e. Cononi mittebantur soluendae et cum aliis mathe- s communicandae.

ἄξων τᾶς τοῦ κωνοειδέος ἐπιφανείας. καὶ εἴ κα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος σχήματος ἐπίπεδον ἐπιψαύῃ, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτέμῃ τι τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος, βάσιν μὲν καλείσθαι τοῦ ἀποτμαθέντος τμάματος τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ κωνοειδέος τομᾶς ἐν τῷ ἀποτέμνοντι ἐπιπέδῳ, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἐπιψαύει τὸ ἕτερον ἐπίπεδον τοῦ κωνοειδέος, ἄξονα δὲ τὰν ἐναπολαφθεῖσαν εὐθεῖαν ἐν τῷ τμάματι ἀπὸ τᾶς ἀχθείσας διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμάματος παρὰ τὸν ἄξονα τοῦ κωνοειδέος.

προεβάλλετο δὲ τάδε θεωρῆσαι· διὰ τί, εἴ κα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος τμάματα ἀποτμαθῇ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ἡμιόλιον ἐσσείται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· καὶ διὰ τί, εἴ κα ἀπὸ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα ἀποτμαθέωντι ἐπιπέδοις ὁπωσοῦν ἀγμένοις, τὰ ἀποτμαθέντα τμάματα διπλάσιον λόγον ἑξοῦντι ποτ' ἄλλαλα τῶν ἀξόνων.

περὶ δὲ τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ὑποτιθέμεθα τάδε· εἴ κα ἐν ἐπιπέδῳ ἔωντι ἀμβλυγωνίου κώνου τομὰ καὶ ἁ διάμετρος αὐτᾶς καὶ αἱ ἔγγιστα τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς, μενούσας δὲ τᾶς διαμέτρου περιενεχθὲν τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ εἰρημέναι γραμ-

---

1. τοῦ] το του F; corr. Torellius. 2. ὀρθογωνίου] θο supra scriptum manu 1 F. κονοειδεος F. 3. επιψαυων F. 4. τμημα F; corr. Torellius. 12. προεβάλλετο] B; προεβαλλεντο FCD; προεβάλλοντο A, ed. Basil., Torellius. 15. εσειται F; corr. Torellius. 17. ἀποτμαθέωντι] Torellius; αποτμαθεντι F, uulgo; ἀποτμαθέντα A, ed. Basil. 19. ποτ' ἄλλαλα] Torellius; ποτι τα αλλα F, uulgo. 20. ὑποτιθέμεθα] scripsi; υπετιθεμεθα F, uulgo; ὑπεθέμεθα Nizze. 22. αἱ] addidit *Torellius*; om. F, uulgo.

quo axis superficiem conoidis tangat. et si planum oides rectangulum contingat, et aliud planum con- genti parallelum segmentum conoidis aliquod ab- ndat, basim segmenti abscisi uocari planum sec- ne conoidis in plano abscindenti comprehensum, rticem autem punctum, in quo alterum planum co- ides contingat, axem autem eam partem lineae per rticem segmenti axi conoidis parallelae ductae, quae ra segmentum comprehenditur.

considerанda autem haec proponebantur:

cur, si segmenta[1]) conoidis rectanguli plano ad em perpendiculari abscindantur, segmentum absci- m dimidia parte maius sit cono basim habenti ean- m, quam segmentum, et eundem axem [prop. 21]; cur, si a conoide rectangulo planis quoquo modo ctis duo segmenta abscindantur, segmenta abscisa plicem inter se rationem habeant, quam axes rop. 24].

de obtusiangulo autem conoide haec supponimus[2]): in plano sunt sectio coni obtusianguli, diametrus us, lineae sectioni coni obtusianguli proximae[3]), et anente diametro planum, in quo sunt hae lineae nnes, circumuolutum rursus in eum statum restitui-

1) Lin. 13 pro τμάματα Nizzius coniecit τμᾶμα, fortasse ecte, sed cum idem infra legatur p. 280, 3 et fieri possit, ut Archimedes prius uniuersalius locutus sit, deinde ad singularem casum et numerum transierit, scripturam codicis mutare nolui.

2) Scribendum esse ὑποτιθέμεθα lin. 20, adparet ex p. 275 ot. 2; haec nunc demum supponit Archimedes.

3) H. e. asymptotae quae uocantur. sed uocabula mathema- ica Archimedis ubique retinui. quare etiam scripsi: sectio coni ctanguli, obtusianguli, acutianguli pro nominibus recentioribus: arabola, hyperbola, ellipsis. in uocabulis nouis obtusianguli t acutianguli fingendis secutus sum Commandinum aliosque.

μαί, ἀποκατασταθῇ πάλιν, ὅθεν ὥρμασεν, αἱ μὲν ἔγγιστα εὐθεῖαι τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς δῆλον ὡς κῶνον ἰσοσκελέα περιλαψοῦνται, οὗ κορυφὰ ἐσσείται τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ αἱ ἔγγιστα συμπίπτοντι, ἄξων δὲ ἁ μεμενακοῦσα διάμετρος. τὸ δὲ ὑπὸ τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς σχῆμα περιλαφθὲν ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς καλείσθαι, ἄξονα δὲ αὐτοῦ τὰν μεμενακοῦσαν διάμετρον, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἅπτεται ὁ ἄξων τᾶς ἐπιφανείας τοῦ κωνοειδέος. τὸν δὲ κῶνον τὸν περιλαφθέντα ὑπὸ τᾶν ἔγγιστα τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς περιέχοντα τὸ κωνοειδὲς καλείσθαι, τὰν δὲ μεταξὺ εὐθεῖαν τᾶς τε κορυφᾶς τοῦ κωνοειδέος καὶ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς ποτεοῦσαν τῷ ἄξονι καλείσθαι. καὶ εἴ κα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἐπίπεδον ἐπιψαύῃ, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτέμῃ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος, βάσιν μὲν καλείσθαι τοῦ ἀποτμαθέντος τμάματος τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ κωνοειδέος τομᾶς ἐν τῷ ἀποτέμνοντι ἐπιπέδῳ, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἅπτεται τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐπιψαῦον τοῦ κωνοειδέος, ἄξονα δὲ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἐν τῷ τμάματι ἀπὸ τᾶς ἀχθείσας διὰ τὰς κορυφᾶς τοῦ τμάματος καὶ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, καὶ τὰν μεταξὺ τᾶν εἰρημέναν κορυφᾶν εὐθεῖαν ποτεοῦσαν τῷ ἄξονι καλείσθαι. τὰ μὲν οὖν ὀρθογώνια κωνοειδέα πάντα ὁμοῖά ἐντι, τῶν δὲ ἀμβλυγωνίων κωνοειδέων ὁμοῖα καλείσθω, ὧν κα οἱ κώνοι οἱ περιεχόντες τὰ κωνοει-

3. ἰσοσκελέα] scripsi; ισοσκελη F, uulgo. κορυφη F; corr. V. 4. ἐσσείται] επειται F; ἐσεῖται B*. 8. τὰν] τα F; corr. BC. 10. τᾶν] τας F; corr. B*. 17. τμημα F.

tur, unde moueri coeptum est, adparet, lineas sectioni coni obtusianguli proximas conum aequicrurium comprehensuras esse, cuius uertex erit punctum, in quo lineae sectioni proximae sibi in uicem incidunt, axis autem diametrus, quae mansit. figuram autem sectione coni obtusianguli comprehensam conoides obtusiangulum uocari, axem autem eius diametrum manentem, uerticem autem punctum, in quo axis superficiem conoidis tangat. conum autem lineis sectioni coni obtusianguli proximis comprehensum comprehendentem conoides uocari, lineam autem inter uerticem conoidis et uerticem coni conoides comprehendentis positam axi adiectam uocari. et si planum conoides obtusiangulum contingat, et aliud planum plano contingenti parallelum segmentum conoidis abscindat, basim segmenti abscisi uocari planum sectione conoidis in plano abscindenti comprehensum, uerticem autem punctum, in quo planum contingens conoides tangat, axem autem eam partem lineae per uerticem segmenti et uerticem coni conoides comprehendentis ductae, quae intra segmentum comprehenditur, lineam autem inter hos uertices positam axi adiectam uocari.

rectangula conoidea omnia similia sunt[1]), obtusiangulorum autem conoideôn ea similia uocentur, in quibus coni conoidea comprehendentes similes sint.[2])

---

1) Quia omnes parabolae similes sunt (Apollonius VI, 11).

2) Eucl. XI def. 24: ὅμοιοι κῶνοι καὶ κύλινδροί εἰσιν, ὧν οἵ τε ἄξονες καὶ αἱ διάμετροι τῶν βάσεων ἀνάλογόν εἰσι.

---

uulgo; corr. Torellius. 22. ἐναπολαφθεῖσαν? 28. κα] scripsi; και F, uulgo.

δέα ὁμοίοι ἔωντι. προβαλλέται δὲ τάδε θεω
διὰ τί, εἴ κα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀπο
τμάματα ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀπ
θὲν τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντ
αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτο
τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα τῷ τε ἄξο
τμάματος καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ
ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τῷ τε ἄξονι τοῦ τμά
καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι. καὶ δ
εἴ κα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος τμᾶμα ἀπο
ἐπιπέδῳ μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτ
τμᾶμα ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτ
τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ὃ γιγνέται ἀπό
κώνου, τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφο
ἴσα τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος καὶ τᾷ τριπλασι
ποτεούσας τῷ ἄξονι ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις
ἄξονι τοῦ τμάματος καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτε
τῷ ἄξονι.

περὶ δὲ τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὑποτιθ
τάδε· εἴ κα ὀξυγωνίου κώνου τομὰ μενούσα
μείζονος διαμέτρου περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῇ
ὅθεν ὥρμασεν, τὸ περιλαφθὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶ
ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς παραμᾶκες σφαιροειδ
λείσθαι. εἰ δέ κα τᾶς ἐλάσσονος διαμέτρου μεν
περιενεχθεῖσα ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἀπ
σταθῇ πάλιν, ὅθεν ὥρμασεν, τὸ περιλαφθὲν
ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐπιπλατὺ

1. προβαλλέται] alterum λ supra scriptum manu 1
ὃν] om. F; corr. ed. Basil.* συναμφοτέραις] scripsi;
φοτερα F, uulgo. τῷ τε] scripsi; τω F, uulgo. 11. μή]
scriptum manu 1, ut uidetur, F. 13. τμηματι F; corr. To
14. ἁ συναμφοτέραις] scripsi; συναμφοτερος F; ἁ συναμφ

considerenda autem haec proponuntur:
cur, si plano ad axem perpendiculari abscindantur menta[1]) conoidis obtusianguli, segmentum abscisum conum eandem basim habentem, quam segmentum, axem eundem eam habeat rationem, quam linea segmenti et simul triplici lineae axi adiectae aequaad lineam axi segmenti et simul duplici lineae axi ctae aequalem [prop. 25]. et cur, si plano ad m non perpendiculari segmentum conoidis obtusiuli abscindatur, segmentum abscisum ad figuram m eandem habentem, quam segmentum, et axem dem (quae est segmentum coni)[2]) eam rationem beat, quam linea axi segmenti et simul triplici lineae adiectae aequalis ad lineam axi segmenti et simul lici lineae axi adiectae aequalem [prop. 26].

de sphaeroidibus autem figuris haec supponimus[3]): sectio coni acutianguli manente diametro maiore cumuoluta rursus in eum statum restituitur, unde ueri coepta est, figuram sectione coni acutianguli mprehensam sphaeroides oblongum uocari; sin autem ctio coni acutianguli manente minore diametro cirmuoluta rursus in eum statum restituitur, unde mori coepta est, figuram sectione coni acutianguli com-

1) Hic quoque (lin. 3) pro τμάματα Nizzius τμᾶμα scribi bet; sed u. p. 277 not. 1.

2) Haec uerba (lin. 13), si genuina sunt, hoc loco praeocpando posteriora significant; nam p. 288, 7 sq. demum deitur ἀπότμαμα κώνου.

3) Sic recte F; u. p. 277 not. 2.

1. Basil., uulgo; ἃ συναμφότερα Torellius. 15. τε] addidi; om. F, go. 19. ὑπετιθέμεθα Torellius, ὑπεθέμεθα Nizze. 20. τομας corr. Torellius. 21. αποκαταστη F C*; corr. B man. 2*. 3. υπο τε F; corr. Torellius. 24. κα] addidi; om. F, uulgo.

ροειδὲς καλείσθαι. ἑκατέρου δὲ τῶν σφαιροειδέων ἄξονα μὲν καλείσθαι τὰν μεμενακοῦσαν διάμετρον, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἅπτεται ὁ ἄξων τᾶς ἐπιφανείας τοῦ σφαιροειδέος, κέντρον δὲ καλείσθαι τὸ μέσον τοῦ ἄξονος, καὶ διάμετρον τὰν διὰ τοῦ κέντρου ποτ' ὀρθὰς ἀγομέναν τῷ ἄξονι. καὶ εἴ κα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτερουοῦν ἐπίπεδα παράλληλα ἐπιψαύωντι μὴ τέμνοντα, παρὰ δὲ τὰ ἐπίπεδα τὰ ψαύοντα ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθῇ τέμνον τὸ σφαιροειδές, τῶν γενομένων τμαμάτων βάσιν μὲν καλείσθαι τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ σφαιροειδέος τομᾶς ἐν τῷ τέμνοντι ἐπιπέδῳ, κορυφὰς δὲ τὰ σαμεῖα, καθ' ἃ ἐπιψαύοντι τοῦ σφαιροειδέος τὰ παράλληλα ἐπίπεδα, ἀξόνας δὲ τὰς ἐναπολαφθείσας εὐθείας ἐν τοῖς τμαμάτεσσιν ἀπὸ τᾶς εὐθείας τᾶς τὰς κορυφὰς αὐτῶν ἐπιζευγνυούσας. ὅτι δὲ τὰ ἐπιψαύοντα ἐπίπεδα τοῦ σφαιροειδέος καθ' ἓν μόνον ἁπτόνται σαμεῖον τᾶς ἐπιφανείας αὐτοῦ, καὶ ὅτι ἁ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα διὰ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος πορευέται, δειξοῦμες. ὁμοῖα δὲ καλείσθαι τῶν σφαιροειδέων σχημάτων, ὧν κα οἱ ἄξονες ποτὶ τὰς διαμέτρους τὸν αὐτὸν λόγον ἔχωντι. τμάματα δὲ σφαιροειδέων σχημάτων καὶ κωνοειδέων ὁμοῖα καλείσθω, εἴ κα ἀφ' ὁμοίων σχημάτων ἀφαιρημένα ἔωντι καὶ τάς τε βασίας ὁμοίας ἔχωντι, καὶ οἱ ἀξόνες αὐτῶν ἤτοι ὀρθοὶ ἐόντες ποτὶ τὰ ἐπίπεδα τῶν βασίων ἢ γωνίας ἴσας ποιούντες ποτὶ τὰς ὁμολόγους διαμέτρους τῶν βασίων τὸν αὐτὸν ἔχωντι λόγον ποτ' ἀλλάλους ταῖς ὁμολόγοις διαμέτροις τῶν βασίων.

---

6. σφαιροειδεωσ F. 8. ψαύοντα] ἐπιψαύοντα? 10. τμηματων F; corr. Torellius. 12. ἃ] ἁς F; corr. B. 14. τμαματεσιν FB*. 15. τᾶς] (posterius) scripsi; τα FCD; om. B, uulgo.

prehensam sphaeroides latum uocari. utriusque autem sphaeroidis axem uocari diametrum manentem, uerticem autem punctum, in quo axis superficiem sphaeroidis tangat, centrum autem uocari medium axis punctum, et diametrum lineam per centrum ad axem perpendicularem ductam. et si plana parallela utramuis figurarum sphaeroideôn contingant, ita ut non secent, et aliud planum planis tangentibus parallelum ducatur sphaeroides secans, segmentorum inde orientium basim uocari [planum] sectione sphaeroidis in plano secanti comprehensum, uertices uero puncta, in quibus plana parallela sphaeroides contingant, axes autem eas partes lineae uertices segmentorum iungentis, quae intra segmenta comprehendantur. plana autem sphaeroides contingentia in uno tantum puncto superficiem eius tangere [prop. 16], et lineam puncta contactus iungentem per centrum sphaeroidis cadere [prop. 16], demonstrabimus. similes autem eas figurarum sphaeroideôn uocari, quarum axes ad diametros eandem rationem habeant. segmenta autem figurarum sphaeroideôn et conoideôn similia uocentur, si ab similibus figuris abscisa sunt et bases similes habent, et axes eorum aut ad plana basium perpendiculares aut aequales angulos cum respondentibus diametris basium facientes eandem inter se rationem habent, quam respondentes diametri basium.

16. τά] scripsi; τα τε F, uulgo. 20. κα] scripsi; και F, uulgo. 21. ἔχωντι] scripsi; εχοντι F, uulgo. 22. τμάματα] Torellius; τμαμα F, uulgo. 23. καλεῖσθαι Torellius. 24. βασίας] scripsi; βασ cum comp. ης F; βάσεις uulgo. ἔχωντι] scripsi; εχοντι F, uulgo. 26. βασίων] scripsi; βασεων F, uulgo; item lin. 27 et 28. 27. ἔχωντι] scripsi; εχοντι F, uulgo.

προβαλλέται δὲ περὶ τῶν σφαιροειδέων τάδε θ ρῆσαι· διὰ τί, εἴ κά τι τῶν σφαιροειδέων σχημάτ ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ ποτὶ ἄξονα, τῶν γεναμένων τμαμάτων ἑκάτερον διπ σιον ἐσσείται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐ τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. εἰ δέ κα ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῇ, μὴ διὰ τοῦ κ τρου δέ, τῶν γεναμένων τμαμάτων τὸ μὲν μεῖζον π τὸν κῶνον τὸν τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τῷ τμάμ καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς εὐθείας, ἅ ἐσ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ ἐλάσ νος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ ἐλάσσονος τμάματ τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχο τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦ ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡ σείᾳ τᾶς εὐθείας, ἅ ἐστιν ἄξων τοῦ σφαιροειδέος, τῷ ἄξονι τῷ τοῦ μείζονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξο τοῦ μείζονος τμάματος. καὶ διὰ τί, εἴ κα τῶν σφαι ειδέων τι ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ κέντρου μὴ ὀρ ποτὶ τὸν ἄξονα, τῶν γεναμένων τμαμάτων ἑκάτερ διπλάσιον ἐσσείται τοῦ σχήματος τοῦ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. γιγνέ δὲ τὸ σχῆμα ἀπότμαμα κώνου. εἰ δέ κα μήτε διὰ τ κέντρου μήτε ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμα τὸ σφαιροειδές, τῶν γεναμένων τμαμάτων τὸ μὲν μ ζον ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμ ματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον,

3. τμηθη F; corr. Torellius. 7. τμηθη F; corr. Tor lius. μή] om. F; corr. Torellius. 10. τοῦτον] om. F; co Torellius. 13. τμηματος F; corr. Torellius. 18. αξονι

consideranda autem de sphaeroidibus haec proponuntur: cur, si quaeuis figurarum sphaeroideôn plano per centrum ad axem perpendiculari secetur, utrumuis segmentorum inde orientium duplo maius sit cono basim habenti eandem, quam segmentum, et axem eundem [prop. 27]. sin plano ad axem perpendiculari neque uero per centrum secatur, maius segmentorum inde orientium ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et axem eundem hanc habebit rationem, quam linea dimidio axi sphaeroidis et simul axi segmenti minoris aequalis ad axem segmenti minoris, minus autem segmentum ad conum basim eandem habentem, quam segmentum, et axem eundem hanc habet rationem, quam linea dimidio axi sphaeroidis et simul axi segmenti maioris aequalis ad axem segmenti maioris [prop. 29]. et cur, si quoduis sphaeroides plano per centrum ad axem non perpendiculari secetur, utrumuis segmentorum inde orientium duplo maius sit figura eandem basim habenti, quam segmentum, et axem eundem (figura autem haec coni segmentum est)[1] [prop. 28]. sin plano nec per centrum posito nec ad axem perpendiculari sphaeroides secatur, segmentorum inde orientium maius ad figuram eandem basim habentem, quam segmentum, et axem eundem eam habebit rationem, quam linea dimidiae lineae uertices segmentorum iungenti[2])

1) Cfr. quae de his uerbis dixi p. 281 not. 2.

2) Fortasse delendum est αὐτᾶς p. 286 lin. 1; cfr. ibid. lin. 7.

ποτί] Torellius; προς per comp. F, uulgo. 20. τμηϑη F; corr. Torellius. 23. τμάματι] τματι F.

ἁ συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισέᾳ αὐτᾶς τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν τμαμάτων καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ ἐλάσσονος τμάματος, τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν τμαμάτων καὶ τῷ ἄξονι τοῦ μείζονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμήματος. γινέται δὲ καὶ ἐν τούτοις τὸ σχῆμα ἀπότμαμα κώνου.

ἀποδειχθέντων δὲ τῶν εἰρημένων θεωρημάτων διὰ τούτων εὑρισκόνται θεωρήματά τε πολλὰ καὶ προβλήματα, οἷον καὶ τόδε· ὅτι τὰ ὁμοῖα σφαιροειδέα καὶ τὰ ὁμοῖα τμάματα τῶν τε σφαιροειδέων σχημάτων καὶ τῶν κωνοειδέων τριπλασίονα λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλλαλα τῶν ἀξόνων· καὶ διότι τῶν ἴσων σφαιροειδέων σχημάτων τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων ἀντιπεπόνθασι τοῖς ἀξόνεσσιν, καὶ εἴ κα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων ἀντιπεπόνθωντι τοῖς ἀξόνεσσιν, ἴσα ἐντὶ τὰ σφαιροειδέα. πρόβλημα δέ, οἷον καὶ τόδε· ἀπὸ τοῦ δοθέντος σφαιροειδέος σχήματος ἢ κωνοειδέος τμᾶμα ἀποτεμεῖν ἐπιπέδῳ παρὰ δοθὲν ἐπίπεδον ἀγμένῳ, εἶμεν δὲ τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ἴσον τῷ δοθέντι κώνῳ ἢ κυλίνδρῳ ἢ σφαίρᾳ τᾷ δοθείσᾳ. προγραψάντες οὖν τά τε θεωρήματα καὶ τὰ ἐπιτάγματα τὰ χρεῖαν ἔχοντα εἰς τὰς

---

8. τοῦ] τῷ τοῦ? 15. ποτ' ἄλλαλα] Torellius; ποτι τα αλλα F, uulgo. 16. διότι] δὴ ὅτι B, Torellius. 18. αξονεσιν F. 20. ἀντιπεπόνθωντι] scripsi; αντιπεπονθασι F, uulgo. 22. σχήματος] Nizze; τμαματος F, uulgo. 23. εἶμεν δέ] ὥστε εἶμεν Torellius.

simul axi segmenti minoris aequalis ad axem segmenti minoris [prop. 32]; segmentum autem minus ad figuram eandem basim habentem, quam segmentum, et axem eundem eam rationem habebit, quam linea dimidiae lineae uertices segmentorum iungenti et simul axi maioris segmenti aequalis ad axem segmenti minoris. (haec autem figura in his quoque segmentum coni est).[1] [prop. 30].

his autem theorematis demonstratis per ea multa theoremata et problemata inueniuntur, uelut hoc[2]: similia sphaeroidea et similia segmenta et figurarum sphaeroideôn et conoideôn inter se triplicem rationem habere, quam axes. et in aequalibus figuris sphaeroidibus[3]) quadrata diametrorum in contraria proportione esse atque axes. et si in figuris sphaeroidibus quadrata diametrorum in contraria proportione sint, atque axes, sphaeroidea aequalia esse. et problema, uelut hoc: data figura sphaeroide uel conoide plano dato plano parallelo segmentum abscindere, ita ut[4]) segmentum abscisum dato cono uel cylindro uel etiam datae sphaerae aequale sit. — praemissis igitur et theorematis

---

1) Cfr. p. 281 not. 2.

2) Fortasse scribendum: $\tau \acute{\alpha} \delta \varepsilon$ lin. 13. num Archimedes solutiones horum theorematum et problematis (lin. 21 sq.), quas eum nouisse necesse est, unquam ediderit, non constat. resoluerunt Riualtus p. 328 sq., Sturmius p. 377 sq.; cfr. Nizze p. 203 sq.

3) Genetiuus lin. 16 pendet ex $\delta\iota\alpha\mu\acute{\varepsilon}\tau\rho\omega\nu$ lin. 17; cfr. lin. 19.

4) Infinitiuus $\varepsilon \tilde{\iota}\mu\varepsilon\nu$ lin. 23 sicut $\acute{\alpha}\pi o\tau\varepsilon\mu\varepsilon\tilde{\iota}\nu$ pendet ex significatione iubendi, quae inest in $\pi\rho\acute{o}\beta\lambda\eta\mu\alpha$.

ἀποδειξίας αὐτῶν μετὰ ταῦτα γραψοῦμές τοι τὰ προκείμενα. εὐτύχει.

Εἴ κα κῶνος ἐπιπέδῳ τμαθῇ συμπίπτοντι πάσαις ταῖς τοῦ κώνου πλευραῖς, ἁ τομὰ ἐσσείται ἤτοι κύκλος ἢ ὀξυγωνίου κώνου τομά. εἰ μὲν οὖν κύκλος ἁ τομά, δῆλον, ὅτι τὸ ἀπολαφθὲν ἀπ' αὐτοῦ τμᾶμα ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ τοῦ κώνου κορυφᾷ κῶνος ἐσσείται. εἰ δέ κα ἁ τομὰ γενήται ὀξυγωνίου κώνου τομά, τὸ ἀπολαφθὲν ἀπὸ τοῦ κώνου σχῆμα ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ τοῦ κώνου κορυφᾷ ἀπότμαμα κώνου καλείσθω. τοῦ δὲ ἀποτμάματος βάσις μὲν καλείσθω τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, κορυφὰ δὲ τὸ σαμεῖον, ὃ καὶ τοῦ κώνου κορυφά, ἄξων δὲ ἁ ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου ἐπὶ τὸ κέντρον τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐπιζευχθεῖσα εὐθεῖα. καὶ εἴ κα κύλινδρος δυοῖς ἐπιπέδοις παραλλήλοις τμαθῇ συμπιπτόντεσσι πάσαις ταῖς τοῦ κυλίνδρου πλευραῖς, αἵ τομαὶ ἐσσούνται ἤτοι κύκλοι ἢ ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ ἴσαι καὶ ὁμοίαι ἀλλάλαις. εἰ μὲν οὖν κα αἵ τομαὶ κύκλοι γενώνται, δῆλον, ὅτι τὸ ἀποτμαθὲν ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου σχῆμα μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων κύλινδρος ἐσσείται. εἰ δέ κα αἵ τομαὶ γενώνται ὀξυγωνίων κώνων τομαί, τὸ ἀπολαφθὲν ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου σχῆμα μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τόμος κυλίνδρου καλείσθω. τοῦ δὲ τόμου βάσις μὲν καλείσθω

1. *αποδειξεις* F, uulgo. *γραψουμεν σοι* F, uulgo. 3. *τμαθῇ*] Torellius; *τμηθη* F, uulgo. *συνπιπτοντι* F. *πασαι* FC*. 7. *κονος* F. 8. *ἁ*] om. F. 9. Post *κορυφᾷ* in F repetuntur: *κωνος εσσειται ει δε κα τομα γενηται οξυγωνιου κωνου τομα το απολαφθεν απο του κωνου σχημα επι τα αυτα τη του κωνου κορυφα*; corr. C. *τᾷ*] *τη* F; corr. Torellius. 15. *επιζευχθεισας* F; corr. B*. *τμαθῇ*] Torellius; *τμηθη* F,

et epitagmatis[1]) ad demonstrationes eorum utilibus, postea tibi scribam, quae proposita sunt. uale.

DEFINITIONES.

Si conus plano omnibus lateribus coni incidenti secatur, sectio aut circulus erit aut sectio coni acutianguli. si sectio circulus est, adparet, segmentum a cono[2]) abscisum in eadem parte, in qua est uertex coni, conum futurum esse; sin sectio est coni acutianguli sectio, figura a cono in eadem parte abscisa, in qua est uertex coni, segmentum coni uocetur. segmenti autem basis uocetur planum sectione coni acutianguli comprehensum, uertex autem punctum, quod idem coni uertex est, axis autem linea a uertice coni ad centrum sectionis coni acutianguli ducta.[3]) et si cylindrus duobus planis parallelis omnibus lateribus cylindri incidentibus secatur, sectiones aut circuli erunt aut sectiones conorum acutiangulorum sibi in uicem aequales et similes.[4]) iam si sectiones circuli sunt, adparet, figuram a cylindro inter plana parallela abscisam cylindrum futurum esse. sin sectiones acutianguli coni sectiones sunt, figura a cylindro inter plana parallela abscisa frustum cylindri uocetur. basis autem frusti

1) Hoc est: problemata, quibus aliquid facere iubemur; propp. 7—9.

2) ἀπ' αὐτου): ἀπὸ τοῦ κώνου (lin. 6); cfr. lin. 9.

3) Cfr. de his propositionibus Apollonii con. I, 4 et I, 13.

4) U. Serenus de sect. cylindri propp. 5 et 18.

uulgo. 18. ἐσσούνται] Torellius; εσονται F, uulgo. 19. κα] scripsi; και F, uulgo. 22. κα] scripsi; και F, uulgo.

τὰ ἐπίπεδα τὰ περιλαφθέντα ὑπὸ τᾶν τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομᾶν, ἄξων δὲ ἁ ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα τὰ κέντρα τᾶν τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομᾶν. ἐσσεῖται δὲ αὐτὰ ἐπὶ τᾶς αὐτᾶς εὐθείας τῷ ἄξονι τοῦ κυλίνδρου.

Εἴ κα ἔωντι μεγέθεα ὁποσαοῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερέχοντα, ᾖ δὲ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τῷ ἐλαχίστῳ, καὶ ἄλλα μεγέθεα τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, πάντα τὰ μεγέθεα, ὧν ἐστιν ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, πάντων μὲν τῶν τῷ ἴσῳ ὑπερεχόντων ἐλάσσονα ἐσσούνται ἢ διπλάσια, τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ μεγίστου μείζονα ἢ διπλάσια. ἁ δὲ ἀπόδειξις τούτου φανερά.

α΄.

Εἴ κα μεγέθεα ὁποσαοῦν τῷ πλήθει ἄλλοις μεγέθεσιν ἴσοις τῷ πλήθει κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον ἔχωντι τὰ ὁμοίως τεταγμένα, λεγήται δὲ τά τε πρῶτα μεγέθεα ποτί τινα ἄλλα μεγέθεα ἢ πάντα ἤ τινα αὐτῶν ἐν λόγοις ὁποιοισοῦν, καὶ τὰ ὕστερον ποτ' ἄλλα μεγέθεα τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, πάντα τὰ πρῶτα μεγέθεα ποτὶ πάντα, ἃ λεγόνται, τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν ἔχοντι πάντα τὰ ὕστερον μεγέθεα ποτὶ πάντα, ἃ λεγόνται.

ἔστω τινὰ μεγέθεα τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ ἄλλοις μεγέθεσιν ἴσοις τῷ πλήθει τοῖς Η, Θ, Ι, Κ, Λ, Μ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, καὶ ἐχέτω τὸ μὲν

3. *τομᾶν*] *τομα* F; corr. B*. 5. *α΄* Torellius; Cr. *τῷ*] *το* F, ed. Basil. 7. *πληθη* F. 13. *β΄* Torellius, Cr. 16. *ἔχωντι*] scripsi; *εχοντι* F, uulgo. 17. *ποτί τινα ἄλλα*] scripsi; *ποτι τ' αλλα* F, uulgo; fort. *ποτ' ἄλλα* ut lin. 18. 18. *ποτα αλλα* F. 22. *λεγωνται* F.

nocentur plana sectionibus conorum acutiangulorum comprehensa, axis autem linea centra sectionum conorum acutiangulorum iungens. haec autem in eadem linea erit, in qua axis cylindri est.

Si magnitudines quotlibet datae sunt aequali spatio inter se excedentes, et differentia minimae aequalis est, et aliae quoque magnitudines datae sunt numero prioribus aequales et magnitudine omnes maximae illarum aequales, omnes hae magnitudines, quarum quaeque maximae aequalis est, minores erunt quam duplo maiores omnibus magnitudinibus aequali spatio inter se excedentibus, maiores autem quam duplo maiores reliquis praeter maximam. demonstratio autem huius propositionis in medio posita est.[1])

I.

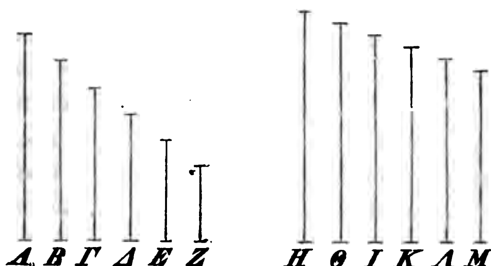
Si magnitudines quotlibet numero et aliae magnitudines numero aequales, binae cum binis similiter positae, eandem rationem habent, et priores magnitudines aut omnes aut nonnullae ad alias magnitudines in quauis proportione sunt, et posteriores magnitudines rursus ad alias similiter positae in eadem proportione sunt, omnes priores magnitudines ad omnes, quae cum iis in proportione sunt, eandem habebunt rationem, quam habent omnes magnitudines posteriores ad omnes, quae cum iis in proportione sunt.

magnitudines quaedam A, B, Γ, Δ, E, Z et aliae magnitudines numero aequales H, Θ, I, K, Λ, M binae cum binis eandem habeant rationem, et sit

1) Nam demonstrata est ab Archimede ipso περὶ ἑλίκ. prop. 11; Quaest. Arch. p. 56.

Α ποτὶ τὸ Β τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ Η ποτὶ τὸ δὲ Β ποτὶ τὸ Γ, ὃν τὸ Θ ποτὶ τὸ Ι, καὶ τὰ ὁμοίως τούτοις. λεγέσθω δὲ τὰ μὲν Α, Β, Γ, Δ, μεγέθεα ποτί τινα ἄλλα μεγέθεα τὰ Ν, Ξ, Ο, Π, ἐν λόγοις ὁποιοισοῦν, τὰ δὲ Η, Θ, Ι, Κ, Λ, Μ τινα ἄλλα τὰ Τ, Υ, Φ, Χ, Ψ, Ω, τὰ ὁμόλογα ἐι αὐτοῖς λόγοις, καὶ ὃν μὲν ἔχει λόγον τὸ Α ποτὶ τ τὸ Η ἐχέτω ποτὶ τὸ Τ, ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ Β τὸ Ξ, τὸ Θ ἐχέτω ποτὶ τὸ Υ, καὶ τὰ ἄλλα ὁ τούτοις. δεικτέον, ὅτι πάντα τὰ Α, Β, Γ, Δ, ποτὶ πάντα τὰ Ν, Ξ, Ο, Π, Ρ, Σ τὸν αὐτὸν ἐ λόγον, ὃν πάντα τὰ Η, Θ, Ι, Κ, Λ, Μ ποτὶ π τὰ Τ, Υ, Φ, Χ, Ψ, Ω.

ἐπεὶ γὰρ τὸ μὲν Ν ποτὶ τὸ Α τὸν αὐτὸν ἔχε γον, ὃν τὸ Τ ποτὶ τὸ Η, τὸ δὲ Α ποτὶ τὸ Β, ὁ



Η ποτὶ τὸ Θ, τὸ δὲ Β ποτὶ τὸ Ξ, ὃν τὸ Θ ποτὶ τ τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον τὸ Ν ποτὶ τὸ Ξ, ὃν τὸ Τ τὸ Υ. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ τὸ Ξ ποτὶ τὸ Ο, ὃν ποτὶ τὸ Φ, καὶ τούτοις τὰ ἄλλα ὁμοίως. ἔχοντ

---

4. *τινα ἄλλα*] scripsi; *ταλλα* F; *τὰ ἄλλα* ed. Basil., τ fort. *ποτ' ἄλλα*. 5. *Μ*] *Μ, Ν* FBC*. 6. *τινα ἄλλα*] s *τ' αλλα* F, uulgo; fort. *ἄλλα*. 7. *καί*] addidi; om. F, ι 9. *Ξ*] Ζ F.

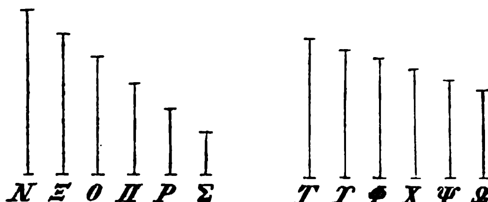
$$A : B = H : \Theta \text{ et } B : \Gamma = \Theta : I$$

et cetera eodem modo. et $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$ ad alias magnitudines $N, \Xi, O, \Pi, P, \Sigma$ in quauis proportione sint, et $H, \Theta, I, K, \Lambda, M$ ad alias $T, \Upsilon, \Phi, X, \Psi, \Omega$ similiter positae in eadem proportione sint, et sit $A : N = H : T$, $B : \Xi = \Theta : \Upsilon$, et cetera eodem modo. demonstrandum

$$\frac{A + B + \Gamma + \Delta + E + Z}{N + \Xi + O + \Pi + P + \Sigma} = \frac{H + \Theta + I + K + \Lambda + M}{T + \Upsilon + \Phi + X + \Psi + \Omega}.$$

nam quoniam

$$N : A = T : H,\ A : B = H : \Theta,\ B : \Xi = \Theta : \Upsilon,$$



erit $N : \Xi = T : \Upsilon$.[1]) eodem modo concluditur etiam $\Xi : O = \Upsilon : \Phi$, et cetera eodem modo.[2]) itaque

1) Cum $N : A = T : H$, $A : B = H : \Theta$, erit δι' ἴσου (Eucl. V, 22) $N : B = T : \Theta$, sed $B : \Xi = \Theta : \Upsilon$; quare δι' ἴσου (Eucl. V, 22) $N : \Xi = T : \Upsilon$. conspectum huius demonstrationis dedi Quaest. Arch. p. 50—51.

2) Habebimus igitur $N : \Xi = T : \Upsilon$, $\Xi : O = \Upsilon : \Phi$,
$O : \Pi = \Phi : X$, $\Pi : P = X : \Psi$, $P : \Sigma = \Psi : \Omega$.
iam cum sit $A : B = H : \Theta$, erit (Eucl. V, 18) $A + B : A = H + \Theta : H$ ɔ: $A + B : H + \Theta = A : H$ (Eucl. V, 16). sed ex $N : A = T : H$ sequitur (Eucl. V, 16) $A : H = N : T = \Xi : \Upsilon$ (Eucl. V, 16) $= O : \Phi$ (Eucl. V, 16) $= \Gamma : I$ (Eucl. V, 16; est enim $A : N = H : T$, $B : \Xi = \Theta : \Upsilon$, $\Gamma : O = I : \Phi$, $\Delta : \Pi = K : X$, $E : P = \Lambda : \Psi$, $Z : \Sigma = M : \Omega$, lin. 9). quare $A + B : H + \Theta = \Gamma : I$; unde (ἐναλλάξ, συνθέντι, ἐναλλάξ) $A + B + \Gamma : H + \Theta + I = \Gamma : I = O : \Phi = \Pi : X$ (Eucl. V, 16) $= \Delta : K$ (Eucl. V, 16), et eodem modo semper progredi possumus.

τὰ μὲν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ πάντα ποτὶ τὸ Α τὸν αὐ τὸν λόγον, ὃν ἔχοντι τὰ Η, Θ, Ι, Κ, Λ, Μ πάντ ποτὶ τὸ Η, τὸ δὲ Α ποτὶ τὸ Ν, ὃν τὸ Η ποτὶ τὸ Τ τὸ δὲ Ν ποτὶ πάντα τὰ Ν, Ξ, Ο, Π, Ρ, Σ τὸν αὐτὸ λόγον, ὃν τὸ Τ ποτὶ πάντα τὰ Τ, Υ, Φ, Χ, Ψ, Ω δῆλον οὖν, ὅτι πάντα τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ ποτ πάντα τὰ Ν, Ξ, Ο, Π, Ρ, Σ τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγο ὃν πάντα τὰ Η, Θ, Ι, Κ, Λ, Μ ποτὶ πάντα τὰ Τ, Υ Φ, Χ, Ψ, Ω.

φανερὸν δέ, ὅτι καί, εἴ κα τῶν τε Α, Β, Γ, Δ Ε, Ζ μεγεθέων τὰ μὲν Α, Β, Γ, Δ, Ε λεγῶνται ποτ τὰ Ν, Ξ, Ο, Π, Ρ, τὸ δὲ Ζ μηδὲ ποθ' ἓν λεγήται καὶ τῶν Η, Θ, Ι, Κ, Λ, Μ τὰ μὲν Η, Θ, Ι, Κ, Λ λεγῶνται ποτὶ τὰ Τ, Υ, Φ, Χ, Ψ, τὰ ὁμοῖα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ Μ μηδὲ ποθ' ἓν λεγήται, ὁμοίως πάντα τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ ποτὶ πάντα τὰ Ν, Ξ, Ο, Π, Ρ τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ Η, Θ, Ι, Κ, Λ, Μ ποτὶ πάντα τὰ Τ, Υ, Φ, Χ, Ψ.

β'.

Εἴ κα γραμμαὶ ἴσαι ἀλλάλαις ἔωντι ὁποσαιοῦν τῷ πλήθει, καὶ παρ' ἑκάσταν αὐτᾶν παραπέσῃ τι χωρίον

---

2. εχωντι F, ut uidetur. Ι] om. F. 7. εχωντι FBC. 11. λεγώνται] scripsi; λεγωτι F, uulgo; λέγωντι Torellius, 12. Ρ] ΡC F; corr. Torellius. μηδὲ ποθ' ἓν] scripsi; μηδεποθεν F, uulgo. 13. Μ] Μ μεγεθέων Torellius. 14. Ψ] Ψω F; corr. Torellius. 15. μηδεποθεν F, uulgo. 17. Ρ] ΡC F; corr. Torellius. 18. Ψ] Ψω F; corr. Torellius. 19. γ Torellius, Cr. 20. αλληλαις F; corr. Torellius. 21. παραπέσῃ] scripsi; παρεμπεση F, uulgo.

$A+B+\Gamma+\Delta+E+Z : A = H+\Theta+I+K+\Lambda+M : H.$[1])
sed $A : N = H : T$ [ἀνάπαλιν Eucl. V, 7 πόρ.], et
$N : N+\Xi+O+\Pi+P+\Sigma = T : T+\Upsilon+\Phi+X+\Psi+\Omega.$[2])
adparet ergo esse

$$\frac{A+B+\Gamma+\Delta+E+Z}{N+\Xi+O+\Pi+P+\Sigma} = \frac{H+\Theta+I+K+\Lambda+M}{T+\Upsilon+\Phi+X+\Psi+\Omega}.$$ [3])

et adparet, etiam si ex magnitudinibus A, B, Γ, Δ, E, Z magnitudines A, B, Γ, Δ, E ad N, Ξ, O, Π, P in proportione sint, Z autem in nulla proportione, et ex H, Θ, I, K, Λ, M magnitudinibus H, Θ, I, K, Λ ad T, Υ, Φ, X, Ψ in proportione sint, similiter positae in eadem proportione, M autem in nulla sit proportione, item esse:

$$\frac{A+B+\Gamma+\Delta+E+Z}{N+\Xi+O+\Pi+P} = \frac{H+\Theta+I+K+\Lambda+M}{T+\Upsilon+\Phi+X+\Psi}.$$ [4])

II.

Si lineae quotlibet numero inter se aequales sunt, et singulis spatium adplicatur figura quadrata exce-

---

1) Demonstrauimus enim p. 293 not. 2 esse
$A+B+\Gamma+\Delta+E+Z : H+\Theta+I+K+\Lambda+M = A : H$; inde ἐναλλάξ (Eucl. V, 16) sequitur proportio.

2) Nam $N+\Xi : T+\Upsilon = \Xi : \Upsilon$ (συνθέντι καὶ ἐναλλάξ) $= O : \Phi$ (ἐναλλάξ); unde ἐναλλὰξ καὶ συνθέντι καὶ ἐναλλάξ:
$\frac{N+\Xi+O}{T+\Upsilon+\Phi} = \frac{O}{\Phi}$, et cetera eodem modo, donec inuenitur
$\frac{N+\Xi+O+\Pi+P+\Sigma}{T+\Upsilon+\Phi+X+\Psi+\Omega} = \frac{N}{T}$; tum ἐναλλάξ.

3) Nam δι' ἴσου est (Eucl. V, 22)

$$\frac{A}{N+\Xi+O+\Pi+P+\Sigma} = \frac{H}{T+\Upsilon+\Phi+X+\Psi+\Omega};$$

tum rursus δι' ἴσου sequitur proportio.

4) Prorsus eodem modo concluditur, si ratione not. 2 proposita quater pro quinquies utimur.

ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ, ἐόντι δὲ αἱ πλευραὶ ὑπερβλημάτων τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι, κ ὑπεροχὰ ἴσα τᾷ ἐλαχίστᾳ, ἐόντι δὲ καὶ ἄλλα χ τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκα ἴσον τῷ μεγίστῳ, ποτὶ μὲν πάντα τὰ ἕτερα χωρία ἐ σονα λόγον ἐξοῦντι τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ἴσα συναμφοτέ ταῖς τε τοῦ μεγίστου ὑπερβλήματος πλευραῖς καὶ τᾶν ἰσᾶν ἐουσᾶν ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τ τρίτῳ μέρει τᾶς τοῦ μεγίστου ὑπερβλήματος πλε καὶ τᾷ ἡμισέᾳ μιᾶς τᾶν ἰσᾶν ἐουσᾶν, ποτὶ δὲ τὰ λ χωρία ἄνευ τοῦ μεγίστου μείζονα λόγον ἐξοῦντι αὐτοῦ λόγου.

ἔστωσαν γὰρ ἴσαι εὐθείαι ὁποσαιοῦν τῷ πλή ἐφ' ἂν τὰ Α· καὶ παραπεπτωκέτω παρ' ἑκάσταν α χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ. ἔστων δὲ ὑπερβλημάτων πλευραὶ αἱ Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η τῷ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι, καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἔστω ἴσα ἐλαχίστᾳ. καὶ μεγίστα μὲν ἔστω ἁ Β, ἐλαχίστα δὲ ἔστω δὲ καὶ ἄλλα χωρία, ἐφ' ὧν ἕκαστον τῶν Θ Κ, Λ, τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγ ἕκαστον ἴσον ἔστω τῷ μεγίστῳ τῷ παρὰ τὰν ΑΒ π κειμένῳ. ἔστω δὲ ἁ μὲν ΘΙ γραμμὰ ἴσα τᾷ Α, ΚΛ ἴσα τᾷ Β, καὶ τᾶν μὲν ΘΙ γραμμᾶν ἑκάστα διπλασία τᾶς Ι, τᾶν δὲ ΚΛ ἑκάστα τριπλασία τᾶ δεικτέον, ὅτι τὰ χωρία πάντα, ἐν οἷς τὰ Θ, Ι, Κ ποτὶ μὲν πάντα τὰ ἕτερα χωρία τὰ ΑΒ, ΑΓ, ΑΕ, ΑΖ, ΑΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχ ΘΙΚΛ εὐθεῖα ποτὶ τὰν ΙΚ, ποτὶ δὲ τὰ λοιπὰ

---

7. *τε*] om. F. *τᾷ* et *πλευρᾷ* Nizze. 10. *ημισα* F; B. 13. *ἔστωσαν* FBCD; *ἔστω* A, ed. Basil.; „esto" Cr. *ἔστων*] *ἔστωσαν* B. *τῶν*] addidi; om. F, uulgo. 19.

ens, et latera spatiorum excedentium aequali differentia inter se excedunt, et differentia minimae aequalis est, et praeterea alia spatia data sunt numero his aequalia, magnitudine autem omnes maximo aequalia, haec spatia ad omnia spatia priora minorem rationem habebunt, quam linea aequalis lateribus maximi spatii excedentis et simul uni ex lineis inter se aequalibus ad lineam aequalem tertiae parti lateris maximi spatii excedentis et simul dimidiae parti unius ex lineis inter se aequalibus, ad cetera autem spatia praeter maximum maiorem rationem, quam eaedem lineae.[1])

nam datae sint lineae aequales quotlibet numero, in quibus sint litterae A. et singulis adplicetur spatium figura quadrata excedens. latera autem spatiorum excedentium $B, \Gamma, \Delta, E, Z, H$ aequali differentia inter se excedant, et differentia minimae aequalis sit. et maxima sit B, minima autem H. sed etiam alia spatia data sint, in quibus singulis omnes litterae Θ, I, K, Λ, numero his aequalia, magnitudine autem omnia maximo spatio lineae AB adplicato aequalia sint. sit autem

$$\Theta + I = A, \quad K + \Lambda = B, \text{ et } \Theta + I = 2I, \quad K + \Lambda = 3K.$$

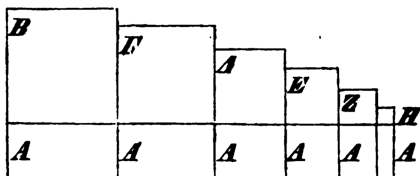
demonstrandum est, omnia spatia, in quibus sint litterae Θ, I, K, Λ, ad omnia priora spatia $AB, A\Gamma, A\Delta, AE, AZ, AH$ minorem rationem habere, quam $\Theta + I + K + \Lambda : I + K$, ad reliqua autem praeter

1) Demonstrationem breuius exposui Quaest. Arch. p. 57, arithmeticam dedit Nizze p. 157.

scripsi; η F, uulgo. ἑκάστα τᾶν Torellius; auditur στοιχεῖον (littera). 23. τᾶν] τα F; corr. ed. Basil.* γραμμα F; corr. ed. Basil.*

τοῦ μεγίστου τοῦ ΑΒ μείζονα λόγον ἔχοντι τοῦ αὐτοῦ λόγου.

ἔστι γάρ τινα χωρία, ἐν οἷς τὰ Α, τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερέχοντα, καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τῷ ἐλαχίστῳ [ἐπεί τι



τὰ παραβλήματα καὶ τὰ πλάτη τῷ ἴσῳ ὑπερέχουσιν], καὶ ἄλλα χωρία, ἐν οἷς τὰ Θ, Ι, τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ. σύμπαντα οὖν τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ Θ, Ι, πάντων μὲν τῶν, ἐν οἷς τὰ Α, ἐλάσσονά ἐντι ἢ διπλασίονα, τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ μεγίστου μείζονα ἢ διπλασίονα. αὐτὰ οὖν τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ Ι, πάντων μὲν τῶν, ἐν οἷς τὰ Α, ἐλάσσονά ἐντι, τῶν δὲ λοιπῶν ἄνευ τοῦ μεγίστου μείζονα. πάλιν ἐντὶ γραμμαί τινες αἱ Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχοῦσαι, καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τᾷ ἐλαχίστᾳ, καὶ ἄλλαι γραμμαί, ἐφ' ἂν τὰ Κ, Λ, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσαι τᾷ μεγίστᾳ. τὰ οὖν τετράγωνα τὰ ἀπὸ

---

4. *ἐπεὶ τῶν παραβλημάτων* Nizze. in figura litteras Θ, Ι, Κ, Λ inuerso ordine habet F; litteras Θ, Ι permutant ed. Basil., Torellius; corr. Nizze. 9. *διπλάσια* Nizze, ut lin. 10. 10. *μειζον* F; corr. Torellius. 15. *ὑπεροχὰ ἴσα*] *ὑπερεχοῦσαι ἴσαι* F; corr. ed. Basil. 17. *ἴσαι*] *ἴσα*?

ximum spatium AB maiorem rationem quam

$$\Theta + I + K + \Lambda : I + K.$$

sunt enim spatia quaedam, in quibus litterae Λ, quali differentia inter se excedentia, et differentia

Θ	Θ	Θ	Θ	Θ	Θ
I	I	I	I	I	I
K	K	K	K	K	K
Λ	Λ	Λ	Λ	Λ	Λ

nimo aequalis est[1]), et alia spatia, in quibus litte- Θ, I, numero illis aequalia, magnitudine autem nia maximo aequalia. omnia igitur simul spatia, quibus litterae Θ, I sunt, minora sunt quam duplo ora omnibus spatiis, in quibus litterae Λ sunt, iora autem quam duplo maiora ceteris praeter maxim [p. 290, 5]. ipsa igitur spatia, in quibus sunt erae I, omnibus spatiis, in quibus sunt litterae Λ, nora sunt, reliquis autem praeter maximum maiora.[2]) mus sunt lineae quaedam B, Γ, Δ, E, Z, H aequali erentia inter se excedentes, et differentia minimae ualis est, et praeterea aliae lineae, in quibus sunt erae K, Λ, numero illis aequales, magnitudine autem

1) Quia ex hypothesi latera quadratorum excedentium inse aequali differentia excedunt, et differentia minimo aequaest. spatia enim Λ inter se rationem habent, quam latera (Eucl. VI, 1). sequentia uerba ἐπεί lin. 4 — ὑπερέχουσιν 5 subditiua esse putauerim. nam primum praue dicunspatia adplicata inter se aequali differentia excedere, deinde est ἀλλάλων lin. 5, et πλάτη et ὑπερέχουσιν parum Doricae mae sunt; etiam particula τε insolito loco posita est. denique insuauiter sermonis cursum interrumpunt. neque hae offensiones coniectura facili et probabili tolli possunt.

2) Nam $\Theta = I$.

πασᾶν τᾶν ἰσᾶν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ πάντω μὲν τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ [πασᾶν] τᾶν τῷ ἴσ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν ἐλάσσονά ἐντι ἢ τριπλάσια, τῶ δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετραγών μείζονα ἢ τριπλάσια. δεδείκται γὰρ τοῦτο ἐν το περὶ τᾶν ἑλίκων ἐκδεδομένοις. τὰ οὖν χωρία, ἐν τὸ Κ, πάντων μὲν τῶν χωρίων, ἐν οἷς τὰ Β, Γ, Δ, Ζ, Η, ἐλάσσονά ἐστιν, αὐτῶν δὲ τῶν, ἐν οἷς τὰ Γ, Ε, Ζ, Η, μείζονα· ὥστε καὶ πάντα τὰ χωρία, ἐν τὰ Ι, Κ, πάντων μὲν τῶν, ἐν οἷς τὰ ΑΒ, ΑΓ, Α ΑΕ, ΑΖ, ΑΗ, ἐλάσσονά ἐστι, τῶν δέ, ἐν οἷς τὰ ΑΓ ΑΔ, ΑΕ, ΑΖ, ΑΗ, μείζονα. δῆλον οὖν, ὅτι πάντ τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ Θ, Ι, Κ, Λ, ποτὶ μὲν τὰ χωρία ἐν οἷς τὰ ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ, ΑΖ, ΑΗ, ἐλάσσον λόγον ἔχοντι τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΘΛ ποτὶ τὰν ΙΚ, ποτ δὲ τὰ λοιπὰ χωρὶς τοῦ, ἐν ᾧ τὸ ΑΒ, μείζονα το αὐτοῦ λόγου.

γ'.

Εἴ κα κώνου τομᾶς ὁποιασοῦν εὐθεῖαι ἐπιψαύωντι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σαμείου ἀγμέναι, ἔωντι δὲ καὶ ἄλλαι εὐθεῖαι ἐν τᾷ τοῦ κώνου τομᾷ παρὰ τὰς ἐπιψαυούσας ἀγμέναι καὶ τεμνούσαι ἀλλάλας, τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον ποτ' ἄλλαλα, ὃν τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ἐπιψαυουσᾶν· ὁμόλογον

2. πασᾶν τᾶν] Torellius; παντων F, uulgo. fort. scrib. τᾶν. 3. αλλαλων F; corr. Torellius. ὑπερεχουσαι F; corr. ed. Basil. 6. ἑλίκων] scripsi; ελικαν F, uulgo. 8. ἐστιν] ἐντι B. 10. τά] (alt.) addidi; om. F, uulgo. 11. ἐστι] ἐντι B. — τά] addidi; om. F, uulgo. 16. τό] τά Torellius, fortasse recte. μειζων F; corr. Torellius. γ'] om. ed. Basil., Cr., Torellius. 23. ποτ' ἄλλαλα] Torellius; ποτι τα αλλα F, uulgo. 24. των επιψαυουσων F, uulgo.

omnes maximae aequales. quare quadrata omnium linearum inter se et maximae aequalium minora sunt quam triplo maiora omnibus quadratis linearum inter se aequali differentia excedentium, maiora autem quam triplo maiora reliquis praeter quadratum lineae maximae. hoc enim in eo libro, quem de helicibus edidimus, demonstratum est [prop. 10]. itaque spatia, in quibus est littera K, omnibus spatiis, in quibus sunt litterae B, Γ, Δ, E, Z, H, minora sunt[1]), ipsis autem spatiis, in quibus sunt litterae Γ, Δ, E, Z, H, maiora. quare etiam omnia spatia, in quibus sunt litterae I, K, minora sunt omnibus spatiis, in quibus sunt litterae AB, $A\Gamma$, $A\Delta$, AE, AZ, AH, maiora autem iis, in quibus $A\Gamma$, $A\Delta$, AE, AZ, AH. adparet igitur, omnia spatia, in quibus sint litterae Θ, I, K, Λ, ad spatia, in quibus AB, $A\Gamma$, $A\Delta$, AE, AZ, AH, minorem rationem habere, quam $\Theta\Lambda : IK$[2]), ad reliqua autem praeter id, in quo est AB, maiorem rationem.[3])

III.

Si lineae sectionem coni qualemlibet contingunt ab eodem puncto ductae, et aliae quoque lineae in sectione coni contingentibus parallelae sunt et inter se secant, spatia partibus earum comprehensa inter se eandem rationem habebunt, quam quadrata linearum contingentium. et spatium partibus alterius lineae

1) Nam $K = \frac{1}{2}\Lambda$; itaque $K + \Lambda = 3K$.

2) Hoc est $\Theta + I + K + \Lambda : I + K$.

3) Nam summa spatiorum Θ, I, K, Λ ad summam spatiorum I, K eam habet rationem quam $\Theta + I + K + \Lambda : I + K$, cum basis eadem sit (Eucl. VI, 1); tum u. Eucl. V, 8. et est $\Theta + I + K + \Lambda = A + B$, $I + K = \frac{1}{2}A + \frac{1}{3}B$.

δὲ ἐσσεῖται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τᾶς ἑτέρας γρα- μᾶς τμαμάτων τῷ τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσ- τᾶς παραλλήλου αὐτᾷ. ἀποδεδείκται δὲ τοῦτο ἐν το- κωνικοῖς στοιχείοις.

Εἴ κα ἀπὸ τᾶς αὐτᾶς ὀρθογωνίου κώνου τομ- δύο τμάματα ἀποτμαθέωντι ὁπωσοῦν ἴσας ἔχοντα τ- διαμέτρους, αὐτά τε τὰ τμάματα ἴσα ἐσσοῦνται, κ- τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα εἰς αὐτὰ τὰν αὐτὰν β- σιν ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσι καὶ ὕψος τὸ αὐτό. δι- μετρον δὲ καλέω παντὸς τμάματος τὰν δίχα τέμνουσ- τὰς εὐθείας πάσας τὰς παρὰ τὰν βάσιν αὐτοῦ ἀγ- μένας.

ἔστω ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἁ $AB\Gamma$, καὶ ἀπ- τετμήσθω ἀπ' αὐτᾶς δύο τμάματα τό τε $A\Delta E$ κ- τὸ $\Theta B\Gamma$. ἔστω δὲ τοῦ μὲν $A\Delta E$ τμάματος διάμετρ- ἁ ΔZ, τοῦ δὲ $\Theta B\Gamma$ ἁ BH, καὶ ἔστων ἴσαι αἱ Δ- BH. δεικτέον, ὅτι τὰ τμάματα ἴσα ἐντὶ τὰ $A\Delta E$, ΘB- καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα τὸν εἰρημένον τρόπο- ἐν αὐτοῖς.

ἔστω δὴ πρῶτον ἁ ἀποτέμνουσα τὸ ἕτερον τμάμ-

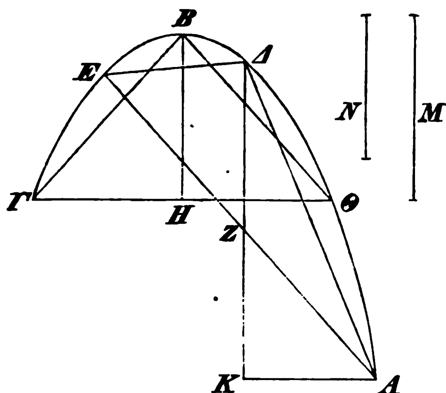
---

1. ἐσσεῖται] επειτα F; corr. ed. Basil. 2. τῷ τετραγώνῳ] scripsi; τετραγωνον F, uulgo; τετραγώνῳ Torellius. τῷ] τ- F; corr. Torellius. 3. τᾶς] addidi; om. F, uulgo. παραλ- ληλους F; corr. Nizze. αυτας F; corr. Torellius. 5. δ' Cr. Torellius. 6. αποτμηθεοντι F; corr. Torellius. ὁπωσοῦν D; οποσουν F, uulgo; ὁποσαοῦν Torellius. 8. αὐτά] αυτα FBC*. 9. τμαματεσι F. 11. τάς] (alterum) ταν FBC*. 14. αὐτᾶς] αυτ cum comp. ας, insuper addita syllaba ᾶς (cir- cumflexu super σ posito, ut solet) F. 16. ἔστων] comp. uoca- buli ἔστω addito accentu acuto F; ἔστωσαν uulgo*; ἔστω ed. Basil., Torellius, Cr. 18. ἐγγραφόμενα] με supra scriptum manu 1 F. 20. πρῶτον ἁ] scripsi; α om. F, uulgo.

[com]prehensum respondebit quadrato lineae contingen[t]i parallelae. hoc autem in conicis elementis[1]) [de]monstratum est [Apollonius con. III, 17].

Si ab eadem sectione coni rectanguli duo segmenta [ae]quo modo abscinduntur diametros aequales haben[tia], et ipsa segmenta aequalia erunt et triangula iis [in]scripta eandem basim habentia, quam segmenta, et [al]titudinem aequalem. diametrum autem cuiusuis seg[me]nti eam lineam uoco, quae omnes lineas basi eius [pa]rallelas in duas partes aequales secat.

sit $AB\Gamma$ sectio coni rectanguli, et ab ea abscin[da]ntur duo segmenta $A\Delta E$, $\Theta B\Gamma$. et diametrus seg-



[me]nti $A\Delta E$ sit ΔZ, segmenti autem $\Theta B\Gamma$ linea BH, [et] sit $\Delta Z = BH$. demonstrandum est, et segmenta [A]ΔE, $\Theta B\Gamma$ aequalia esse et triangula iis ita inscripta, [u]t diximus.

primum igitur linea alterum segmentum abscindens

1) H. e. elementis conicis ab Aristaeo compositis, ab Euclide emendatis et suppletis.

ἁ *ΘΓ* ποτ' ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς. λελάφθω δὲ παρ' ἃν δυνάνται αἱ ἀπὸ τᾶς τομᾶς, ἁ διπλασία τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, καὶ ἔστω, ἐφ' ᾇ τὸ *Μ*. ἀπὸ δὲ τοῦ *Α* κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν *ΔΖ* ἁ *ΑΚ*. ἐπεὶ οὖν διάμετρός ἐντι ἁ *ΔΖ* τοῦ τμάματος, ἅ τε *ΑΕ* δίχα τεμνέται κατὰ τὸ *Ζ*, καὶ ἁ *ΔΖ* παρὰ τὰν διάμετρόν ἐστι τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· οὕτω γὰρ δίχα τέμνει πάσας τὰς παρὰ τὰν *ΑΕ* ἀγομένας. ὃν δὴ λόγον ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς *ΑΖ* ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς *ΑΚ*, τοῦτον ἐχέτω ἁ *Ν* ποτὶ τὰν *Μ*. αἱ δὴ ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν *ΔΖ* ἀγομέναι παρὰ τὰν *ΑΕ* δυνάνται τὰ παρὰ τὰν ἴσαν τᾷ *Ν* παραπίπτοντα πλάτος ἔχοντα, ἃς αὐταὶ ἀπολαμβάνοντι ἀπὸ τᾶς *ΔΖ* ποτὶ τὸ *Δ* πέρας. δεδείκται γὰρ ἐν τοῖς κωνικοῖς. δυνάται οὖν καὶ ἁ *ΑΖ* ἴσον τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶς *Ν* καὶ τᾶς *ΔΖ*. δυνάται δὲ καὶ ἁ *ΘΗ* ἴσον τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς *Μ* καὶ τᾶς *ΒΗ*, ἐπεὶ κάθετός ἐστιν ἁ *ΘΗ* ἐπὶ τὰν διάμετρον. ἔχοι οὖν κα τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς *ΑΖ* ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς *ΘΗ* τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ *Ν* ποτὶ τὰν *Μ*, ἐπεὶ ἴσαι ὑπέκειντο αἱ *ΔΖ*, *ΒΗ*. ἔχει δὲ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΑΖ*

1. *ΘΓ*] *ΒΓ* F; corr. BC. 13. *Ν*] *Μ* F; corr. Torellius. 19. ἔχοι οὖν κα] scripsi; εχοι και F, uulgo; ἔχει καί Torellius. 20. τᾶς] του per comp. F.

perpendicularis ad diametrum sectionis coni rect-
uli sit. sumatur autem linea, cui parallelae lineae
ctione ductae quadratae aequales sunt [spatiis ipsa
linea et ea parte diametri comprehensis, quam
a a sectione ducta ad uerticem uersus abscindit][1]),
e duplo maior est linea [a uertice sectionis] ad
m coni ducta[2]), et sit ea, in qua est littera
et ab A linea AK ad ΔZ perpendicularis du-
ur. iam quoniam ΔZ diametrus est segmenti, linea
in puncto Z in duas partes aequales secatur, et
diametro sectionis coni rectanguli[3]) parallela est.
enim omnes lineas lineae AE parallelas in duas
tes aequales secat. itaque, sit $AZ^2 : AK^2 = N : M$.
re lineae a sectione ad lineam ΔZ ductae lineae
parallelae quadratae aequales sunt spatiis lineae
equali adplicatis latitudinem habentibus eas lineas,
s ipsae a ΔZ ad punctum Δ uersus abscindunt.
enim in conicis demonstratum est.[4]) itaque

$$AZ^2 = N \times \Delta Z.$$

etiam $\Theta H^2 = M \times BH$, quoniam ΘH ad dia-
trum perpendicularis est [et linea M parametrus;
m u. Apollon. con. I, 11]. itaque

$$AZ^2 : \Theta H^2 = N : M,$$

ia ex hypothesi $\Delta Z = BH$. sed etiam

$$AZ^2 : AK^2 = N : M.$$

---

1) H. e. parametrus parabolae $\Gamma B \Theta$.

2) Quia antiquiores geometrae parabolam ita efficiebant, t conum rectum et rectangulum plano lateri coni parallelo ecarent.

3) H. e. axi. cfr. Zeitschr. f. Math., litt. Abth. XXV p. 44; p. 51 nr. 14.

4) H. e. N linea parametrus est, si diametrus est ΔZ. cfr. Zeitschr. f. Math., litt. Abth. XXV p. 52 nr. 15.

τετράγωνον καὶ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΚ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ Ν ποτὶ τὰν Μ. ἴσαι ἄρα ἐντὶ αἱ ΘΗ, ΑΚ. ἐντὶ δὲ ἴσαι καὶ αἱ ΒΗ, ΔΖ. ὥστε ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΗ, ΒΗ περιεχόμενον τῷ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΔΖ. ἴσον ἄρα ἐστὶν καὶ τὸ ΘΗΒ τρίγωνον τῷ ΔΑΖ τριγώνῳ· ὥστε καὶ τὰ διπλάσια. ἔστι δὲ τοῦ μὲν ΑΔΕ τριγώνου ἐπίτριτον τὸ ΑΔΕ τμᾶμα, τοῦ δὲ ΘΒΓ τριγώνου ἐπίτριτον τὸ ΘΒΓ τμᾶμα. δῆλον οὖν, ὅτι τὰ τμάματά ἐστιν ἴσα καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα εἰς αὐτά. εἰ δὲ μηδετέρα τᾶν τὰ τμάματα ἀποτεμνουσᾶν ποτ' ὀρθάς ἐντι τᾷ διαμέτρῳ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἀπολαφθείσας ἀπὸ τᾶς διαμέτρου τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἴσας τᾷ διαμέτρῳ τᾷ τοῦ ἑνὸς τμάματος καὶ ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ἀπολαφθείσας ποτ' ὀρθὰς ἀχθείσας τᾷ διαμέτρῳ, τὸ γενόμενον τμᾶμα ἑκατέρῳ τῶν τμαμάτων ἴσον ἐσσεῖται. δῆλον οὖν ἐστι τὸ προτεθέν.

δ'.

Πᾶν χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ τὸν κύκλον τὸν ἔχοντα διάμετρον ἴσαν τᾷ μείζονι διαμέτρῳ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ἐλάσσων διάμετρος αὐτᾶς ποτὶ τὰν μείζω, τὰν τοῦ κύκλου διάμετρον.

ἔστω γὰρ ὀξυγωνίου κώνου τομά, ἐφ' ἇς τὰ Α, Β, Γ, Δ, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μὲν μείζων ἔστω, ἐφ' ἇς

---

7. *τμημα* F; corr. Torellius; item lin. 8. 9. *τμηματα* F; corr. Torellius, ut etiam lin. 10. 11. *διαμέτρῳ*] *μης* F; corr. ed. Basil. 12. *διαμέτρου*] *μετα* F; corr. Torellius. latet in his compendium aliquod uocabuli *διάμετρος*. 13. *τᾷ τοῦ*] scripsi; *τας του* F, uulgo. 18. *ε'* Torellius. 21. *τᾶς*] *τα* F; corr. Torellius. *τομᾶς*] *τομα* F; corr. Torellius. 23.

are $\Theta H = AK$ [Eucl. V, 9]. sed etiam $\Delta Z = BH$. are erit

$$\Theta H \times BH = AK \times \Delta Z.$$

que etiam $\Theta HB = \Delta AZ$[1]), et etiam dupla [quare $B = \Delta EA$].[2]) sed segmentum $A\Delta E$ tertia parte ius est triangulo $A\Delta E$, et segmentum $\Theta B\Gamma$ trianlo $\Theta B\Gamma$ [τετραγ. παραβ. propp. 17 et 24]. adparet itur, et segmenta et triangula iis inscripta aequa- esse.

sin neutra linearum segmenta abscindentium ad metrum sectionis coni rectanguli perpendicularis , abscisa a diametro sectionis coni rectanguli linea metro alterius segmenti aequali, et a termino lineae cisae linea ab diametrum perpendiculari ducta segntum inde ortum utrique segmento aequale erit. paret igitur, quod propositum est [Eucl. I κοιν. ἐνν. 1].

IV.

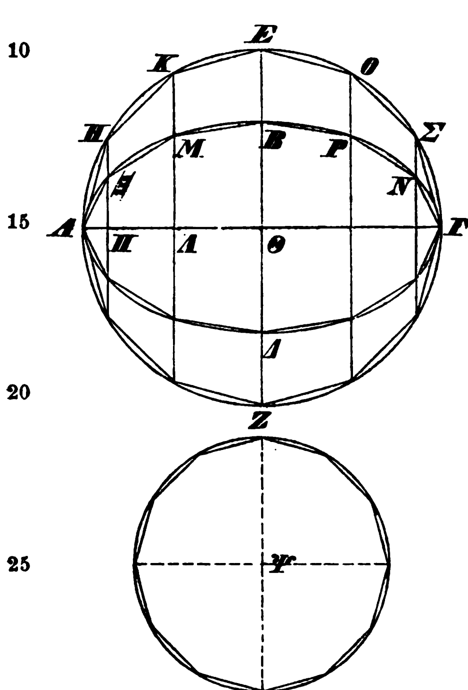
Quoduis spatium sectione coni acutianguli comrehensum ad circulum diametrum maiori diametro ctionis coni acutianguli aequalem habentem eandem tionem habet, quam minor diametrus ad maiorem, uae est diametrus circuli.

sit enim sectio coni acutianguli, in qua sint litrae A, B, Γ, Δ, diametrus autem maior sit linea, in

1) Cfr. Zeitschr. f. Math., litt. Abth. XXIV p. 179 nr. 7.
2) Nam $EZ = ZA$, et altitudo eadem est. quare $\Delta EA = 2\Delta AZ$.

ἁν] scripsi; ποτι ταν F, uulgo; τουτέστι ποτὶ τάν ed. Basil., Torellius; „quae est circuli diametros" Cr.

τὰ Α, Γ, ἁ δὲ ἐλάσσων, ἐφ' ἃς τὰ Β, Δ· ἔστω δὲ κύκλος περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. δεικτέον, ὅτι τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ τὸν κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΓΑ, τουτέστι τὰν ΕΖ. ὃν δὴ λόγον ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΕΖ, τοῦτον ἐχέτω ὁ κύκλος, ἐν ᾧ τὸ Ψ, ποτὶ τὸν ΑΕΓΖ κύκλον. λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ Ψ κύκλος τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ.



εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσος ὁ Ψ κύκλος τῷ περιεχομένῳ χωρίῳ ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, μείζων. δυνατὸν δή ἐστιν εἰς τὸν Ψ κύκλον πολύγωνον ἐγγράψαι ἀρτιόγωνον μεῖζον τοῦ ΑΒΓΔ χωρίου. νοείσθω δὴ ἐγγεγραμμένον. ἐγγεγράφθω δὲ καὶ εἰς τὸν ΑΕΓΖ κύκλον εὐθύγραμμον ὁμοῖον τῷ ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένῳ, καὶ

8. τᾷ] τη F; corr. Torellius. 16. μειζον F; corr. Torellius. 24. δέ] scripsi; δη F, uulgo.

sunt A, Γ, minor autem ea, in qua B, Δ. sit item circulus, circum diametrum $A\Gamma$ descriptus. demonstrandum est, spatium sectione coni acutianguli comprehensum ad circulum eandem habere rationem, quam $B\Delta : \Gamma A$, hoc est $B\Delta : EZ$. iam circulus, in quo est littera Ψ, ad circulum $AE\Gamma Z$ eam habeat rationem, quam $B\Delta : EZ$. dico, circulum Ψ aequalem esse sectioni coni acutianguli.

nam si circulus Ψ spatio sectione coni acutianguli comprehenso aequalis non est, sit prius, si fieri potest, maior. potest igitur fieri, ut circulo Ψ inscribatur polygonum [aequilaterum], cuius anguli pares sunt numero, maius spatio $AB\Gamma\Delta$.[1]) fingatur igitur inscriptum. et etiam circulo $AE\Gamma Z$ inscribatur figura rectilinea, polygono circulo Ψ inscripto similis, et ab angulis eius lineae ad $A\Gamma$ diametrum perpen-

1) Nam fieri potest, ut circulo Ψ inscribatur polygonum (p), ita ut spatia relicta minora sint eo spatio, quo Ψ spatium $AB\Gamma\Delta$ excedit; u. de sph. et cyl. I, 6 p. 24. erit igitur:

$$\Psi - p < \Psi - AB\Gamma\Delta \supset : p > AB\Gamma\Delta.$$

ἀπὸ τᾶν γωνιᾶν αὐτοῦ καθέτοι ἄχθωσαν ἐπὶ τὰν ΑΓ διάμετρον, ἐπὶ δὲ τὰ σαμεῖα, καθ᾽ ἃ τέμνοντι αἱ καθέτοι τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομάν, εὐθείαι ἐπεζεύχθωσαν. ἐσσείται δή τι ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον, καὶ ἕξει αὐτὸ ποτὶ τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ ΑΕΓΖ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΕΖ. ἐπεὶ γὰρ αἱ ΕΘ, ΚΛ καθέτοι εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τετμήνται κατὰ τὰ Μ, Β, δῆλον, ὅτι τὸ ΛΕ τραπέζιον ποτὶ τὸ ΘΜ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΘΕ ποτὶ τὰν ΒΘ. διὰ ταὐτὰ δὲ καὶ τῶν ἄλλων τραπεζίων ἕκαστον τῶν ἐν τῷ κύκλῳ ποθ᾽ ἕκαστον τῶν τραπεζίων τῶν ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΕΘ ποτὶ τὰν ΒΘ. ἔχοντι δὲ καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ποτὶ τοῖς Α, Γ τὰ ἐν τῷ κύκλῳ ποτὶ τὰ ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ τοῦτον τὸν λόγον. ἕξει οὖν καὶ ὅλον τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ ΑΕΓΖ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον ποτὶ ὅλον τὸ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ΕΖ ποτὶ τὰν ΒΔ. ἔχει δὲ τὸ αὐτὸ εὐθύγραμμον καὶ ποτὶ τὸ ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τοῦτον τὸν λόγον, διότι καὶ οἱ κύκλοι τοῦτον εἶχον τὸν λόγον. ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ εὐθύγραμμον το ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τῷ εὐθυγράμμῳ τῷ ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ ἐγγεγραμμένῳ· ὅπερ ἀδύνατον. μεῖζον γὰρ ἦν ὅλου τοῦ περιεχομένου χωρίου ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς.

---

2. τέμνοντι] scripsi; τεμνονται F, uulgo. 4. δή] scripsi; δε F, uulgo. τι] τι εὐθύγραμμον ed. Basil., Torellius. ego εὐθύγραμμον lin. 5. post ἐγγεγραμμένον addere malui (om. F, uulgo). 5. αὐτό] scripsi; το αυτο F, uulgo. litteras *H*, *Ξ*, *O*, *P*, *Σ* (*E*?), *N* in figura cum F addidi; *Π* ipse addidi. 9. τὸ ΘΜ]

diculares ducantur, et ad puncta, in quibus lineae perpendiculares sectionem coni acutianguli secant, lineae ducantur. erit igitur figura quaedam rectilinea sectioni coni acutianguli inscripta, et habebit ad figuram rectilineam circulo $AE\Gamma Z$ inscriptam eandem rationem, quam $B\Delta : EZ$. nam quoniam $E\Theta$, $K\Lambda$, lineae perpendiculares eadem proportione in punctis M, B sectae sunt, adparet, trapezium ΛE ad ΘM eam habere rationem, quam $\Theta E : B\Theta$.[1]) eadem de causa etiam cetera trapezia singula, quae in circulo sunt, ad singula trapezia, quae in sectione coni acutianguli sunt, eam habent rationem, quam $E\Theta : B\Theta$. sed etiam triangula ad puncta A, Γ in circulo posita ad triangula in sectione coni acutianguli posita eandem rationem habent.[2]) itaque etiam tota figura rectilinea circulo $AE\Gamma Z$ inscripta ad totam figuram sectioni coni acutianguli inscriptam eam rationem habet, quam $EZ : B\Delta$.[3]) sed eadem figura etiam ad figuram circulo Ψ inscriptam hanc rationem habet, quoniam etiam circuli hanc rationem habebant [Eucl. V, 16].[4]) itaque figura circulo Ψ inscripta figurae sectioni coni acutianguli inscriptae aequalis est [Eucl. V, 9]. quod fieri non potest. maior enim erat toto spatio sectione coni acutianguli comprehenso.

1) U. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 180 nr. 11.

2) Habent enim rationem, quam $\Pi H : \Pi \Xi$, quae aequalis est $E\Theta : B\Theta$.

3) ἐναλλὰξ καὶ συνθέντι καὶ ἐναλλάξ; tum quia

$$EZ = 2E\Theta,\ B\Delta = 2B\Theta.$$

4) U. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 13.

τα ΘM F; corr. Torellius. 13. εχωντι F, uulgo; corr. Torellius. 15. τᾷ] Torellius; τη F, uulgo. 20. αυτο το F; corr. Torellius.

ἀλλ' ἔστω, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων. πάλιν δὴ δυνατὸν εἰς τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν ἐγγράψαι πολύγωνον ἀρτιόπλευρον μεῖζον τοῦ Ψ κύκλου. ἐγγεγράφθω οὖν, καὶ ἀπὸ τᾶν γωνιᾶν αὐτοῦ καθέτοι ἀχθεῖσαι ἐπὶ τὰν ΑΓ ἐκβεβλήσθωσαν ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν. πάλιν οὖν ἐσσεῖταί τι ἐν τῷ ΑΕΓΖ κύκλῳ εὐθύγραμμον ἐγγεγραμμένον, ὃ ἕξει ποτὶ τὸ ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ ἐγγεγραμμένον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ΕΖ ποτὶ τὰν ΒΔ. ἐγγραφέντος δὴ καὶ εἰς τὸν Ψ κύκλον ὁμοίου αὐτῷ δειχθησέται τὸ ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον ἴσον ἐὸν τῷ ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ ἐγγεγραμμένῳ· ὅπερ ἀδύνατον. οὔκ ἐστιν οὖν οὐδὲ ἐλάσσων ὁ Ψ κύκλος τοῦ χωρίου τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ εἰρημένον χωρίον ποτὶ τὸν ΑΕΓΖ κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΕΖ.

ε'.

Πᾶν χωρίον περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ πάντα κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς τοῦ κύκλου διαμέτρου τετράγονων.

ἔστω γάρ τι χωρίον περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ἐν ᾧ τὸ Χ. διαμέτροι δὲ ἔστωσαν τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς αἱ ΑΓ, ΒΔ, μείζων δὲ

---

3. *πολυγωγωνον* F. 6. *τι*] *τη* FBC*. 7. *ΑΕΓΖ*] scripsi; *ΔΕ* F, uulgo; *ΑΕ* Torellius. 8. *τό*] Torellius; *ταν* F, uulgo. *ἐγγραφέντος*] scripsi; *εγγεγραφεντος* F, uulgo. 18. *ς'* Torellius.

sed, si fieri potest, minor sit [circulus Ψ]. rursus tur fieri potest, ut sectioni coni acutianguli inscriur polygonum [aequilaterum], cuius latera paria t numero[1]), maius circulo Ψ.[2]) inscribatur igitur, ineae ab angulis eius ad $A\Gamma$ perpendiculares ducproducantur ad ambitum circuli. rursus igitur circulo ΓZ figura rectilinea inscripta erit, quae ad figuram ioni coni acutianguli inscriptam eam rationem ebit, quam $EZ : B\Delta$ [p. 310, 5 sq.]. si igitur m circulo Ψ inscribitur figura ei similis, figura ulo Ψ inscripta demonstrabitur aequalis esse figurae ioni coni acutianguli inscriptae [p. 310, 16 sq.]. d fieri non potest.[3]) itaque circulus Ψ ne minor dem est spatio sectione coni acutianguli comprehenso. aret igitur, hoc spatium ad circulum $AE\Gamma Z$ eam ionem habere, quam $B\Delta : EZ$.[4])

V.

Quoduis spatium sectione coni acutianguli comhensum ad quemuis circulum eam rationem habet, m rectangulum diametris sectionis coni acutianguli mprehensum ad quadratum diametri circuli.

sit enim spatium aliquod sectione coni acutianguli mprehensum, in quo sit littera X. diametri autem tionis coni acutianguli sint $A\Gamma$, $B\Delta$, maior autem

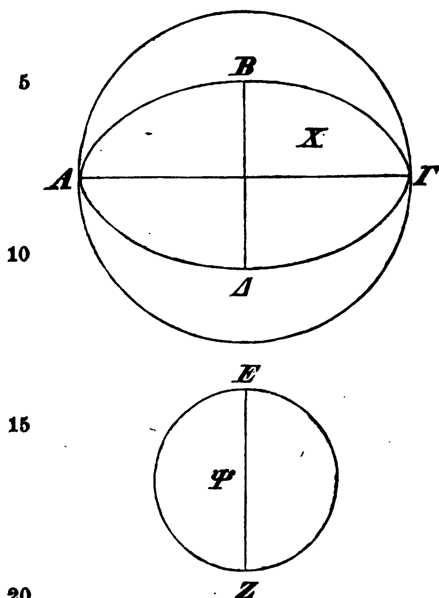
1) Debebat esse: cuius laterum numerus per quattuor dii possit; ita etiam p. 308, 19 dictum esse oportuit.

2) Hoc fieri posse, eodem modo intellegitur, quo in circulo monstrauimus p. 309 not. 1.

3) Nam circulus Ψ, figura inscripta maior, minor est figura ipsi inscripta.

4) Proprie hoc adparet, figuram ellipsi comprehensam qualem esse circulo Ψ; tum u. p. 308, 4 et Eucl. V, 7.

ἁ ΑΓ. καὶ κύκλος ἔστω, ἐν ᾧ τὸ Ψ, διάμετ αὐτοῦ ἁ ΕΖ. δεικτέον, ὅτι τὸ Χ χωρίον ποτὶ τ κύκλον τὸν ἔχει λόγον, περιεχόμενον τᾶν ΑΓ, ΒΔ π ἀπὸ τᾶς ΕΖ γωνον.



περιγεγράφ κύκλος περὶ τρον τὰν ΑΓ. Χ χωρίον ποτ κύκλον, οὗ διάμ ἁ ΑΓ, τὸν ἔχει λόγον, περιεχόμενον τᾶν ΑΓ, ΒΔ π ἀπὸ τᾶς ΑΓ γωνον. δεδείκτ ἔχον, ὃν ἁ ΒΔ τὰν ΑΓ. ἔχει δὲ καὶ ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ποτὶ τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἁ ΕΖ, τὸν αὐτὸν ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΓ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶ δῆλον οὖν, ὅτι τὸ Χ χωρίον ποτὶ τὸν Ψ κύκλο αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΓ, ΒΔ πε μενον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΖ τετράγωνον.

ϛ'.

Τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ ὀξυγωνίου κών μᾶς τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἄλλαλα, ὃν τὰ

1. τό] om. F; corr. B. 23. τᾶς] (alt.) της F. 27. ζ'

$A\Gamma$. et sit circulus, in quo sit littera Ψ, et diametrus eius EZ. demonstrandum est, esse

$$X : \Psi = A\Gamma \times B\varDelta : EZ^2.$$

circumscribatur igitur [circum spatium X] circulus, circum diametrum $A\Gamma$ descriptus. habebit igitur spatium X ad circulum, cuius diametrus est $A\Gamma$, eandem rationem, quam habet $A\Gamma \times B\varDelta : A\Gamma^2$. nam demonstratum est, spatium X ad circulum, cuius diametrus est $A\Gamma$, eam habere rationem, quam $B\varDelta : A\Gamma$ [prop. 4]. sed etiam circulus, cuius diametrus est $A\Gamma$, ad circulum, cuius diametrus est EZ, eam rationem habet, quam $A\Gamma^2 : EZ^2$ [Eucl. XII, 2]. adparet igitur, esse $X : \Psi = A\Gamma \times B\varDelta : EZ^2$ [Eucl. V, 22].

VI.

Spatia sectione coni acutianguli comprehensa eam inter se rationem habent, quam rectangula diametris

28. τομᾶν Torellius. 29. ποτ' ἄλλαλα] ποτι τα αλλα corr. ed. Basil.

εχόμενα ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶν τῶν ὀξυγω νων τομᾶν ποτ' ἄλλαλα.

ἔστω περιεχόμενα χωρία ὑπὸ ὀξυγωνίου ι μᾶς, ἐν οἷς τὰ *Α*, *Β*. ἔστω δὲ καὶ τὸ μὲν εχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶς τοῦ ὀξυγω νου τομᾶς τᾶς περιεχούσας τὸ *Α* χωρίον, ι περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶς ἑτέρι δεικτέον, ὅτι τὸ *Α* χωρίον ποτὶ τὸ *Β* τι ἔχει λόγον, ὃν τὸ *ΓΔ* ποτὶ τὸ *ΕΖ*.

λελάφθω δὴ κύκλος τις, ἐν ᾧ τὸ *Ψ*, ἀι διαμέτρου αὐτοῦ τετράγωνον ἔστω τὸ *ΚΛ*. τὸ μὲν *Α* χωρίον ποτὶ τὸν *Ψ* κύκλον τὸν ι γον, ὃν τὸ *ΓΔ* ποτὶ τὸ *ΚΛ*, ὁ δὲ *Ψ* κύκλο *Β* χωρίον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ *ΚΛ* ποι δῆλον οὖν, ὅτι τὸ *Α* χωρίον ποτὶ τὸ *Β* τ ἔχει λόγον, ὃν τὸ *ΓΔ* ποτὶ τὸ *ΕΖ*.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

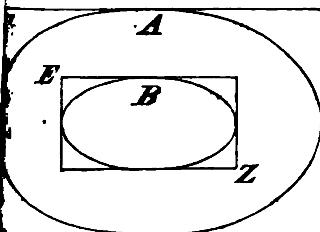
Ἐκ τούτου δὲ φανερόν, ὅτι τὰ περιεχόμι υπὸ ὁμοίαν ὀξυγωνίων κώνων τομᾶν τὸν ι γον ἔχοντι ποτ' ἄλλαλα, ὃν ἔχοντι δυνάμει λάλας αἱ ὁμολόγοι διαμέτροι τᾶν τομᾶν.

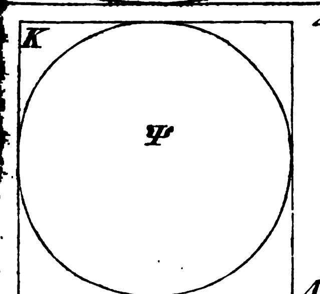
---

1. *τᾶν τῶν ὀξυγωνίων κώνων*] scripsi cum marg sil.; *τμαμα των οξυγωνιων κωνων* F, uulgo; *τᾶν τοῦ κώνου* Torellius. 3. *τομᾶν* Torellius. 5. *τᾶς*] *τα* F 11. *ΚΛ*] *Κ Λ* F. *δή*] scripsi; *δε* F, uulgo. 17. ⌈◦⌉ m *εχωντι* bis F; corr. BV.

ctionum conorum acutiangulorum comprehensa inter habent.

sint spatia sectione coni acutianguli comprehensa, in quibus sint litterae A, B. rectangulum autem $\Gamma\Delta$ diametris contineatur sectionis coni acutianguli, quae A spatium comprehendit, rectangulum autem EZ contineatur diametris alterius sectionis. demonstrandum est, esse $A : B = \Gamma\Delta : EZ$.





sumatur igitur circulus aliquis, in quo sit littera Ψ, et in diametro eius construatur quadratum $K\Lambda$. erit itur $A : \Psi = \Gamma\Delta : K\Lambda$ [prop. 5], et etiam $\Psi : B = K\Lambda : EZ$ [prop. 5; Eucl. V, 16]. adparet igitur, esse $A : B = \Gamma\Delta : EZ$ [Eucl. V, 22].

COROLLARIUM.

Hinc autem adparet, spatia sectionibus conorum acutiangulorum similibus comprehensa eandem inter se habere rationem, quam quadrata diametrorum sectionum, quae sibi respondeant.[1])

1) Nam similes ellipses eae sunt, quarum qui sibi respondeant axes proportionales sint.

ζ'.

Ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας καὶ γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἀνεστακούσας ὀρθᾶς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν ἐστι κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ πέρας τᾶς ἀνεστακούσας εὐθείας, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

δεδόσθω τις ὀξυγωνίου κώνου τομά, καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου αὐτᾶς εὐθεῖα γραμμὰ ἀνεστακοῦσα ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά. διὰ δὲ τᾶς ἀνεστακούσας εὐθείας καὶ τᾶς ἐλάσσονος διαμέτρου ἐπίπεδόν τι ἐκβεβλήσθω, καὶ ἔστω ἐν αὐτῷ ἁ μὲν ἐλάσσων διάμετρος ἁ AB, τὸ δὲ κέντρον τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸ Δ, ἁ δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνεστακοῦσα ὀρθὰ ἁ $\Gamma\Delta$, πέρας δὲ αὐτᾶς τὸ Γ. ἁ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ νοείσθω περὶ διάμετρον τὰν AB γεγραμμένα ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὰν $\Gamma\Delta$. δεῖ δὴ κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ Γ σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

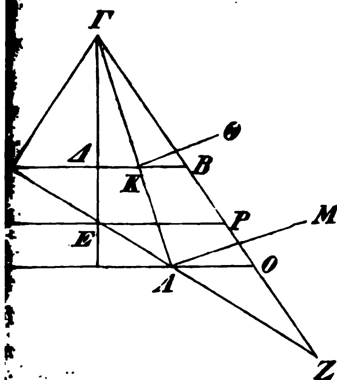
ἀπὸ δὴ τοῦ Γ ἐπὶ τὰ A, B εὐθεῖαι ἀχθεῖσαι ἐκβεβλήσθων, καὶ ἀπὸ τοῦ A διάχθω ἁ AZ, ὥστε τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν AE, EZ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς $E\Gamma$ τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας τᾶς μείζονος διαμέ-

1. η' Torellius. 6. εὐθείας] repetit F. 9. κώνου] om. F; corr. B. 22. δή] Torellius; δε F, uulgo. εὐθεῖαι ἀχθεῖσαι ἐκβεβλήσθων] scripsi; ευθεια αχθεισα εκβεβλησθω F, uulgo. 24. τᾶν] των per comp. F; corr. Torellius. 25. εχει F; corr. Torellius. 26. ἡμισείας τᾶς] scripsi; τᾶς om. F, uulgo.

VII.

sectione coni acutianguli et linea a centro coni acutianguli erecta perpendiculari ad pla-quo est sectio coni acutianguli, fieri potest, iatur conus uerticem habens terminum lineae in cuius superficie sit data sectio coni acu-

sit sectio coni acutianguli et linea a centro pendicularis erecta ad planum, in quo est sectio coni acutianguli. et per lineam erectam diametrumque minorem ducatur planum, et in eo sit diametrus minor AB, et centrum sectionis coni acutianguli Δ, et linea a centro perpendicularis



$\Gamma\Delta$, et terminus eius Γ. sectio autem coni acutian-gatur circum diametrum AB descripta in plano lineam perpendiculari. oportet igitur conum uerticem habentem punctum Γ, in cuius super-ita sectio coni acutianguli sit.

ae igitur a Γ puncto ad puncta A, B ductae antur, et ab A puncto ducatur linea AZ, ita $AE \times EZ : E\Gamma^2$ aequalis sit rationi, quam quadratum dimidiae diametri maioris ad $\Delta\Gamma^2$. item fieri potest, quoniam

τρου ποτὶ τὸ ἀπὸ ΔΓ τετράγωνον. δυνατὸν δέ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ὁ λόγος τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ὑπ ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΓ γωνον. ἀπὸ δὲ τᾶς ΑΖ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ ΑΓ, ΑΖ. ἐν ἐπιπέδῳ τούτῳ κύκλος γεγράφθω περὶ διάμετρο ΑΖ, καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τούτου κῶνος ἔστω κο ἔχων τὸ Γ σαμεῖον. ἐν δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ τούτου δειχθησέται ἐοῦσα ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου

εἰ γὰρ μή ἐστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, καῖον, εἶμέν τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου τομᾶς, ὃ μή ἐστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. νο δή τι σαμεῖον λελαμμένον ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίο νου τομᾶς τὸ Θ, ὃ οὔκ ἐστιν ἐν τᾷ ἐπιφανεί κώνου, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ κάθετος ἄχθω ἁ ΘΚ ἐ ΑΒ. ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον ᾧ ἐντι αἱ ΑΓ, ΓΖ. ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἐπὶ τὸ Κ ἀχθεῖσα ἐκβεβλήσθω, συμπιπτέτω δὲ αὐτὰ τᾷ ΑΖ τὸ Λ, καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἄχθω ποτ' ὀρθὰς τᾷ ΖΑ ἐν τῷ κύκλῳ τῷ περὶ τὰν ΑΖ. τὸ δὲ Μ νο μετέωρον ἐπὶ τᾶς περιφερείας αὐτοῦ. ἄχθω παρὰ τὰν ΑΒ διὰ μὲν τοῦ Λ ἁ ΞΟ, διὰ δὲ ἁ ΠΡ. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ὑπὸ τᾶν ΕΑ, ΕΖ περι νον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΓ τετράγωνον τὸν αὐτὸ λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας τᾶς μείζονος δια ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΓ, τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς ΕΓ ποτὶ τ τᾶν ΕΠ, ΕΡ, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΓ ποτὶ τὸ ὑπ

1. δέ] supra scriptum manu 1 F. 2. μειζω F. ΑΒ F; corr. B. 5. ἐντι] εντη F. 8. δή] scripsi; uulgo. 9. ουσα F, uulgo. αξυγωνιου F. 10. γάρ] om. F, uulgo; „nam si non“ Cr. 13. δή] scripsi; δε F, „itaque“ Cr. 17. ΓΑΖ ed. Basil., Torellius. 18. δέ]

$AE \times EZ : E\Gamma^2 > A\Delta \times \Delta B : \Delta\Gamma^2$.[1])
ero a linea AZ planum erigatur perpendiculare ad planum, in quo sunt lineae $A\Gamma$, AZ. in hoc autem no circulus describatur circum diametrum AZ, et hoc circulo conus construatur uerticem habens nctum Γ. iam demonstrabimus, in huius coni superie esse sectionem [datam] coni acutianguli.
nam si in superficie coni non est, necesse est esse nctum aliquod in sectione coni acutianguli, quod n sit in coni superficie. fingatur igitur punctum alid Θ sumptum in sectione coni acutianguli, quod superficie coni non sit, et a Θ puncto ducatur linea K ad lineam AB perpendicularis. haec igitur ad num, in quo lineae $A\Gamma$, ΓZ sunt, perpendicularis it [Eucl. XI def. 4]. a puncto Γ autem ad K linea cta producatur, et lineae AZ in puncto Λ incidat, a puncto Λ ad lineam $Z\Lambda$ perpendicularis ducatur ea ΛM in circulo circum diametrum AZ descripto. autem punctum fingatur sublime in ambitu eius. catur autem praeterea lineae AB parallela per Λ nctum linea ΞO, per E autem linea ΠP. iam quom $EA \times EZ : E\Gamma^2$ eandem rationem habet, quam adratum dimidiae diametri maioris ad $\Delta\Gamma^2$ [ex hythesi], et $E\Gamma^2 : E\Pi \times EP = \Delta\Gamma^2 : A\Delta \times \Delta B$[2]),

1) Quo modo Archimedes hanc condicionem inuenerit, nemus; ueram eam esse, ostendit Nizze p. 162—63.
2) Est enim $E\Gamma : E\Pi = \Delta\Gamma : A\Delta$ (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 4) ɔ: $E\Gamma^2 : E\Pi^2 = \Delta\Gamma^2 : A\Delta^2$; sed $E\Pi^2 = E\Pi \times EP$, et $A\Delta^2 = A\Delta \times \Delta B$.

F, uulgo. 19. ἄχθω] ἀνεστακέτω? 26. ὑπὸ τᾶν] scripsi; m. F, uulgo*; ὑπό ed. Basil., Torellius.

ΑΔ, ΔΒ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον τὸ ὑπὸ τᾶν *ΑΕ, ΕΖ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΠΕ, ΕΡ*, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας τᾶς μείζονος διαμέτρου ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΑΔ, ΔΒ*. ἔστιν δέ, ὡς μὲν τὸ ὑπὸ τᾶν *ΑΕ, ΕΖ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΕΠ, ΕΡ*, οὕτω τὸ ὑπὸ τᾶν *ΑΛ, ΛΖ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΛΞ, ΛΟ*. ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας τᾶς μείζονος διαμέτρου ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΑΔ, ΔΒ*, οὕτως τὸ ἀπὸ τὰς *ΘΚ* τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΑΚ, ΚΒ*. τὸν αὐτὸν ἄρα ἔχει λόγον τὸ ὑπὸ τᾶν *ΑΛ, ΛΖ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΞΛ, ΛΟ*, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς *ΘΚ* τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΑΚ, ΚΒ*. ἔχει δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΞΛ, ΛΟ* ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΓΛ* τετράγωνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ *ΑΚ, ΚΒ* ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΚΓ* τετράγωνον. ἔχει ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΑΛ, ΛΖ* περιεχόμενον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΓΛ* τετράγωνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς *ΘΚ* ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΚΓ*. τῷ δὲ ὑπὸ τᾶν *ΑΛ, ΛΖ* περιεχομένῳ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΛΜ* τετράγωνον· ἐν ἡμικυκλίῳ γὰρ τῷ περὶ τὰν *ΑΖ* κάθετος ἄχθη ἁ *ΛΜ*. τὸν αὐτὸν ἄρα ἔχει λόγον τὸ ἀπὸ τᾶς *ΛΜ* τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΛΓ*, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς *ΘΚ* ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΚΓ*. ὥστε ἐπ' εὐθείας ἐστὶν τὰ *Γ, Θ, Μ* σαμεῖα. ἁ δὲ *ΓΜ* ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ τοῦ κώνου. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ *Θ* σαμεῖον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται τοῦ κώνου. ὑπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν. οὐκ ἄρα ἐστὶ σαμεῖον οὐδὲν ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ὃ οὐκ ἔστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ προειρημένου κώνου. ὅλα

---

1. *ΔΒ*] *ΑΒ* F; corr. B, Cr. 3. τᾶς μείζονος] Torellius; της μειζονος F, uulgo. 4. *ΕΖ*] *ΕΓ* F; corr. Torellius. 6. *ΛΞ*] *ΑΞ* F. 8. *ΔΒ*] *ΑΒ* F; corr. B, Cr. 10. *ΞΛ*] *ΖΛ* F. 13. ὑπό] ὑπὸ τᾶν B, ed. Basil., Torellius. 19. ἄρα] om. F; corr. Torellius. 25. ἐπέκειτο Torellius.

et $\Lambda E \times EZ : \Pi E \times EP$ eandem rationem, quam dratum dimidiae diametri maioris ad $A\Delta \times \Delta B$ cl. V, 22]. est autem

$$\Lambda E \times EZ : E\Pi \times EP = \Lambda A \times \Lambda Z : \Lambda \Xi \times \Lambda O.$$[1]

ut quadratum dimidiae diametri maioris ad

$$A\Delta \times \Delta B,$$

est $\Theta K^2 : AK \times KB$ [Apollon. I, 21]. itaque erit

$$\Lambda A \times \Lambda Z : \Xi \Lambda \times \Lambda O = \Theta K^2 : AK \times KB.$$

etiam

$$\Xi \Lambda \times \Lambda O : \Gamma \Lambda^2 = AK \times KB : K\Gamma^2.$$[2]

re

$$A\Lambda \times \Lambda Z : \Gamma \Lambda^2 = \Theta K^2 : K\Gamma^2$$ [Eucl. V, 22].

$A\Lambda \times \Lambda Z = \Lambda M^2$; linea enim ΛM in semicir- circum AZ descripto perpendicularis est [tum u. schr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 16]. igitur

$\Lambda M^2 : \Lambda\Gamma^2 = \Theta K^2 : K\Gamma^2$ [hoc est $\Lambda M : \Lambda\Gamma = \Theta K : K\Gamma$]. que in eadem linea posita sunt puncta Γ, Θ, M.[3]) linea ΓM in superficie coni est [Apollon. I, 1]. aret ergo, etiam punctum Θ in superficie coni esse. posuimus autem, non esse. itaque nullum punctum in sectione coni acutianguli, quod in superficie

1) Nam cum $\Pi E \nparallel \Xi \Lambda$, erit (p. 321 not. 2)

$$\Lambda E : E\Pi = \Lambda A : \Lambda \Xi,$$

cum $\Lambda O \nparallel EP$, erit etiam (ibid.) $EZ : EP = \Lambda Z : \Lambda O$. tum tiplicando inuenitur proportio, quam quaerimus.

2) Nam $\Gamma \Lambda : \Xi \Lambda = \Gamma K : AK$ (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. IV p. 178 nr. 4) et $\Gamma \Lambda : \Lambda O = \Gamma K : KB$. itaque multipli- do $\Gamma \Lambda^2 : \Xi \Lambda \times \Lambda O = \Gamma K^2 : AK \times KB$; tum ἐναλλάξ (Eucl. 16).

3) Nam $\Gamma \Lambda M$ triangulum est, in quo transuersalis est $K\Theta$, ex proportione illa $\Lambda M : \Lambda\Gamma = \Theta K : \Gamma K$ sequitur (cfr. not. 2).

οὖν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶν τοῦ αὐτοῦ κώνου.

η′.

Ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας καὶ γραμμᾶς μὴ ὀρθᾶς ἀνεστακούσας ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐν ἐπιπέδῳ, ὅ ἐστιν ὀρθὸν ἀνεστακὸς διὰ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν ἐστι κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ πέρας τᾶς ἀνεστακούσας εὐθείας, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

ἔστω δὴ διάμετρος μὲν τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἁ BA, κέντρον δὲ τὸ Δ, καὶ ἁ $\Delta\Gamma$ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνεστακοῦσα, ὡς εἰρήται. ἁ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ νοείσθω περὶ διάμετρον τὰν AB ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ AB, $\Gamma\Delta$. δεῖ δὴ κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ Γ σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

οὐ δή ἐντι ἴσαι αἱ $A\Gamma$, ΓB, ἐπεὶ ἁ $\Gamma\Delta$ οὐκ ἔστιν ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά. ἔστω οὖν ἴσα ἁ $E\Gamma$ τᾷ ΓB· ἁ δὲ N εὐθεῖα ἴσα ἔστω τᾷ ἡμισείᾳ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου, ἅ ἐστι συζυγὴς τᾷ AB· καὶ διὰ τοῦ Δ ἄχθω ἁ ZH παρὰ τὰν EB. ἀπὸ δὲ τᾶς EB ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ $A\Gamma$, ΓB, καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ γεγράφθω περὶ διάμετρον τὰν

3. θ′ Torellius. 7. ποτί] τι supra scriptum manu 1 F. 8. ἁ τοῦ] αυτου F; corr. ed. Basil. 9. ενασταχουσας F. 12. δή] Torellius; δε F, uulgo. 24. τᾷ] ἁ F; corr. Torellius.

ni, quem commemorauimus, non sit. ergo tota sectio oni acutianguli in eiusdem coni superficie est.

VIII.

Data sectione coni acutianguli et linea a centro ctionis coni acutianguli non perpendiculari erecta in ano, quod per alteram diametrum erectum est ad planum perpendiculare, in quo est sectio coni acutinguli, fieri potest, ut inueniatur conus uerticem haens terminum lineae erectae, in cuius superficie sit ctio coni acutianguli data.

sit igitur BA diametrus sectionis coni acutianguli, ntrum autem $\varDelta$, et linea $\varDelta\Gamma$ a centro erecta sit, a ut diximus. sectio autem coni acutianguli fingatur ircum diametrum AB descripta in plano, quod perpeniculare est ad planum, in quo sunt lineae AB, $\Gamma\varDelta$. portet igitur conum inueniri uerticem habentem puncum Γ, in cuius superficie sit sectio coni acutianguli data. lineae igitur $A\Gamma$, ΓB aequales non sunt, quoniam inea $\Gamma\varDelta$ ad planum, in quo est sectio coni acutianguli, erpendicularis non est.[1]) sit igitur $E\Gamma = \Gamma B$. et inea N aequalis sit dimidiae alteri diametro, quae um diametro AB coniugata est. et per $\varDelta$ ducatur ZH lineae EB parallela. ab EB autem planum erigatur perpendiculare ad planum, in quo sunt lineae $A\Gamma$, ΓB, et in hoc plano describatur[2]) circum diametrum EB, si

---

1) Si $\Gamma\varDelta$ perpendicularis esset, $A\Gamma$ et ΓB recti coni latera essent.

2) Sequentia uerba subditiua esse (κύκλος ἢ ἔλλειψις; u. not. crit. ad p. 326 lin. 1) ostendi Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 43 sq.; Philologisk Samfunds Mindeskrift (Hauniae 1879)

ΕΒ, εἰ μὲν ἴσον ἐστὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς *Ν* τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν *ΖΔ*, *ΔΗ*, κύκλος, εἰ δὲ μὴ ἐστιν ἴσον, ὀξυγωνίου κώνου τομὰ τοιαύτα, ὥστε τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΕΒ* τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς *Ν* τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΖΔ*, *ΔΗ*. κῶνος δὲ λελάφθω κορυφὰν ἔχων τὸ *Γ* σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ὁ κύκλος ἢ ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἁ περὶ διάμετρον τὰν *ΕΒ*· δυνατὸν δέ ἐστι τοῦτο, ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ *Γ* ἐπὶ μέσαν τὰν *ΕΒ* ἀχθεῖσα ὀρθά ἐντι ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν *ΕΒ*. ἐν ταύτᾳ δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ καὶ ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἁ περὶ διάμετρον τὰν *ΑΒ*. εἰ γὰρ μή ἐστιν, ἐσσεῖταί τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ὃ οὐκ ἐσσεῖται ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. νοείσθω τι σαμεῖον λελαμμένον τὸ *Θ*, ὃ οὔκ ἐστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, καὶ ἀπὸ τοῦ *Θ* κάθετος ἄχθω ἁ *ΘΚ*

1. *ΕΒ*] *ΕΒ* κυκλος η ελλειψις F, uulgo; ultima uerba deleui. 5. τομά] τομαν FBC*. 11. ἔχειν] εχει F; corr. Torellius.

$= Z\varDelta \times \varDelta H$, circulus[1]), sin minus, sectio coni tianguli eiusmodi, ut quadratum alterius diametri EB^2 eandem rationem habeat, quam

$$N^2 : Z\varDelta \times \varDelta H.^2)$$

umatur conus uerticem habens punctum $\varGamma$, in cuius erficie sit circulus uel sectio coni acutianguli cir- diametrum EB descripta. hoc autem fieri potest, [linea][3]) a puncto $\varGamma$ ad mediam lineam EB ta perpendicularis sit ad planum in EB linea po- um.[4]) in hac igitur superficie erit sectio coni acuti- guli circum diametrum AB descripta. nam si non , erit punctum aliquod in sectione coni acutianguli, od in coni superficie non sit. fingatur punctum quod $\varTheta$ sumptum, quod in superficie coni non sit, a $\varTheta$ puncto ducatur $\varTheta K$ ad AB perpendicularis.

8. Nizzius minus bene pro ἔλλειψις restitui uoluit ὀξυγω- ν κώνου τομά.

1) Tum orietur conus, cuius basis est circulus ille, uertex em $\varGamma$, in cuius superficie erit ellipsis data.

2) H. e. ellipsis similis ellipsi circum ZH diametrum descrip- , in qua linea N perpendicularis est in puncto $\varDelta$. sit enim us ellipsis diametrus altera d, prioris autem d_1. erit igitur $\frac{1}{4}d^2 : \frac{1}{4}ZH^2 = N^2 : Z\varDelta \times \varDelta H$ (Apoll. I, 21) $= d_1^2 : EB^2$. metri igitur proportionales sunt; tum u. p. 317 not. 1.

3) In Graecis uocabulum εὐθεῖα omissum est, quod sae- ime fit; u. index s. u. εὐθεῖα.

4) Nam planum per EB positum perpendiculare est ad num per $A\varGamma$, $\varGamma B$ positum, et EB eorum sectio communis; u. Eucl. XI def. 4 (perpendicularis autem ab $\varGamma$ ad EB cta hanc in duas partes aequales secabit, quia $\varGamma E = \varGamma B$); que uti possumus prop. 7.

. κῶνος δέ] scripsi; δέ om. F, uulgo. 20. τομὰ ά] scripsi; om. F, uulgo. 23. ταυτη F; corr. Torellius. 24. τομὰ] ά addidi; om. F, uulgo. 25. ἐσσεῖται τι] εσσειτι F; corr. . 27. ἐσσεῖται] εσται per comp. F, uulgo.

ἐπὶ τὰν AB· ἁ δὲ $ΓK$ ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω κ συμπιπτέτω τᾷ EB κατὰ τὸ $Λ$. διὰ δὲ τοῦ $Λ$ ἄχ τις ἐν τῷ ὀρθῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν EB ποτ' ὀρθ τᾷ EB ἁ $ΛM$. τὸ δὲ M νοείσθω μετέωρον ἐν ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. ἄχθω δὲ καὶ διὰ τοῦ $Λ$ πα τὰν AB ἁ $ΠP$. ἔστιν δή, ὡς μὲν τὸ ἀπὸ τᾶς N τράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν $ZΔ$, $ΔH$, οὕτως τὸ ἀ τᾶς $ΛM$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν $EΛ$, $ΛB$, ὡς δὲ τὸ ὑ τᾶν $ZΔ$, $ΔH$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν $AΔ$, $ΔB$, οὕτως ὑπὸ $EΛ$, $ΛB$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν $ΠΛ$, $ΛP$. ἐσσεῖτ οὖν, ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς N τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ A $ΔB$ περιεχόμενον, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς $ΛM$ τετράγων ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν $ΠΛ$, $ΛP$. ἔχει δέ, ὡς τὸ ἀπὸ τ N τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν $AΔ$, $ΔB$, οὕτως ἀπὸ τᾶς $ΘK$ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν AK, K ἐπεὶ ἐν τᾷ αὐτᾷ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ καθέτοι ἐν ἀγμέναι ἐπὶ διάμετρον τὰν AB. τὸν αὐτὸν ἄρα ἔχ λόγον τὸ ἀπὸ τᾶς $ΛM$ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τ $ΠΛ$, $ΛP$, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς $ΘK$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν A KB. ἔχει δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν $ΠΛ$, $ΛP$ ποτὶ τὸ ἀ τᾶς $ΓΛ$ τετράγωνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τ AK, KB ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς $KΓ$. τὸν αὐτὸν οὖν λ γον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς $ΛM$ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀ τᾶς $ΛΓ$ τετράγωνον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς $ΘK$ ποτὶ τὸ ἀ τᾶς $KΓ$. ὥστε ἐπ' εὐθείας ἐντὶ τὰ $Γ$, $Θ$, M σαμεῖ ἁ δὲ $ΓM$ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. δῆλον οὖ ὅτι καὶ το $Θ$ σαμεῖον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ τοῦ κώνο ὑπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν. φανερὸν οὖν ἐστιν, ὃ ἔδει δεῖξα

2. τὸ $Λ$] το A F; corr. B*. 3. τῷ κατά] scripsi; κα F, uulgo. 4. τᾷ] (prius) τας F, corr. Torellius. 15. τᾶ των per comp. F; corr. Torellius. 21. τὸ ὑπὸ τᾶν AK] πο ἁ F; corr. ed. Basil., Cr. 22. οὖν] supra scriptum manu 1

a ΓK ducta producatur et lineae EB in puncto
dat. et per Λ ducatur linea ΛM ad lineam
rpendicularis in plano perpendiculari in linea
osito. M autem punctum fingatur sublime in
cie coni. ducatur autem etiam per Λ punctum
ΠP lineae ΛB parallela. erit igitur

$$N^2 : Z\Delta \times \Delta H = \Lambda M^2 : E\Lambda \times \Lambda B^{1}),$$

eterea erit

$$\Delta H : A\Delta \times \Delta B = E\Lambda \times \Lambda B : \Pi\Lambda \times \Lambda P.^{2})$$

itur

$$A\Delta \times \Delta B = \Lambda M^2 : \Pi\Lambda \times \Lambda P$$ [Eucl. V, 22].

tem $N^2 : A\Delta \times \Delta B = \Theta K^2 : AK \times KB$, quo-
in eadem sectione coni acutianguli perpendi-
s ductae sunt ad diametrum AB [Apollon. I, 21].
$\Lambda M^2 : \Pi\Lambda \times \Lambda P = \Theta K^2 : AK \times KB$. est autem
$\Pi\Lambda \times \Lambda P : \Gamma\Lambda^2 = AK \times KB : K\Gamma^2$ [cfr.
3 not. 2]. erit igitur etiam

$$\Lambda M^2 : \Gamma\Lambda^2 = \Theta K^2 : K\Gamma^2$$ [Eucl. V, 22]

$M : \Gamma\Lambda = \Theta K : K\Gamma$]. itaque in eadem linea recta
puncta Γ, Θ, M [p. 323 not. 3]. linea uero ΓM
perficie coni est [Apollon. I, 1]. adparet igitur,
punctum Θ in superficie coni esse. supposuimus
n, non esse. adparet igitur id, quod demonstran-
erat.

---

1) Nam
$E\Lambda \times \Lambda B = d^2_1 : EB^2$ (Apollon. I, 21) $= N^2 : Z\Delta \times \Delta H$
327 not. 2).

2) Nam cum $Z\Lambda\Delta \sim E\Pi\Lambda$, erit $Z\Delta : \Lambda\Delta = E\Lambda : \Pi\Lambda$, et
$\Delta HB \sim \Lambda BP$, erit etiam $\Delta H : \Delta B = \Lambda B : \Lambda P$ (Eucl. VI, 4).
plicando igitur sequitur, quod quaeritur.

θʹ.

Ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας καὶ γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς μὴ ὀρθᾶς ἀνεστακούσας ἐν ἐπιπέδῳ, ὅ ἐστιν ἀπὸ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ὀρθὸν ἀνεστακὸς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν ἐντι κύλινδρον εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας τᾷ ἀνεστακούσᾳ γραμμᾷ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

ἔστω τᾶς δοθείσας τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἁ ἑτέρα διάμετρος ἁ BA, κέντρον δὲ τὸ Δ, ἁ δὲ $\Gamma\Delta$ γραμμὰ ἔστω ἀνεστακοῦσα ἀπὸ τοῦ κέντρου, ὡς εἰρήται. ἁ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ νοείσθω περὶ διάμετρον τὰν AB ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν ᾧ ἐντι αἱ AB, $\Gamma\Delta$. δεῖ δὴ κύλινδρον εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας τᾷ $\Gamma\Delta$, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

ἀπὸ δὴ τῶν A, B σαμείων ἄχθων παρὰ τὰν $\Gamma\Delta$ αἱ AZ, BH. ἁ δὴ ἑτέρα διάμετρος τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἤτοι ἴσα ἐντὶ τῷ διαστήματι τᾶν AZ, BH ἢ μείζων ἢ ἐλάσσων. ἔστω δὴ πρότερον ἴσα τᾷ ZH, ἁ δὲ ZH ἔστω ποτ' ὀρθὰς τᾷ $\Gamma\Delta$. ἀπὸ δὲ τᾶς ZH ἀνεστακέτω ἐπίπεδον ὀρθὸν ποτὶ τὰν $\Gamma\Delta$,

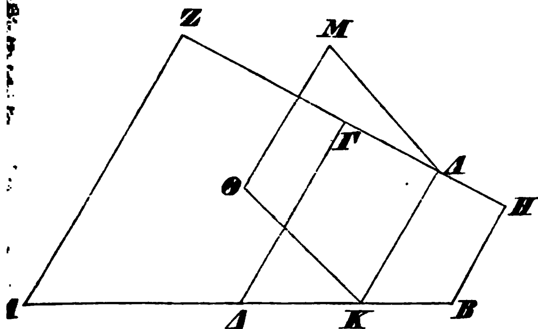
---

1. ιʹ Torellius. 3. τᾶς] τ cum comp. ας addita insuper littera σ F. μὴ ὀρθᾶς] om. F, uulgo; corr. Torellius; omitti nequit propter lin. 12: ὡς εἰρήται. 10. ἁ ἑτέρα] scripsi; ετερα F, uulgo. 18. ἄχθων] scripsi; αχθω F, uulgo. 20. τᾶν] των F; corr. Torellius.

IX.

a sectione coni acutianguli et linea a centro s coni acutianguli erecta non perpendiculari in quod ab altera diametro erectum est perpen- ad planum, in quo est sectio coni acutianguli, test, ut cylindrus inueniatur, axem habens in a linea erecta, cuius in superficie sit sectio utianguli data.

altera diametrus datae sectionis coni acutianguli ntrum autem Δ, linea autem $\Gamma\Delta$ a centro erecta ut diximus. et sectio coni acutianguli fingatur diametrum AB descripta in plano, ad id planum diculari, in quo sunt lineae $AB, \Gamma\Delta$. oportet igi- niri cylindrum axem habentem in producta linea cuius superficie sit data sectio coni acutianguli. que a punctis A, B ducantur lineae AZ, BH $\Gamma\Delta$ parallelae. altera igitur diametrus sectionis cutianguli aut aequalis est distantiae linearum



BH aut maior aut minor. prius igitur aequalis sae ZH, et ZH perpendicularis sit ad lineam $\Gamma\Delta$. inea ZH erigatur planum ad lineam $\Gamma\Delta$ perpen-

καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ κύκλος ἔστω περὶ διά
τὰν ΖΗ, καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρο
ἄξονα ἔχων τὰν ΓΔ. ἐν δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ
δρου τούτου ἐστὶν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου το
γὰρ μή ἐστιν, ἐσσεῖταί τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς τοῦ
νίου κώνου τομᾶς, ὃ οὔκ ἐστιν ἐν τᾷ ἐπιφανε
κυλίνδρου. νοείσθω δή τι σαμεῖον λελαμμέν
τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸ Θ, ὃ οὔκ
ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ
κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν ΑΒ. ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ
ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ ΑΒ, ΓΔ. ἀπὸ
Κ ἄχθω παρὰ τὰν ΓΔ ἁ ΚΛ, καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἀ
κέτω ἁ ΛΜ ποτ' ὀρθὰς τᾷ ΖΗ ἐν τῷ κύκλῳ τ
τὰν ΖΗ. τὸ δὲ Μ νοείσθω μετέωρον ἐν τᾷ
φερείᾳ τοῦ ἡμικυκλίου τοῦ περὶ διάμετρον τὰ
τὸν αὐτὸν δὴ ἔχει λόγον τὸ τετράγωνον τὸ ἀ
ΘΚ καθέτου ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ περιεχό
καὶ τὸ ἀπὸ ΖΓ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΔ, ΔΒ π
μενον, ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἁ ΖΗ τᾷ ἑτέρᾳ διαμέτρᾳ
δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΛ, ΛΗ περιεχόμενον π
ὑπὸ ΑΚ, ΚΒ περιεχόμενον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς
τράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ ΑΔ. ἴσον οὖν ἐντι τ
τᾶν ΖΛ, ΛΗ περιεχόμενον τῷ ἀπὸ τᾶς ΘΚ
γώνῳ. ἔστιν δὲ ἴσον καὶ τῷ ἀπὸ ΛΜ. ἴσαι ἄ
αἱ ΘΚ, ΜΛ καθέτοι· παραλλήλοι οὖν ἐντι α
ΜΘ· ὥστε καὶ αἱ ΔΓ, ΜΘ παραλλήλοι ἐσσ
καὶ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἄρα ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου

---

10. *δή*] scripsi; *δε* F, uulgo. 13. *τᾷ*] *τας* F;
17. *τᾶν*] *των* per comp. F; corr. Torellius. 18. *Α*
scripsi; *ΑΔΒ* F, uulgo. 21. *ὅν*] *λόγον, ὅν* ed. Basil.
lius; „eam, quam“ Cr. 22. *ΑΔ*] *ΑΔ της ελλειψεως* F
(*τᾶς* Torellius); corr. Nizze; cfr. p. 325 not. 2. 23.

diculare, et in hoc plano circulus sit circum diametrum ZH descriptus, et in hoc circulo cylindrus construatur axem habens $\Gamma\Delta$. in huius igitur cylindri superficie est sectio coni acutianguli [data]. nam si non est, erit punctum aliquod in sectione coni acutianguli, quod in superficie cylindri non sit. fingatur igitur punctum aliquod Θ sumptum in sectione coni acutianguli, quod non sit in superficie cylindri, et a puncto Θ ducatur ΘK ad lineam AB perpendicularis. haec igitur perpendicularis erit ad planum, in quo sunt lineae AB, $\Gamma\Delta$ [Eucl. XI def. 4]. et a K puncto ducatur $K\Lambda$ lineae $\Gamma\Delta$ parallela, et in puncto Λ erigatur ΛM ad lineam ZH perpendicularis in circulo circum ZH descripto. M autem punctum fingatur sublime in ambitu semicirculi circum diametrum ZH descripti. itaque erit $\Theta K^2 : AK \times KB = Z\Gamma^2 : A\Delta \times \Delta B$, quoniam ZH aequalis est alteri diametro.[1] sed etiam est

$$Z\Lambda \times \Lambda H : AK \times KB = Z\Gamma^2 : A\Delta^2.^{2)}$$

quare $Z\Lambda \times \Lambda H = \Theta K^2$;[3] sed etiam

$$Z\Lambda \times \Lambda H = \Lambda M^2.^{4)}$$

quare lineae perpendiculares ΘK, $M\Lambda$ aequales sunt. itaque $\Lambda K \parallel M\Theta$ [Eucl. I, 33]. quare etiam $\Delta\Gamma \parallel M\Theta$ [Eucl. XI, 9]. itaque ΘM in superficie cylindri est,

1) Itaque $Z\Gamma$ dimidiae alteri diametro ellipsis aequalis est; et $A\Delta = \Delta B$; tum u. Apollon. I, 21.

2) Nam $Z\Lambda : AK = Z\Gamma : A\Delta$, quia $\Delta\Gamma \parallel \Lambda Z$, et $\Lambda H : KB = \Gamma\Lambda : \Delta K$ (quia $\Lambda K \parallel \Delta\Gamma$) $= Z\Gamma : A\Delta$ (quia $\Lambda K \parallel \Delta\Gamma$); u. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 2.

3) Quia $A\Delta = \Delta B$, et igitur $A\Delta \times \Delta B = A\Delta^2$.

4) U. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 16.

per comp. F; corr. Torellius. τῷ] το F. 26. ἰσσούνται] ισωντι F; corr. Torellius; fort. ἐντι.

ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ Μ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐόντος ἄκται παρὰ τὸν ἄξονα. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ Θ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶν αὐτοῦ. ὑπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν. φανερὸν οὖν ἐστιν, ὃ ἔδει δεῖξαι.

δῆλον δή, ὅτι καὶ ὁ κύλινδρος ὁ περιλαμβάνων ὀρθὸς ἐσσεῖται, εἴ κα ᾖ ἁ ἑτέρα διάμετρος ἴσα τῷ διαστήματι τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ἀγμέναν παρὰ τὰν ἀνεστακοῦσαν εὐθεῖαν.

ἔστω πάλιν ἁ ἑτέρα διάμετρος μείζων τᾶς ΖΗ, καὶ ἴσα ἔστω ἁ ΠΖ τᾷ ἑτέρᾳ διαμέτρῳ. ἀπὸ δὲ τᾶς ΠΖ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν ᾧ ἐντι αἱ ΑΒ, ΓΔ, καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ κύκλος ἔστω περὶ διάμετρον τὰν ΠΖ, ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων τὰν ΔΡ. ἐν δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου τούτου διὰ τῶν αὐτῶν δειχθησέται ἐοῦσα ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

ἀλλ' ἔστω ἐλάσσων ἁ ἑτέρα διάμετρος τᾶς ΖΗ. ᾧ δὴ μεῖζον δυνάται ἁ ΖΓ τᾶς ἡμισείας τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ἔστω τὸ ἀπὸ τᾶς ΓΞ τετράγωνον. καὶ ἀπὸ τοῦ Ξ ἀνεστακέτω γραμμὰ ἴσα τᾷ ἡμισείᾳ τᾶς ἑτέρας

5. δῆλον] δηλ F. περιλαμβάνων] scripsi; περιλαμβανων ταν ελλειψιν F, uulgo; περιλ. τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομάν Nizze; u. p. 325 not. 2. 6. ᾖ ἁ] scripsi; η F, uulgo. 7. τῶν] scripsi; ταν F, uulgo. 9. ι′ F; corr. ed. Basil., Cr.; cfr. Quaest. Arch. p. 123—24. ἁ] addidi; om. F, uulgo. 12. αἱ ΑΒ, ΓΔ] ἁ ΒΓΔ F; corr. Torellius. in figura litteras partim permutauit, partim om. F. 16. ουσα F, uulgo. 17. ια′ F; corr. ed. Basil., Cr. 18. μειζων F; corr. Torellius.

n a puncto M, quod in superficie est, axi par- ducta est. adparet igitur, etiam punctum Θ rficie eius esse. supposuimus autem, non esse. igitur id, quod demonstrandum erat.

hoc quoque adparet, cylindrum comprehenden- lipsim] rectum esse, si altera diametrus [ellipsis] s sit distantiae linearum a terminis alterius ri lineae erectae parallelarum ductarum.[1])

us altera diametrus maior sit linea ZH, et qualis sit alteri diametro. et ab ΠZ planum r ad id planum perpendiculare, in quo sunt AB, $\Gamma\Delta$, et in hoc plano sit circulus circum rum ΠZ descriptus, et in hoc circulo cylindrus

uatur axem habens ΔP. in huius igitur cylindri icie eodem modo demonstrabitur esse sectio coni nguli.[2])

d minor sit altera diametrus linea ZH. spatium r, quo maius est quadratum lineae $Z\Gamma$ quadrato iae alterius diametri, sit $\Gamma\Xi^2$. et ab Ξ puncto tur linea ΞN dimidiae alteri diametro aequalis

1) Nam $\angle AZH$ et ZHB recti sunt.

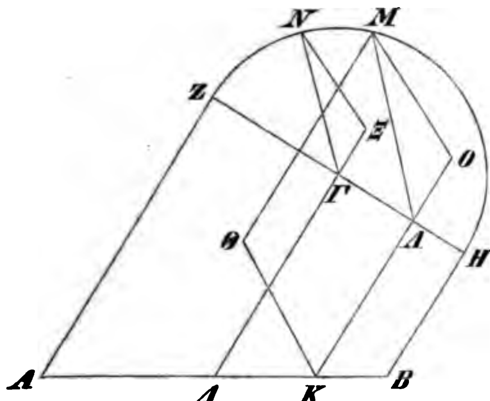
2) Et utriusque cylindri superficies eadem est.

διαμέτρου ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ ΑΒ, ΓΔ, ἁ ΞΝ, τὸ δὲ Ν νοείσθω μετέωρον. ἁ οὖν ΓΝ ἴσα ἐντὶ τᾷ ΓΖ. ἐν δὴ τῷ ἐπιπέδῳ, ἐν ᾧ ἐντι αἱ ΖΗ, ΓΝ, κύκλος γεγράφθω περὶ διάμετρον τὰν ΖΗ· ἥξει δὲ οὗτος διὰ τοῦ Ν· καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου κύλινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων τὰν ΓΔ. ἐν δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου τούτου ἐστὶν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά. εἰ γὰρ μή ἐστιν, ἐσσεῖταί τι σαμεῖον ἐπ' αὐτᾶς, ὃ οὐκ ἐστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου. λελάφθω δή τι σαμεῖον ἐπ' αὐτᾶς τὸ Θ, καὶ ἁ ΘΚ κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν ΑΒ, καὶ ἀπὸ τοῦ Κ παρὰ τὰν ΓΔ ἔστω ἁ ΚΛ, καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἄχθω ποτ' ὀρθὰς τᾷ ΖΗ ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ τῷ περὶ διάμετρον τὰν ΖΗ ἁ ΛΜ. νοείσθω δὲ τὸ Μ ἐπὶ τᾶς περιφερείας τᾶς τοῦ ἡμικυκλίου τοῦ περὶ τὰν ΖΗ, καὶ ἀπὸ τοῦ Μ κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν ΚΛ ἐκβληθεῖσαν ἁ ΜΟ. ἐσσεῖται δὲ αὐτὰ ὀρθὰ ποτὶ τὸ

---

3. ἐντὶ τᾷ] εντα F; corr. B. 4. τὰν] τα F; corr. Torellius. 5. κύλινδρος] του κυλινδρου F; corr. B*, Cr. 6. τάν scripsi; των per comp. FAD; τόν BC, ed. Basil., Torellius; figuram minus bene delineauit F. 12. τᾷ] τας F; corr. Torellius. 13. τὰν ΖΗ] ταν ΖΜΗ F; corr. B, Cr. 14. περιφερείας τᾶς] addidi; om. F, uulgo; „in arcu semicirculi" Cr.

perpendicularis ad planum, in quo sunt lineae AB, $\Gamma\Delta$, et N punctum fingatur sublime. itaque erit $\Gamma N = \Gamma Z$.[1]) in eo igitur plano, in quo sunt lineae



ZH, ΓN, circulus describatur circum diametrum ZH. is igitur per N ueniet [quia $Z\Gamma = \Gamma N = \Gamma H$]; et in hoc circulo construatur cylindrus axem habens $\Gamma\Delta$. in huius igitur cylindri superficie est sectio coni acutianguli. nam si non est, erit in ea punctum aliquod, quod in superficie cylindri non sit. sumatur igitur aliquod punctum [eius modi] in ea, Θ, et linea ΘK ducatur perpendicularis ad lineam AB, et ab K ducatur $K\Lambda$ lineae $\Gamma\Delta$ parallela, et ab Λ ducatur ΛM ad lineam ZH perpendicularis in semicirculo circum diametrum ZH. M autem fingatur in ambitu semicirculi circum ZH descripti positum; et ab M ad productam lineam $K\Lambda$ perpendicularis ducatur MO. ea igitur

1) Nam $\Gamma N^2 = \Gamma\Xi^2 + N\Xi^2$ (Eucl. I, 47), et ex hypothesi est $\Gamma Z^2 = \Gamma\Xi^2 + N\Xi^2$, quia $N\Xi$ dimidiae diametro aequalis est.

ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ ΑΒ, ΓΔ, ἐπεὶ ποτ' ὀρθάς ἐ ἁ ΚΛ τᾷ ΖΗ. ἔστιν δή, ὡς μὲν τὸ ἀπὸ τᾶς Μ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΜΛ, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς ΞΝ ποτὶ ἀπὸ τᾶς ΝΓ, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τᾶς ΜΛ ποτὶ τὸ ὑ τᾶν ΑΚ, ΚΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΝ ποτὶ τὸ ἀπὸ τ ΑΔ, ἐπεὶ τὸ μὲν ἀπὸ τᾶς ΜΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τ ΛΖ, ΛΗ περιεχομένῳ, τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς ΓΝ τῷ ἀ τᾶς ΓΖ. ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς ΜΟ τετράγων ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς Ξ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΔ. ἔντι δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΘ τετρ γωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ, ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς Ξ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΔ, ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἁ ΞΝ τᾷ ἡμισ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου. δῆλον οὖν, ὅτι ἴσαι ἐντὶ ΜΟ, ΘΚ καθέτοι, ὥστε παραλλήλοι αἱ ΚΟ, Θ ἐπεὶ δὲ ἁ ΜΘ παρὰ τὸν ἄξονά ἐντι τοῦ κυλίνδρ καὶ τὸ Μ σαμεῖον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ, ἀναγκαῖ καὶ τὰν ΜΘ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ εἶμεν τοῦ κυλίνδρ φανερὸν οὖν, ὅτι καὶ τὸ Θ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐ αὐτοῦ. οὐκ ἦν δέ. δῆλον οὖν, ὅτι ἀναγκαῖόν ἐ τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ εἰμ τοῦ κυλίνδρου.

---

1. ποτ'] ποτι F. 7. τό] τω F; corr. Torellius. 9. ὑπό] υπο F; corr. Torellius. 13. ἴσαι] ισα F; corr. Tor lius. 14. παραλλήλοι] scripsi; ισαι F, uulgo. ΚΟ] Ι F; corr. Torellius. 15. ἐντι] εν τη F; corr. B.

rpendicularis erit ad planum, in quo sunt AB, $\Gamma\Delta$, ia $K\Lambda \perp ZH$.[1]) erit igitur

$$MO^2 : M\Lambda^2 = \Xi N^2 : N\Gamma^2,^2)$$

$$M\Lambda^2 : \Lambda K \times KB = \Gamma N^2 : \Lambda\Delta^2, \text{ quoniam}$$

$$M\Lambda^2 = \Lambda Z \times \Lambda H \text{ et } \Gamma N^2 = \Gamma Z^2.^3)$$

it igitur [Eucl. V, 22]

$$MO^2 : \Lambda K \times KB = \Xi N^2 : \Lambda\Delta^2;$$

autem etiam $K\Theta^2 : \Lambda K \times KB = \Xi N^2 : \Lambda\Delta^2$, oniam ΞN aequalis est dimidiae alteri diametro pollon. I, 21]. itaque adparet esse $MO = \Theta K$; re etiam $KO \nparallel \Theta M$ [Eucl. I, 33].[4]) quoniam autem a $M\Theta$ axi cylindri parallela est[5]), et punctum M superficie eius positum, necesse est, etiam lineam Θ in superficie cylindri esse. adparet igitur, etiam ctum Θ in superficie eius esse. sed [ex hypothesi] n erat. adparet igitur necesse esse, sectionem coni tianguli in superficie cylindri esse.

---

1) Quia $K\Lambda \nparallel \Gamma\Delta$ et $\Gamma\Delta \perp ZH$. quoniam igitur $K\Lambda \perp ZH$ $\Lambda M \perp ZH$, erit $ZH \perp \Theta MOK$ (Eucl. XI, 4); itaque

$$ABHZ \perp \Theta MOK \text{ (Eucl. XI, 18);}$$

a quoniam $MO \perp K\Lambda$, erit (Eucl. XI def. 4) $MO \perp ABHZ$.

2) Nam $\Xi N \nparallel MO$ (Eucl. XI, 6) et $N\Gamma \nparallel M\Lambda$; itaque $N = M$ (Eucl. XI, 10) et $\angle \Xi = O = 90^0$. itaque $N\Gamma\Xi \sim M\Lambda O$, erit (Eucl. VI, 4) $MO : M\Lambda = \Xi N : N\Gamma$.

3) Nam $\Lambda Z \times \Lambda H : \Lambda K \times KB = \Gamma Z^2 : \Lambda\Delta^2$ (p. 333 not. 2) $M\Lambda^2 = \Lambda Z \times \Lambda H$ (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 81 nr. 16) et $\Gamma N = \Gamma Z$ (p. 337 not. 1).

4) Nam $MO \nparallel \Theta K$, quia utraque ad $ABHZ$ perpendicularis est (tum u. Eucl. XI, 6); nam de MO u. not. 1; de ΘK sequitur inde, quod ellipsis ad $ABHZ$ perpendicularis est et $\Theta K \perp AB$ (Eucl. XI def. 4). lin. 14 pro ἴσαι requiritur, quod stitui, παράλληλοι; cfr. p. 332, 25. permutata sunt compendia horum uerborum.

5) Nam $KO \nparallel \Delta\Gamma$; tum u. Eucl. XI, 9.

ι'.

Ὅτι μὲν πᾶς κῶνος ποτὶ κῶνον τὸν συγκείμεν ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ τῶν βασίων λόγου καὶ ἐκ τ τῶν ὑψέων, ἀποδεικνύται ὑπὸ τῶν πρότερον. ἁ αὐ δὲ ἀπόδειξίς ἐντι καί, διότι πᾶν ἀπότμαμα κώνου πι ἀπότμαμα κώνου τὸν συγκείμενον λόγον ἔχει ἔκ τοῦ τῶν βασίων λόγου καὶ ἐκ τοῦ τῶν ὑψέων.

καὶ ὅτι πᾶς τόμος κυλίνδρου τριπλασίων ἐστὶ τ ἀποτμάματος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτ τῷ τόμῳ καὶ ὕψος ἴσον, ἁ αὐτὰ ἀπόδειξις, ἅπερ κ ὅτι ὁ κύλινδρος τριπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσ ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ κυλίνδρῳ καὶ ὕψος ἴσον.

ια'.

Εἴ κα τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαϑ διὰ τοῦ ἄξονος ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ ἐσσεῖτ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἁ αὐτὰ τᾷ περιλαμβανού τὸ σχῆμα. διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἐσσεῖται ἁ κοινὰ τομ τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ δ τοῦ ἄξονος ἀχθέντος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ τέμνο

εἰ δέ κα τμαθῇ τῷ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξον ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τι ἄξονος.

εἴ κα τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθ διὰ τοῦ ἄξονος ἢ παρὰ τὸν ἄξονα ἢ διὰ τᾶς κορυφ τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, ἁ τομὰ ἐσσ

---

1. ιβ' F; ια' Torellius. 3. τοῦ] (alt.) των per comp. corr. BD. 5. διότι] ὅτι Nizze. 13. ιγ' F; ιβ' Torelli 15. αξωνος F. παρά] per comp. F. 16. κωνου] κωνοειδεος corr. Torellius. ἁ] addidi; om. F, uulgo. 20. τμηθη corr. Torellius. 24. ἢ διά] ἢ om. F; corr. Torellius.

X.

Quemuis conum ad [alium] conum rationem ex ratione basium et ratione altitudinum compositam habere, a prioribus demonstratum est.[1]) eodem autem modo demonstratur, etiam quoduis segmentum coni ad [aliud] segmentum coni rationem ex ratione basium et ratione altitudinum compositam habere.

et quoduis frustum cylindri triplo maius esse segmento coni basim habenti eandem, quam frustum, et altitudinem aequalem, eodem modo demonstrabitur, quo demonstratur, cylindrum triplo maiorem esse cono basim eandem habenti, quam cylindrus, et altitudinem aequalem.[2])

XI.

a) Si conoides rectangulum plano secatur per axem posito uel axi parallelo, sectio erit sectio coni rectanguli eadem, quae figuram comprehendit; diametrus autem eius sectio communis erit plani figuram secantis et plani per axem ducti ad planum secans perpendicularis.

sin plano ad axem perpendiculari secatur, sectio erit circulus centrum in axe positum habens.

b) Si conoides obtusiangulum secatur plano uel per axem posito uel axi parallelo uel per uerticem coni conoides comprehendentis posito, sectio erit coni obtu-

1) Sequitur ex Eucl. XII, 11 et 14 coniunctis; cfr. de sph. et cyl. I lemm. 1 p. 80.

2) Hoc demonstrauerat Eudoxus; u. de sph. et cyl. I p. 4; cfr. Eucl. XII, 10.

ται ἀμβλυγωνίου κώνου τομά, εἰ μέν κα διὰ τοῦ ἄξονος, ἁ αὐτὰ τᾷ περιλαμβανούσᾳ τὸ σχῆμα, εἰ δέ κα παρὰ τὸν ἄξονα, ὁμοία αὐτᾷ, εἰ δέ κα διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, οὐχ ὁμοία. διάμετρος δὲ τᾶς τομᾶς ἐσσεῖται ἁ κοινὰ τομὰ τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

εἴ κα τμαθῇ ὀρθῷ τῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος.

εἴ κα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτερονοῦν ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά, εἰ μέν κα διὰ τοῦ ἄξονος, αὐτὰ ἁ περιλαμβάνουσα τὸ σχῆμα, εἰ δέ κα παρὰ τὸν ἄξονα, ὁμοία αὐτᾷ. διάμετρος δὲ τᾶς τομᾶς ἐσσεῖται ἁ κοινὰ τομὰ τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

εἰ δέ κα τμαθῇ τῷ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος.

εἴ κα τῶν εἰρημένων σχημάτων ὁποιονοῦν ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, αἵ ἀπὸ τῶν σαμείων τῶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος μὴ ἐπὶ τᾶς τομᾶς ἐόντων καθέτοι ἀγομέναι ἐπὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ἐντὸς πεσούνται τᾶς τοῦ σχήματος τομᾶς.

τούτων δὲ πάντων φανεραί ἐντι αἵ ἀποδειξίες.

---

1. *κα*] addidi; om. F, uulgo. 2. *ἁ*] addidi; om. F, uulgo. *παραλαμβανουσα* (*παρα* per comp.) F; corr. Torellius. *κα*] scripsi; *και* F, uulgo. 3. *κα*] scripsi; *και* F, uulgo. 4. *κονοειδες* F. 8. *τμηθη* F; corr. Torellius. 12. *επεπεδω* F. *τμηθη* F; corr. Torellius. 13. *κα*] scripsi; *και* F, uulgo. 15.

guli sectio, si per axem, eadem, quae figuram prehendit, sin axi parallelo, ei similis, sin autem uerticem coni conoides comprehendentis, non similis. metrus autem sectionis erit communis sectio plani ram secantis et plani per axem ducti ad planum ans perpendicularis.

si plano ad axem perpendiculari secatur, sectio it circulus centrum in axe positum habens.

c) Si utralibet figurarum sphaeroideôn plano secatur r axem posito uel axi parallelo, sectio erit coni tianguli sectio, si per axem, ipsa sectio figuram mprehendens, si plano axi parallelo, ei similis. diatrus autem sectionis erit sectio communis plani uram secantis et plani per axem ducti ad planum cans perpendicularis.

sin plano ad axem perpendiculari secatur, sectio rculus erit centrum in axe positum habens.

d) Si quaelibet figurarum, quas commemorauimus, ano per axem posito secatur, lineae a punctis in perficie figurae positis, sed quae in sectione non nt, ad planum secans perpendiculares ductae intra ectionem figurae cadent.

harum autem omnium rerum demonstrationes manistae sunt.[1])

---

1) Nonnullas harum propositionum demonstrauerunt Commandinus annotat. fol. 37, Riualtus p. 271, Torellius p. 314 sq., Nizzius p. 168 sq.

---

a] scripsi; και F, uulgo. 16. τομά] om. F; corr. Torellius. 9. κα] scripsi; και F, uulgo. τμηθη F; corr. Torellius. 23. ηθη F; corr. Torellius. 25. εωντων F; corr. Torellius. 7. φανεραί] scripsi; φανερον F, uulgo.

ιβ'.

Εἴ κα τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ μήτε διὰ τοῦ ἄξονος μήτε παρὰ τὸν ἄξονα μήτε ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἐσσεῖται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ κωνοειδεῖ τᾶς γενομένας τομᾶς τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον· ἁ δὲ ἐλάσσων διάμετρος ἴσα ἐσσεῖται τῷ διαστήματι τᾶν ἀχθεισᾶν παρὰ τὸν ἄξονα ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς μείζονος διαμέτρου.

τετμάσθω γὰρ το ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ, ὡς εἴρηται. τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ἔστω τοῦ μὲν κωνοειδέος τομὰ ἁ ΑΒΓ, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα ἁ ΓΑ εὐθεῖα. ἄξων δὲ ἔστω τοῦ κωνοειδέος καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἁ ΒΔ. δεικτέον, ὅτι ἁ τομὰ τοῦ κωνοειδέος ἁ ἀπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὰν ΑΓ ὀξυγωνίου ἐστὶ κώνου τομά, καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἁ μείζων ἐστὶν ἁ ΑΓ, ἁ δὲ ἐλάσσων διάμετρος ἴσα ἐντὶ τᾷ ΛΑ τᾶς μὲν ΓΛ παρὰ τὰν ΒΔ ἐούσας, τᾶς δὲ ΑΛ καθέτου ἐπὶ τὰν ΓΛ.

νοείσθω τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς τομᾶς λελαμμένον τὸ Κ, καὶ ἀπὸ τοῦ Κ κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν ΓΑ ἁ ΚΘ. ἐσσεῖται οὖν ἁ ΚΘ κάθετος ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ ΑΓΒ ὀρθογωνίου κώνου τομά, διότι καὶ

1. *ιδ'* F; *ιγ'* Torellius. 2. *τμηθη* F; corr. Torellius. 6. *τᾶς*] F; *ἀπὸ τᾶς* uulgo. 9. *διάμετρος*] *α διαμετρος* F; corr. ed. Basil. 12. *τετμησθω* F, qui omnino in sequentibus usque ad finem huius libri semper *τμημα, τμηθη, τμηθεντος, τετμησθω* cet. praebet; quod plerumque corr. Torellius. itaque hinc iam hanc discrepantiam notare supersedeo. 13. *ἄλλῳ*]

XII.

i conoides rectangulum plano neque per axem o neque axi parallelo neque ad axem perpendi- i secatur, sectio erit sectio coni acutianguli, maior n diametrus eius erit pars intra conoides com- nsa eius [lineae], quae [communis] sectio est figuram secantis et plani per axem ducti ad s planum perpendicularis; minor autem diametrus lis erit distantiae linearum, quae a terminis dia- i maioris axi parallelae ducuntur.

ecetur enim conoides rectangulum plano ita, ut dic- st, posito. eodem autem alio plano ad planum secans ndiculari per axem secto sectio conoidis sit $AB\Gamma$, autem figuram secantis linea ΓA. axis autem idis et diametrus sectionis [prop. 11, a] sit $B\Delta$. onstrandum, sectionem conoidis plano in $A\Gamma$ linea o effectam[1]) sectionem esse coni acutianguli, et m $A\Gamma$ maiorem esse eius diametrum, minorem m aequalem esse lineae $A\Lambda$, ducta linea $\Gamma\Lambda$ e $B\Delta$ parallela, linea autem $A\Lambda$ ad lineam $\Gamma\Lambda$ endiculari.

fingatur punctum aliquod in sectione sumptum K, K puncto ducatur $K\Theta$ ad ΓA perpendicularis. igitur linea $K\Theta$ ad id planum perpendicularis, in est sectio coni rectanguli $A\Gamma B$, quia planum

1) ἁ ἀπὸ τοῦ lin. 18 corruptum uidetur; fortasse α ὑπό τοῦ bendum est.

αλλω F; corr. Torellius. 15. $B\Gamma$ F; corr. ed. Basil.* $\Gamma\Delta$ F; corr. BC. 18. τοῦ κατά] scripsi; τοῦ om. F, uulgo. τάν] καν ἁ F; corr. Torellius. 21. τᾷ] ἁ F; corr. B mg. ηχθω F; corr. Torellius.

τὸ τέμνον ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστι ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπε διὰ δὲ τοῦ Θ ἄχθω ἁ ΕΖ ὀρθὰς ποιοῦσα γω ποτὶ τὰν ΒΔ, καὶ διὰ τᾶν ΕΖ, ΚΘ εὐθειᾶν ἐπίπ ἐκβεβλήσθω· ἐσσεῖται δὲ τοῦτο ὀρθὸν ποτὶ τὰν τετμησέται δὴ τὸ κωνοειδὲς σχῆμα ἐπιπέδῳ ὀρθῷ τὸν ἄξονα. ὥστε ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται, κέντρο αὐτοῦ τὸ Δ. ἁ ἄρα ΚΘ ἴσον δυνασεῖται τῷ ΖΘ, ΘΕ [ἡμικύκλιον γάρ ἐστι τὸ ἐπὶ τῆς ΕΖ, ἁ ΚΘ κάθετος οὖσα μέση γίνεται ἀνάλογον τῷ τᾶν ΕΘ, ΘΖ περι μένῳ]. ἄχθω δὲ ἐπιψ ουσα τᾶς τοῦ κώνου μᾶς ἁ μὲν ΜΝ π τὰν ΑΓ· ἐπιψαυέτω κατὰ τὸ Ν· ἁ δὲ παρὰ τὰν ΕΖ. τὸ περιεχόμενον ὑπὸ ΑΘ, ΘΓ ποτὶ τὸ περι μενον ὑπὸ τᾶν ΕΘ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ ΝΤ ποτὶ τὸ τετράγω τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ. δεδείκται γὰρ τοῦτο. τᾷ δὲ ΝΤ ἐντὶ ἁ ΤΜ, διότι καὶ ἁ ΒΡ τᾷ ΒΜ. ἔχει οὖν καὶ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΓ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΤΜ ποτὶ τὸ τᾶς ΤΒ. ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΚ καθέτου τετρά νον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΓ περιεχόμενον τὸν αὐ ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ τετράγωνον ποτὶ

---

3. ευθειας F, C manu 1*. 4. δή Nizzius; δε F, u
8. τᾶς Torellius. 9. μέσα idem. Post ἀνάλογον supplet C

ns et ipsum ad idem planum perpendiculare [Eucl. XI 4]. et per Θ ducatur linea EZ rectos angulos ad efficiens, et per lineas EZ, $K\Theta$ planum ducatur. autem ad $B\Delta$ perpendiculare erit.[1]) itaque conoides io ad axem perpendiculari sectum erit. sectio igitur lus erit, et centrum eius punctum Δ [prop. 11, a]. igitur $K\Theta^2 = Z\Theta \times \Theta E$.[2]) ducantur autem secem coni contingentes linea MN lineae $A\Gamma$ parallela, e contingat in puncto N, et linea BT lineae EZ llela. erit igitur

$$A\Theta \times \Theta\Gamma : E\Theta \times \Theta Z = NT^2 : BT^2.$$

enim demonstratum est [prop. 3]. sed $NT = TM$, a $BP = BM$.[3]) erit igitur

$$A\Theta \times \Theta\Gamma : K\Theta^2 = TM^2 : TB^2.$$

re etiam

$$K\Theta^2 : A\Theta \times \Theta\Gamma = BT^2 : TM^2$$ [Eucl. V, 7 πόρισμα].

---

1) Nam cum $K\Theta \perp AB\Gamma$, planum per $K\Theta$, EZ positum $AB\Gamma$ perpendiculare erit (Eucl. XI, 18); tum u. Eucl. XI 4.

2) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 16. uerba uentia lin. 8–11 Nizzius recte ob formam prauam (μέση λόγον τῷ ὑπὸ τᾶν ΕΘ, ΘΖ) damnauit. augent suspicionem mae uulgares τῆς, οὖσα, μέση.

3) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 53 nr. 16. tum Eucl. VI, 2; nam PN lineae BT parallela ducta est.

---

dinus: καὶ δύναται ἴσον. γίνεται] γαρ εστι F per compdia; corr. B. 21. τᾶς] ταν F; corr. Torellius. 24. BM] M F; corr. man. 2.

ἀπὸ τᾶς ΤΜ. ἐπεὶ οὖν ὁμοῖά ἐντι τὰ ΓΑΛ, ΤΜΒ τρίγωνα, τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΚ καθέτου τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΓ περιεχόμενον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΛ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΓ τετράγωνον. ὁμοίως δειχθησόνται καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἄλλαν καθέτων τετράγωνα τᾶν ἀγομένων ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν ΑΓ ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τᾶς ΑΓ τμαμάτων τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΛ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΓ. δῆλον οὖν, ὅτι ἁ τομά ἐστιν ὀξυγωνίου κώνου τομά, διαμέτροι δὲ αὐτᾶς ἐντι ἁ μὲν μείζων ἁ ΑΓ, ἁ δὲ ἐλάσσων ἴσα τᾷ ΑΛ.

ιγ'.

Εἴ κα τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ συμπίπτοντι πάσαις ταῖς τοῦ κώνου πλευραῖς τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς μὴ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἁ τομὰ ἐσσείται ὀξυγωνίου κώνου τομά. διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἐσσείται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀπὸ τᾶς γενομένας τομᾶς τῶν ἐπιπέδων τοῦ τε τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

τεμνέσθω γὰρ τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ, ὡς εἰρήται, καὶ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ τμαθέντος αὐτοῦ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν κωνοειδέος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ ἀμβλυγωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ τέμνοντος τὸ σχῆμα ἐπιπέδου ἁ ΑΓ εὐθεῖα, ἄξων δὲ τοῦ κωνοειδέος καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἁ

1. ΤΛΒ F; corr. ed. Basil.* 2. τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΚ usque ad τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΓ lin. 5 om. F; corr. Commandinus. 5. τετράγωνον] addidi; om. F, uulgo. ὁμοίως] syllab. ως per comp

quoniam $\Gamma A\Delta \sim TMB$[1]), erit
$[BT : TM = A\Delta : A\Gamma$ (Eucl. VI, 4);
ne erit] $\Theta K^2 : A\Theta \times \Theta\Gamma = A\Delta^2 : A\Gamma^2$. eodem
o demonstrabimus, etiam quadrata ceterarum line-
n a sectione ad $A\Gamma$ lineam perpendicularium duc-
m ad rectangula partibus lineae $A\Gamma$ comprehensa
em habere rationem, quam $A\Delta^2 : A\Gamma^2$. adparet
ur, sectionem esse coni acutianguli sectionem, dia-
ros autem eius maiorem $A\Gamma$ lineam, minorem
o lineae $A\Delta$ aequalem [Apollon. I, 21].

XIII.

Si conoides obtusiangulum plano secatur, quod
nibus lateribus coni conoides comprehendentis in-
it ad axem non perpendiculare, sectio erit coni
tianguli sectio, maior autem diametrus eius erit
s intra conoides comprehensa eius lineae, quae
mmunis] sectio est plani figuram secantis et plani
axem ad secans planum perpendicularis.

secetur enim conoides obtusiangulum plano ita, ut
tum est. et eodem alio plano per axem ad secans
num perpendiculari secto sectio conoidis sit $AB\Gamma$
i obtusianguli sectio [prop. 11, b], plani autem
ram secantis linea $A\Gamma$. axis autem conoidis et
metrus sectionis sit $B\Delta$. fingatur igitur punctum

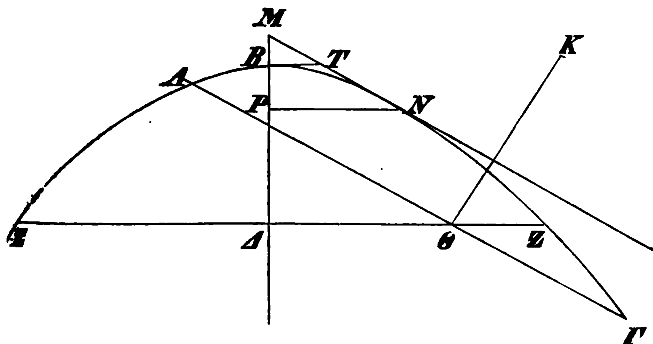
1) Nam $\angle B = \angle A = 90^0$ et $\angle A = \angle T$, quia $A\Gamma \parallel MN$ et $BT \parallel A\Delta$.

δειχθήσεται Nizzius cum D. 8. εχοντι F; corr. AB. 9. τομά] (alt.) τομας FC*. 11. διαμετρος F; corr. B. τι] scripsi; εισιν F, uulgo. 13. ιε' F, ιδ' Torellius. 14. πέδῳ] om. F; corr. B. 16. κονοειδες F. 27. κονοειδεος F.

ΒΔ. νοείσθω δή τι ἐπὶ τᾶς τομᾶς λελαμμένον σαμεῖον τὸ *Κ*, καὶ ἀπὸ τοῦ *Κ* κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν *ΑΓ* ἁ *ΚΘ*. ἐσσείται δὴ αὐτὰ ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν ᾧ ἐντι ἁ *ΑΒΓ* κώνου τομά. διὰ δὲ τοῦ *Θ* ἄχθω ἁ *ΕΖ* ποτ' ὀρθὰς τᾷ *ΒΔ*, καὶ διὰ τᾶν *ΕΖ*, *ΚΘ* εὐθειᾶν ἐπίπεδον ἄχθω τέμνον τὸ κωνοειδές. τετμησέται δὴ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ὥστε ἁ τομὰ κύκλος ἐσσείται, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ *Δ*. ἁ ἄρα κάθετος ἁ *ΚΘ* ἴσον δυνασείται τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν *ΘΕ*, *ΘΖ*. ἄχθω δὲ πάλιν ἁ μὲν *ΜΝ* παρὰ τὰν *ΑΓ* ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ *Ν*, ἁ δὲ *ΒΤ* παρὰ τὰν *ΕΖ*. τὸ δὴ περιεχόμενον ὑπὸ *ΕΘ*, *ΘΖ* ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν *ΑΘ*, *ΘΓ* τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς *ΒΤ* ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΤΝ*. ὥστε τὸ ἀπὸ τᾶς *ΚΘ* καθέτου τετράγωνον ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν *ΑΘ*, *ΘΓ* τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς *ΒΤ* ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΤΝ*. ὁμοίως οὖν δειχθησοῦντι καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἄλλαν καθέτων τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἀγομέναν ἐπὶ τὰν *ΑΓ* ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων τᾶς *ΑΓ*, ὧν αἱ καθέτοι ποιοῦντι, τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς *ΒΤ* τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΤΝ*. καί ἐστιν ἐλάσσων ἁ *ΒΤ* τᾶς *ΤΝ*, διότι καὶ ἁ *ΜΤ* ἐλάσσων ἐστὶν τᾶς *ΤΝ*. καὶ γὰρ ἁ *ΜΒ* ἐλάσσων τᾶς *ΒΡ*· τοῦτο γάρ ἐστιν ἐν ταῖς τοῦ ἀμβλυγωνίου

3. *επιπεδω* F; corr. BC.* 8. *εσειται* F. 9. *ΘΕ*, *ΘΖ*] scripsi; *ΘΕ*, *ΕΖ* FBC*, *ΕΘ*, *ΘΖ* uulgo. 10. *δέ*] Nizzius; *δη* F, uulgo. 13. *τᾶν*] *των* per comp. F; corr. Torellius. 14. *ποτί*] *προς* per comp. F; corr. Torellius. 18. *δειχθήσεται* Nizzius. 19. *τᾶς*] supra m. 1 F. *αγομενων* F; corr. Torellius. 21. *ὧν*] *ἅ* Torellius.

aliquod K in sectione sumptum, et a K puncto ducatur $K\Theta$ ad $A\Gamma$ perpendicularis. erit igitur ad id planum perpendicularis, in quo est coni sectio $AB\Gamma$



[Eucl. XI def. 4]. et per Θ ducatur EZ ad $B\Delta$ perpendicularis, et per lineas EZ, $K\Theta$ planum ducatur conoides secans. itaque sectum erit plano ad axem perpendiculari [p. 347 not. 1]; quare sectio circulus erit, et centrum eius Δ punctum [prop. 11, b]. itaque erit $K\Theta^2 = \Theta E \times \Theta Z$ [p. 347 not. 2]. ducatur autem rursus linea MN lineae $A\Gamma$ parallela sectionem coni in N puncto contingens, et linea BT lineae EZ parallela. erit igitur

$$E\Theta \times \Theta Z : A\Theta \times \Theta\Gamma = BT^2 : TN^2 \text{ [prop. 3].}$$

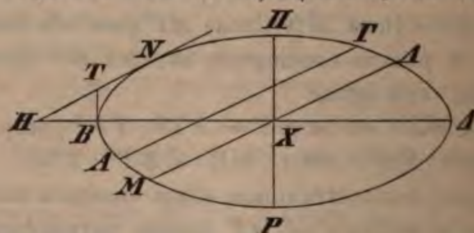
quare erit $K\Theta^2 : A\Theta \times \Theta\Gamma = BT^2 : TN^2$. eodem modo igitur demonstrabimus, etiam quadrata ceterarum linearum a sectione ad $A\Gamma$ lineam perpendicularium ductarum ad rectangula partibus lineae $A\Gamma$ a perpendicularibus effectis comprehensa eandem habere rationem, quam $BT^2 : TN^2$. est autem $BT < TN$, quia $MT < TN$ [et $MT > BT$]. nam etiam $MB < BP$;

κώνου τομαῖς σύμπτωμα. δῆλον οὖν, ὅτι ἁ τομὰ ὀ γωνίου κώνου τομά, καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἁ μείζ ἁ $A\Gamma$ [ὁμοίως καθέτου οὔσης τᾶς NP ἐν τᾷ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾷ, διάμετρος ταύτας μείζ ἐστὶν ἁ $\Gamma\Delta$].

ιδ'.

Εἴ κα τὸ παράμακες σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμα μὴ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγων κώνου τομά. διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἐσσεῖ ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ σφαιροειδεῖ ἀπὸ τᾶς γενο νας τομᾶς τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμι ἐπίπεδον.

εἰ μὲν οὖν κα τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος ἢ παρὰ ἄξονα, δῆλον. τετμάσθω δὲ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ. τμαθέν δὲ αὐτοῦ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον μὲν σφαιροειδέος τομὰ ἔστω ἁ $AB\Gamma\Delta$ ὀξυγωνί κώνου τομά, τοῦ δὲ τέμνοντος αὐτὸ ἐπιπέδου ἁ Γ εὐθεῖα. ἄξων δὲ ἔστω τοῦ σφαιροειδέος καὶ διάμετρ



τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς α $B\Delta$, κέντρον τὸ X, καὶ ἐλάσσων διάμετρος ἔστω ἁ ΠP. ἄχθω

1. οὖν] om. F; corr. Torellius. ὀξυγωνίου] ἐστιν ὀξ. T rellius. 2. ἁ μείζων] scripsi; ἁ om. F, uulgo. Nizzius uer

enim sectionibus coni obtusianguli proprium est.[1]) aret igitur, sectionem esse coni acutianguli secnem, et maiorem eius diametrum lineam $A\Gamma$.[2])

XIV.

Si sphaeroides oblongum plano ad axem non perpenulari secatur, sectio erit coni acutianguli sectio, ior autem diametrus eius erit pars intra sphaeroides nprehensa eius lineae, quae [communis] sectio est ni figuram secantis et plani per axem ad secans num perpendicularis.

hoc, si per axem uel plano axi parallelo secatur, tim adparet [prop. 11, c]. secetur autem alio plano. dem autem plano per axem ad secans planum perndiculari secto, sphaeroidis sectio sit $AB\Gamma\Delta$ coni tianguli sectio [prop. 11, c], plani autem sphaedes secantis linea ΓA. axis autem sphaeroidis et metrus sectionis coni acutianguli sit $B\Delta$, centrum tem X, et minor diametrus sit ΠP. ducatur autem

1) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 56 nr. 27. nam $IB : BP = MT : TN$ (Eucl. VI, 2).

2) Ellipsis, cuius altera diametrus est linea $A\Gamma$, est propter Apollon. I, 21, quia quadrata linearum ordinate ductarum ad ectangula partibus lineae $A\Gamma$ ab ipsis effectis comprehensa semper eandem rationem habent. itaque etiam quadratum lineae ad medium punctum lineae $A\Gamma$ ordinate ductae (p) ad $\frac{1}{4}A\Gamma^2$ am rationem habet, quam $BT : TN$. iam cum $BT < TN$, rit etiam $p^2 < \frac{1}{4}A\Gamma^2$. quare $A\Gamma$ maior erit diametrus. sequentia uerba nunc delere malui, quam cum Nizzio transponere.

καθέτου οὔσης τᾶς NP ἐν τᾷ ... τομᾷ lin. 3—4 post BP p. 350, lin. 25 transposuit additis: ἐπὶ τὰν $B\Delta$ et deletis διάμετρος . .. ΓA lin. 5 et ὁμοίως lin. 3 (quod retineri poterat; Qu. Arcq. p. 164). 5. ΓA Torellius. 6. ιε' Torellius. 7. κα] κα. κα F; corr. Nizzius. 10. σφαιροειδες F; corr. BD.

ἁ μὲν *BT* ποτ' ὀρθὰς τᾷ *BΔ*, ἁ δὲ *HN* παρὰ τὰν *AΓ* ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὸ *N*· ἄχθω δὲ καὶ ἁ *MΛ* διὰ τοῦ *X* παρὰ τὰν *AΓ*. ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθησοῦντι τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν καθέτων τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τᾶν *AΓ* ἀγμέναν ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τᾶς *AΓ* τμαμάτων τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς *BT* τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *TN*. ὅτι μὲν οὖν ἁ τομά ἐστιν ὀξυγωνίου κώνου τομά, καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἁ *ΓA*, δῆλον· ὅτι δὲ μείζων, δεικτέον. τὸ γὰρ ὑπὸ τᾶν *ΠX*, *XP* περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ *MX*, *XΛ* τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς *BT* ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *NT*, ἐπεὶ παρα τὰς ἐπιψαυούσας ἐντὶ αἱ *ΠP*, *MΛ*. ἔλασσον δέ ἐστι τὸ ὑπὸ τᾶν *ΠX*, *XP* περιεχόμενον τοῦ ὑπὸ τᾶν *MX*, *XΛ*, ἐπεὶ καὶ ἁ *XΠ* τᾶς *XΛ*. ἔλασσον ἄρα ἐστὶν καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *BT* τετράγωνον τοῦ ἀπὸ τᾶς *TN*. ὥστε καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν καθέτων τετράγωνα τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν *AΓ* ἀγομέναν ἐλάσσονά ἐντι τῶν ὑπὸ τῶν τμαμάτων τᾶς *AΓ* περιεχομένων. δῆλον οὖν, ὅτι μείζων ἐντὶ διάμετρος ἁ *ΓA*.

εἴ κα τὸ ἐπιπλατὺ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ, τὰ μὲν ἄλλα τὰ αὐτὰ ἐσσεῖται, τᾶν δὲ διαμέτρων ἁ ἐλάσσων ἐσσεῖται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ σφαιροειδεῖ.

ἐξ αὐτῶν δὲ φανερὸν ἐν πάντεσσι τοῖς σχημάτεσσιν,

---

1. τᾷ] τα δε F. 3. δέ] scripsi; δη F, uulgo. 4. ὁμοίως] syllab. ως per comp. F. δειχθήσεται Nizzius. 5. τᾶν] (prim.) των F; corr. Torellius. 6. ἀγμέναν] scripsi; αγμενας F, uulgo; ἀγομένας A*, ed. Basil.; ἀγομέναν Torellius. 13. *MΛ*] *MΠ* FBC*. 15. ἁ] η F; corr. Torellius. 18. τᾶν ἀπό] Torellius; των απο F, uulgo. τᾶς] ταν FC*. 19. ελασσων F; corr. Torellius. ὑπὸ τῶν] Torellius; υπο ταν F, uulgo. περιεχομενα F; corr. Torellius. 23. ἁ ἐλάσσων] scripsi; ἁ

Γ ad $B\Delta$ perpendicularis, et HN lineae $A\Gamma$ parallela tionem coni acutianguli in N puncto contingens. atur autem etiam $M\Delta$ per X punctum lineae $A\Gamma$ rallela. itaque eodem modo, quo antea[1]), demonabitur, quadrata linearum a sectione [circum $A\Gamma$ eripta] ad $A\Gamma$ perpendicularium ductarum ad rectgula partibus lineae $A\Gamma$ [ab ipsis effectis] comhensa eandem rationem habere, quam BT^2 ad TN^2. c igitur adparet, sectionem esse coni acutianguli secnem, cuius [altera] diametrus sit $\Gamma\Delta$ [Apollon. I, 21]. maiorem diametrum eam esse, demonstrandum est. enim $\Pi X \times XP : MX \times X\Delta = BT^2 : NT^2$, quom ΠP, $M\Delta$ lineis contingentibus parallelae sunt rop. 3]. sed $\Pi X \times XP < MX \times X\Delta$, quia

$$X\Pi < X\Delta.^{2)}$$

re etiam $BT^2 < TN^2$. itaque etiam quadrata linem a sectione ad $A\Gamma$ lineam perpendicularium ducrum minora sunt rectangulis partibus lineae $A\Gamma$ mprehensis. adparet igitur, $\Gamma\Delta$ maiorem esse diaetrum.[3])

Si sphaeroides latum plano secatur, cetera eadem unt, sed linea intra sphaeroides comprehensa minor ametrus erit.

Inde adparet, in omnibus figuris[4]), si planis paral-

1) P. 346, 16 sq.; p. 350, 12 sq.

2) Nam $X\Pi = XP$, $XM = X\Delta$, et diametrus minor omnium nearum per centrum ductarum minima est.

3) Nam etiam quadratum dimidii alterius axis minus est uarta parte quadrati lineae $A\Gamma$; cfr. p. 353 not. 2.

4) H. e. et conoidibus et sphaeroidibus.

om. F, uulgo. 25. πασι F, uulgo. τοῖς] τοι F. σχημασιν F.

ὅτι, εἴ κα παραλλήλοις ἐπιπέδοις τμαθῇ, αἱ αὐτῶν τομαὶ ὁμοίαι ἐσσοῦνται. τὰ γὰρ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν καθέτων ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων τοὺς αὐτοὺς λόγους ἑξοῦντι.

ιε΄.

Ἐν τῷ ὀρθογωνίῳ κωνοειδεῖ ἀπὸ παντὸς ὁτουοῦν σαμείου τῶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κωνοειδέος τᾶν ἀγομέναν εὐθειᾶν παρὰ τὸν ἄξονα αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγομέναι, ἐφ᾽ ἅ ἐντι τὰ κυρτὰ αὐτοῦ, ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ κωνοειδέος, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός.

ἀχθέντος γὰρ ἐπιπέδου διά τε τοῦ ἄξονος καὶ τοῦ σαμείου, ἀφ᾽ οὗ ἁ παράλληλος ἀγέται τῷ ἄξονι, ἁ τομὰ ἐσσείται ὀρθογωνίου κώνου τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ὁ ἄξων τοῦ κωνοειδέος. ἐν δὲ τᾷ τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾷ ἀπὸ παντὸς σαμείου τοῦ ἐπὶ τᾶς τομᾶς ἀγομέναν παρὰ τὰν διάμετρον εὐθειᾶν αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγομέναι, ἐφ᾽ ἅ ἐντι τὰ κυρτὰ αὐτᾶς, ἐκτὸς πίπτοντι, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός. δῆλον οὖν τὸ προτεθέν.

Ἐν τῷ ἀμβλυγωνίῳ κωνοειδεῖ ἀπὸ παντὸς σαμείου τῶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ τᾶν ἀγομέναν εὐθειᾶν παρά τινα γραμμάν, ἅ ἐστιν ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγμένα διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγομέναι, ἐφ᾽ ἅ ἐντι τὰ κυρτὰ αὐτοῦ, ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ κωνοειδέος, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός.

---

2. τὰ ἀπό] ταν απο F; corr. Torellius. 3. τᾶν] Torellius; των F, uulgo. 5. ιϛ΄ Torellius. 10. κονοειδεος F. 12. παράλλαλος ed. Basil., Torellius (non BC*). ἁ τομά] scripsi; τομα F, uulgo. 16. τᾶν ἀγομέναν Torellius. 17. αὐτᾶς] αυτη F; corr. Torellius. 18. πιπτωντι F. 22.

entur, sectiones earum similes futuras esse. adrata perpendicularium ad rectangula partibus ri] comprehensa easdem rationes habebunt.[1])

XV.

In conoide rectangulo earum linearum, quae a quocto in superficie conoidis posito axi parallelae ur, eae, quae in eandem partem ducuntur, in conuexa eius pars, extra conoides cadent, quae alteram partem ducuntur, intra.

enim planum ducitur simul per axem et per id n, unde ducitur linea axi parallela, sectio erit ctanguli sectio [prop. 11, a], diametrus autem is conoidis. sed in sectione coni rectanguli linearum, quae a quouis puncto sectionis diaparallelae ducuntur, eae, quae in eandem partem ur, in qua est pars eius conuexa, extra [sectionem] quae uero in alteram partem ducuntur, intra. igitur propositum.

In conoide obtusiangulo earum linearum, quae a puncto in superficie eius posito ducuntur parlineae, quae in conoide per uerticem coni cocomprehendentis ducta est, eae, quae in eandem n ducuntur, in qua est pars eius conuexa, extra les cadent, quae uero in alteram partem du-r, intra.

---

1) Eam enim habebunt rationem, quam $BT^2 : TN^2$ (prop. 14); tum u. p. 327 not. 2.

] scripsi; αγομενας F, uulgo; ἀγομένα Torellius. 23. τό] corr. BC.

ἀχθέντος γὰρ ἐπιπέδου διά τε τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγομένας διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς καὶ διὰ τοῦ σαμείου, ἀφ' οὗ ἀγέται ἁ ἐς αὐτό, ἁ τομὰ ἐσσείται ἀμβλυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγομένα. ἐν δὲ τᾷ τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾷ ἀπὸ παντὸς σαμείου τοῦ ἐπὶ τᾶς τομᾶς τᾶν ἀγομέναν εὐθειᾶν παρὰ τὰν οὕτως ἀγμέναν γραμμὰν αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγομέναι, ἐφ' ἅ ἐστιν αὐτᾶς τὰ κυρτά, ἐκτὸς πίπτοντι, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός.

Εἴ κα τῶν κωνοειδέων σχημάτων ἐπίπεδον ἐφαπτήται μὴ τέμνον τὸ κωνοειδές, καθ' ἓν μόνον ἁψέται σαμεῖον, καὶ τὸ διὰ τᾶς ἁφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν ὀρθὸν ἐσσείται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον.

ἐφαπτέσθω γάρ, εἰ δυνατόν, κατὰ πλείονα σαμεῖα. λαφθέντων δὴ δύο σαμείων, καθ' ἃ ἁπτέται τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον τοῦ κωνοειδέος, καὶ ἀφ' ἑκατέρου παρὰ τὸν ἄξονα εὐθειᾶν ἀχθεισᾶν ἀπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν παρὰ τὸν ἄξονα ἐπίπεδον ἐκβληθὲν ἤτοι διὰ τοῦ ἄξονος ἢ παρὰ τὸν ἄξονα ἐσσείται ἀγμένον. ὥστε τὰν τομὰν ποιήσει κώνου τομάν, καὶ τὰ σαμεῖα ἐσσοῦνται ἐν τᾷ τοῦ κώνου τομᾷ, ἐπεὶ ἔν τε τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐντὶ καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ. ἁ οὖν μεταξὺ τῶν σαμείων εὐθεῖα ἐντὸς ἐσσείται τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς· ὥστε καὶ τᾶς τοῦ κωνοειδέος ἐπιφανείας ἐντὸς ἐσσείται. ἔστιν δὲ ἁ εὐθεῖα

---

3. *κονοειδες* F. 4. *ἐς αὐτό*] scripsi; *εσαυτα* F, uulgo; *παρ' αὐτάν* Nizzius; „aequidistans illi“ Cr. 7. *τομᾷ*] *του* F; corr. Torellius. 12. *εφαπτεται* F; corr. Torellius. 17. *δή*] scripsi; *δε* F, uulgo; „igitur“ Cr. 19. *ἀπό*] scripsi; *απο δε* F, uulgo. 20. *παρά*] *τᾶν παρά?* 22. *σαμεῖα*] *σα-* supra m. 1 F. 23. *ἐπεί*] Nizzius; *επει ουν* F, uulgo.

nam si planum ducitur simul per lineam, quae in oide per uerticem coni conoides comprehendentis itur, et per punctum, unde ducitur linea conoidi adata, sectio erit coni obtusianguli sectio, et diametrus linea in conoide a uertice coni ducta [prop. 11, b]. in sectione coni obtusianguli earum linearum, quae quouis puncto sectionis lineae ita ductae parallelae untur, eae, quae in eandem partem ducuntur, in qua eius conuexa est, extra [sectionem] cadunt, quae o in alteram, intra.

c) Si planum figuras conoideôn contingit conoides secans, in uno solo puncto tanget, et planum punctum contactus et axem ductum ad planum tingens perpendiculare erit.

contingat enim, si fieri potest, in pluribus punctis. ptis igitur duobus punctis, in quibus planum tingens conoides tangat, et ab utroque lineis axi llelis ductis, planum per lineas axi parallelas[1]) tum aut per axem aut axi parallelum ductum erit.[2]) re sectio coni erit sectio [prop. 11], et puncta in i sectione erunt, quoniam et in superficie [conoidis] t et in plano. itaque linea puncta iungens intra coni tionem erit.[3]) quare etiam intra superficiem conoidis it. sed ea ipsa linea in plano contingenti est, quia iam puncta in eo sunt. itaque quaedam pars plani

1) Adparet, iungendum esse lin. 19. 20: *τᾶν ἀχθεισᾶν παρὰ τὸν ἄξονα* ɔ: *τᾶν παρὰ τὸν ἄξονα ἀχθεισᾶν*; sed fortasse scribendum: *τᾶν παρά*.

2) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 17.

3) Apollon. con. I, 10.

αὐτὰ ἐν τῷ ἐπιψαύοντι ἐπιπέδῳ, διότι καὶ τὰ σαμεῖα τοῦ ἄρα ἐπιψαύοντος ἐπιπέδου ἐσσεῖταί τι ἐντὸς τοῦ κωνοειδέος· ὅπερ ἀδύνατον. ὑπέκειτο γὰρ μὴ τέμνειν. καθ' ἓν ἄρα μόνον ἅψεται σαμεῖον. ὅτι δὲ καὶ τὸ διὰ τᾶς ἁφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν ὀρθὸν ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον, εἰ κατὰ τὰν κορυφὰν τοῦ κωνοειδέος ἐφαπτέται, δῆλον. ἀχθέντων γὰρ διὰ τοῦ ἄξονος δύο ἐπιπέδων τοῦ κωνοειδέος αἱ τομαὶ ἐσσοῦνται κώνων τομαὶ διάμετρον ἐχούσαι τὸν ἄξονα, τοῦ δὲ ἐπιψαύοντος ἐπιπέδου [αἱ] εὐθείαι ἐπιψαυούσαι τᾶν τῶν κώνων τομᾶν κατὰ τὸ πέρας τᾶς διαμέτρου. αἱ δὲ εὐθείαι αἱ ἐπιψαυούσαι τᾶν τῶν κώνων τομᾶν κατὰ τὸ πέρας τᾶς διαμέτρου ὀρθὰς ποιοῦντι γωνίας ποτὶ τὰν διάμετρον. ἐσσοῦνται οὖν ἐν τῷ ἐπιψαύοντι ἐπιπέδῳ δύο εὐθείαι ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. ὀρθὸν οὖν ἐσσεῖται ποτὶ τὸν ἄξονα τὸ ἐπίπεδον, ὥστε καὶ ποτὶ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος. ἀλλὰ ἔστω μὴ κατὰ τὰν κορυφὰν τοῦ κωνοειδέος ἐπιψαῦον τὸ ἐπίπεδον. ἄχθω δὴ ἐπίπεδον διὰ τᾶς ἁφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος. καὶ τοῦ μὲν κωνοειδέος τομὰ ἔστω ἁ $AB\Gamma$ κώνου τομά, ἄξων δὲ ἔστω καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἁ $B\Delta$, τοῦ δὲ ἐπιψαύοντος ἐπιπέδου τομὰ ἔστω ἁ $E\Theta Z$ εὐθεῖα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς ἁπτομένα κατὰ τὸ Θ. ἀπὸ δὲ τοῦ Θ

6. εἰ] om. F; corr. Torellius. 7. ἐφάπτηται Torellius.

ntis intra conoides erit. quod fieri non potest. ppositum est, planum non secare. in uno olo puncto continget. planum autem per punctactus et axem ductum perpendiculare ad plantingens fore, statim adparet, si in uertice contingit. ductis enim per axem duobus planis s conoidis erunt conorum sectiones diametrum s axem [prop. 11], sectiones uero plani conis lineae sectiones conorum in termino diametri entes. lineae autem sectiones conorum in teriametri contingentes cum diametro rectos anfaciunt.[1]) itaque in plano contingenti duae ad axem perpendiculares erunt. quare planum d axem perpendiculare erit [Eucl. XI, 4]; quare ad planum per axem positum [Eucl. XI, 18]. num ne in uertice conoidis contingat. ducatur planum per punctum contactus et axem. et conoidis sit $AB\Gamma$ coni sectio [prop. 11, a—b], tem et diametrus sectionis sit $B\Delta$. plani uero entis sectio sit linea $E\Theta Z$ sectionem coni in cto tangens. et a Θ puncto ducatur linea ΘK

[1] Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 47 nr. 4.

κωνοειδέος] τοῦ μὲν κων.? εσουνται F. 9. κονων 0. αἵ] deleo. 11. αἵ δὲ εὐθεῖαι usque ad τᾶς διαμέτρου ego suppleui; om. F, uulgo. 14. εσουνται F. 16. (alt.) προς per comp. F; corr. Torellius. 24. $AB\Gamma$] lus; $B\Gamma$ F, uulgo.

κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν ΒΔ ἁ ΘΚ, καὶ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα. ποιήσει δὴ τοῦτο τὰν τομὰν κύκλον, οὗ κέντρον τὸ Κ. ἁ δὲ τομὰ τούτου τοῦ ἐπιπέδου καὶ τοῦ ἐπιψαύοντος ἐσσεῖται ἐπιψαύουσα τοῦ κύκλου. ὀρθὰς ἄρα ποιήσει γωνίας ποτὶ τὰν ΘΚ. ὥστ' ὀρθὰ ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν ᾧ ἐντι αἱ ΚΘ, ΒΔ. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστι ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον, ἐπεὶ καὶ αἱ ἐν αὐτῷ εὐθεῖαι.

ιϛ'.

Εἴ κα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτερονοῦν ἐπίπεδον ἁπτήται μὴ τέμνον τὸ σχῆμα, καθ' ἓν μόνον ἅψεται σαμεῖον, καὶ τὸ διὰ τᾶς ἁφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν ὀρθὸν ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον.

ἁπτέσθω γὰρ κατὰ πλείονα σαμεῖα. λαφθέντων δὴ τῶν σαμείων, καθ' ἃ ἁπτέται τὸ ἐπίπεδον τοῦ σφαιροειδέος, καὶ ἀφ' ἑκατέρου αὐτῶν παρὰ τὸν ἄξονα εὐθειᾶν ἀχθεισᾶν καὶ διὰ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐπιπέδου ἐκβληθέντος ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά, καὶ τὰ σαμεῖα ἐσσοῦνται ἐν τᾷ τοῦ κώνου τομᾷ. ἁ οὖν μεταξὺ τῶν σαμείων εὐθεῖα ἐντὸς ἐσσεῖται τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς. ὥστε καὶ τᾶς τοῦ σφαιροειδέος ἐπιφανείας ἐντὸς ἐσσεῖται. ἔστιν δὲ ἁ εὐθεῖα ἐν τῷ ἐπιψαύοντι ἐπιπέδῳ, διότι καὶ τὰ σαμεῖα. τοῦ οὖν ἐπιψαύοντος ἐπιπέδου ἐσσεῖταί τι ἐντὸς τοῦ σφαιρο-

2. ποτί] scripsi; επι F, uulgo; u. Philol. Samfd. Mindeskrift. Haun. 1879 p. 19. δή] scripsi; δε F, uulgo. 7. τό, ἐν] τω, εν F; corr. C. ὅτι] ὅτι καί A (non BC*), ed. Basil., Torellius. 10. ιζ' Torellius. 11. ὁποτερονοῦν] scripsi; οποτερονουν F, uulgo. 17. δή] scripsi; δε F, uulgo. τῶν]

ad $B\Delta$ perpendicularis, et [in ea] planum erigatur ad axem perpendiculare. hoc igitur sectionem circulum faciet, cuius centrum sit K [prop. 11, a—b]. sectio autem huius plani et plani contingentis circulum continget. itaque cum ΘK rectos angulos faciet [Eucl. III, 18]. quare ad planum, in quo sunt lineae $K\Theta$, $B\Delta$, perpendicularis erit [Eucl. XI def. 4]. adparet igitur, planum contingens ad idem planum perpendiculare esse, quoniam etiam lineae in eo positae [ad idem planum perpendiculares sunt. Eucl. XI, 18].

XVI.

a) Si planum utramuis figurarum sphaeroideôn tangit non secans figuram, in uno solo puncto tanget, et planum per punctum contactus et axem ductum ad planum contingens perpendiculare erit.[1])

tangat enim in pluribus punctis. sumptis igitur punctis, in quibus planum sphaeroides tangit, et ab utroque eorum lineis axi parallelis ductis et per ductas lineas plano posito sectio erit coni acutianguli sectio [prop. 11, c], et puncta in coni sectione erunt. itaque linea puncta iungens intra coni sectionem erit [Apollon. I, 10]. quare etiam intra superficiem conoidis erit. ea autem linea in plano contingenti est, quia etiam puncta [in eo sunt]. itaque pars quaedam plani contingentis intra sphaeroides erit. at non est; nam

1) Praef. p. 282, 16: ὅτι δὲ τὰ ἐπιψαύοντα ἐπίπεδα τοῦ σφαιροειδέος καθ᾽ ἓν μόνον ἁπτόνται σαμεῖον τᾶς ἐπιφανείας αὐτοῦ.

δύο Nizzius, fort. recte. 19. ευθειαι αχθωσιν F; corr. Torellius. των αχθεισων F; corr. Torellius.

ειδέος. οὔκ ἐστιν δέ. ὑπέκειτο γὰρ μὴ τέμνειν. δῆλον οὖν, ὅτι καθ' ἓν σαμεῖον μόνον ἅψεται. ὅτι δὲ τὸ διὰ τᾶς ἁφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν ὀρθὸν ἐσσείται ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐπιψαῦον, ὁμοίως τοῖς περὶ τῶν κωνοειδέων σχημάτων δειξοῦμες.

Εἴ κα τῶν κωνοειδέων ἢ τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποιονοῦν ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ τᾶς γενομένας τομᾶς ἐπιψαύουσά τις ἀχθῇ εὐθεῖα, καὶ διὰ τᾶς ἐπιψαυούσας ἐπίπεδον ἀνασταθῇ ὀρθὸν ποτὶ τὸ τέμνον, ἐπιψαύει τοῦ σχήματος κατὰ τὸ αὐτὸ σαμεῖον, καθ' ὃ καὶ ἁ εὐθεῖα ἐπιψαύει τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς.

οὐ γὰρ ἅψεται κατ' ἄλλο σαμεῖον τᾶς ἐπιφανείας αὐτοῦ. εἰ δὲ μή, ἁ ἀπὸ τοῦ σαμείου κάθετος ἀγομένα ἐπὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον πεσείται ἐκτὸς τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς. ἐπὶ γὰρ τὰν ἐπιψαύουσαν πεσείται, ἐπεὶ ὀρθὰ ποτ' ἄλλαλά ἐντι τὰ ἐπίπεδα. ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γάρ, ὅτι ἐντὸς πεσείται.

Εἴ κα τῶν σφαιροειδέων τινὸς σχημάτων δύο ἐπίπεδα παράλληλα ἐπιψαύωντι, ἁ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα διὰ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος πορευσέται.

εἰ μὲν οὖν κα ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι τὰ ἐπίπεδα ἔωντι, δῆλον. ἀλλ' ἔστω μὴ ποτ' ὀρθάς. τὸ δὴ ἐπίπεδον τὸ ἀχθὲν διὰ τοῦ ἄξονος καὶ τᾶς ἁφᾶς τᾶς ἑτέρας ὀρθὸν ἐσσείται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον. ὥστε καὶ ποτὶ τὸ παράλληλον αὐτῷ. ἀναγκαῖον ἄρα

1. τέμνον B. 5. δειξοῦμες] om. F; suppleuit Torellius; „et in hoc demonstrabimus" Cr. 6. τῶν κωνοειδέων ἤ] om. F; suppleuit Barrowius. 10. ἐπιψαύσει Torellius. 11. ἁ] η F; corr. Torellius, ut etiam lin. 14. 13. ἄλλο] αλλο συ FC*; fort. ἄλλο τι. 15. ἐκτός] εντος F; corr. Commandinus. 17. ἐντι τά] scripsi; εωντι F, uulgo. 18. ιη´ Torellius. 20.

suppositum est, id non secare. adparet igitur, in uno solo puncto [planum] tacturum esse. planum autem per punctum contactus et axem positum ad planum contingens perpendiculare futurum esse, eodem modo, quo in figuris conoidibus, demonstrabimus [p. 360, 4 sq.].

b) Si quaeuis figurarum conoideôn uel sphaeroideôn plano per axem posito secatur, et sectionem inde ortam contingens linea ducitur, et in linea contingenti planum erigitur ad secans planum perpendiculare, figuram in eodem puncto contingit, in quo linea illa coni sectionem contingit.

neque enim in alio puncto superficiei eius tanget. si minus, linea a puncto illo ad planum secans perpendicularis ducta extra coni sectionem cadet. nam in lineam contingentem cadet, quoniam plana inter se perpendicularia sunt.[1]) quod fieri non potest. nam demonstratum est, intra [coni sectionem] eam casuram esse [prop. 11, d].

c) Si duo plana parallela quamuis figurarum sphaeroideôn contingunt, linea puncta contactus iungens per centrum sphaeroidis ibit [cfr. p. 282, 18]. — si primum plana ad axem perpendicularia sunt, adparet.[2]) sint uero ne perpendicularia. itaque planum

---

1) Nam linea a puncto illo contactus ad lineam contingentem perpendicularis ad planum secans perpendicularis erit (Eucl. XI def. 4), nec ab eodem puncto duae lineae ad idem planum perpendiculares ducuntur.

2) Tum enim in terminis diametri contingunt (cfr. p. 360 11 sq.).

ἐπιψανόντι] scripsi; επιψανοντι F, uulgo. 22. εἰ] Nizzius; ὅτι per comp. F, uulgo. κα ποτ'] scripsi; κατ' F, uulgo. 25. ποτί] V; προς F (per comp.) A, BC*; ἐπί D.

τὸ αὐτὸ εἶμεν ἐπίπεδον τὸ διὰ τοῦ ἄξονος καὶ ἑκατέραν τᾶν ἁφᾶν ἀγμένον. εἰ δὲ μή, ἐσσοῦνται δύο ἐπίπεδα ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον ὀρθὰ διὰ τᾶς αὐτᾶς γραμμᾶς ἀγμένα οὐκ ἐούσας ὀρθᾶς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον. ὑπέκειτο γὰρ ὁ ἄξων μὴ εἶμεν ὀρθὸς ποτὶ τὰ παράλληλα ἐπίπεδα. ἐν τῷ αὐτῷ ἄρα ἐσσοῦνται ἐπιπέδῳ ὅ τε ἄξων καὶ αἱ ἁφαί, καὶ τετμακὸς ἐσσεῖται τὸ σφαιροειδὲς διὰ τοῦ ἄξονος. ἁ οὖν τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά, αἱ δὲ τῶν ἐπιψαυόντων ἐπιπέδων τομαὶ παραλλήλοι ἐσσοῦνται καὶ ἐπιψαυοῦσαι τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὰς ἁφὰς τῶν ἐπιπέδων. εἰ δέ κα δύο εὐθεῖαι ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐπιψαύωντι παραλλήλοι ἐοῦσαι, τό τε κέντρον τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς καὶ αἱ ἁφαὶ ἐπ' εὐθείας ἐσσοῦνται.

ιζʹ.

Εἴ κα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτερουοῦν δύο παράλληλα ἐπίπεδα ἀχθῇ ἐπιψαύοντα, ἀχθῇ δέ τι ἐπίπεδον διὰ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος παρὰ τὰ ἐπιψαύοντα, αἱ διὰ τᾶς γενομένας τομᾶς ἀγομέναι εὐθεῖαι παρὰ τὰν τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύουσαν ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ σφαιροειδέος.

---

3. ορθαν FC*. 7. τετμηκος F; corr. Torellius. 9. ἐπιψαυόντων] scripsi; επιψαυουσων F, uulgo. 10. εσουνται F; corr. Torellius. καί] scripsi; αι F, uulgo. 15. ἐσσοῦνται] scripsi; εωντι F; ἔοντι uulgo. 16. ιθʹ Torellius.

per axem et alterum punctum contactus ductum ad planum contingens perpendiculare erit [p. 362]. quare etiam ad planum ei parallelum [perpendiculare erit].[1] necesse est igitur, planum per axem et utrumque punctum contactus ductum idem esse. nam si minus, duo plana ad idem planum perpendicularia erunt per eandem lineam ducta, quae ad planum perpendicularis non est.[2] suppositum enim est, axem ad plana parallela perpendicularem non esse. itaque et axis et puncta contactus in eodem plano erunt, quod sphaeroides per axem secabit.[3] itaque sectio coni acutianguli erit [prop. 11, c], sectiones autem planorum contingentium parallelae erunt [Eucl. XI, 16] et sectionem coni acutianguli in punctis contactus planorum contingent. sin autem duae lineae parallelae sectionem coni acutianguli contingunt, et centrum sectionis coni acutianguli et puncta contactus in eadem linea recta erunt.[4]

XVII.

Si ducuntur duo plana parallela utramuis figurarum sphaeroideôn contingentia, et per centrum sphaeroidis planum contingentibus parallelum ducitur, lineae per[5] sectionem inde ortam ductae parallelae lineae puncta contactus iungenti extra sphaeroides cadent.

---

1) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 18.

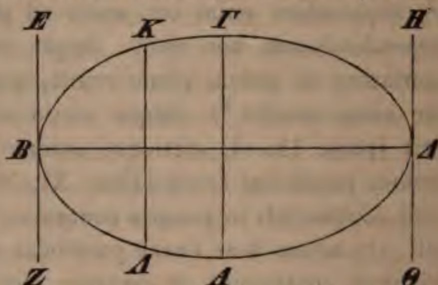
2) Quod fieri non potest; u. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 182 nr. 20.

3) Ad τετμακὸς ἐσσεῖται, quod actiuum est, subiectum est τὸ ἐπίπεδον (in quo et axis et puncta contactus sunt).

4) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 49, nr. 8.

5) διά, non ἀπό, quod exspectaueris, posuit Archimedes, quia lineae illae in utramque partem sectionis producendae sunt.

ὑποκείσθω τὰ εἰρημένα, καὶ λελάφθω τι σαμ ἐπὶ τᾶς γενομένας τομᾶς, διὰ δὲ τοῦ γενομένου μείου καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνυο ἐπίπεδον ἄχθω. τεμεῖ δὴ τοῦτο τό τε σφαιροε καὶ τὰ παράλλαλα ἐπίπεδα. ἔστω οὖν ἁ μὲν σφαιροειδέος τομὰ ἁ $ΑΒΓΔ$ [ὀξυγωνίου] κώνου τ αἱ δὲ τῶν ἐπιπέδων τῶν ψαυόντων τομαὶ αἱ $ΕΖ$,



εὐθεῖαι, τὸ δὲ λαφθὲν σαμεῖον τὸ $Α$, ἁ δὲ τὰς ἁ ἐπιζευγνύουσα ἔστω ἁ $ΒΔ$· πεσεῖται δὲ αὐτὰ διὰ κέντρου· ἁ δὲ τοῖ παραλλήλου ἐπιπέδου τοῖς ἐπιψ όντεσσιν ἐπιπέδοις τομὰ ἁ $ΓΑ$· ἐσσεῖται δὲ αὐτὰ τοῦ κέντρου ἀγμένα, ἐπεὶ καὶ τὸ ἐπίπεδον. ἐπεὶ ἐστιν ἁ $ΑΒΓΔ$ ἤτοι κύκλος ἢ ὀξυγωνίου κώνου τ καὶ ἐπιψαύοντι αὐτᾶς δύο εὐθεῖαι αἱ $ΕΖ$, $ΗΘ$, δὲ τοῦ κέντρου ἄκται παράλληλος αὐταῖς ἁ $ΑΓ$, λον, ὡς αἱ ἀπὸ τῶν $Α$, $Γ$ ἀγομέναι σαμείων παρὰ $ΒΔ$ ἐπιψαύοντι τᾶς τομᾶς καὶ ἐκτὸς πεσοῦνται σφαιροειδέος. — εἰ δέ κα τὸ παράλληλον ἐπίπε τοῖς ἐπιψαυόντεσσιν ἐπιπέδοις μὴ διὰ τοῦ κέν ἀγμένον ᾖ, ὡς τὸ $ΚΛ$, δῆλον, ὡς τᾶν ἀπὸ τᾶς το

2. γενομένου] delet Nizzius. 4. δή] Nizzius; δε F, uu
7. ἐπιψαυόντων? 8. δέ] Nizzius; δη F, uulgo. 9. πι

supposita sint ea, quae diximus, et sumatur punctum aliquod in sectione orta, et per punctum ita sumptum et lineam puncta contactus iungentem planum ducatur. hoc igitur et spharoides et plana parallela secabit. itaque sphaeroidis sectio sit *ΑΒΓΔ* coni [acutianguli][1]) sectio [prop. 11, c], sectiones uero planorum contingentium lineae *ΕΖ*, *ΗΘ*, et punctum sumptum *Α*, et linea puncta contactus iungens sit *ΒΔ*; cadet autem per centrum [prop. 16, c]. plani autem planis contingentibus paralleli sectio sit *ΓΑ* linea; ea autem per centrum ducta erit, quoniam etiam planum [per centrum ductum est]. quare quoniam *ΑΒΓΔ* aut circulus[2]) aut sectio coni acutianguli est [prop. 11, c], et eam contingunt duae lineae *ΕΖ*, *ΗΘ*, et per centrum iis parallela ducta est linea *ΑΓ*, adparet, lineas a punctis *Α*, *Γ* ductas lineae *ΒΔ* parallelas sectionem contingere[3]) et extra sphaeroides casuras esse.

sin planum contingentibus planis parallelum non per centrum ductum est, uelut *ΚΛ*, adparet, linearum

1) Putauerim, *ὀξυγωνίου* lin. 6 delendum esse, cum sequatur lin. 18: *ἤτοι κύκλος ἢ ὀξυγωνίου κώνου τομά*.

2) Hoc fit, ubi plana parallela in terminis diametri sphaeroidis contingunt, et punctum ita sumitur, ut linea ab eo ad id planum perpendicularis, quod per puncta contactus positum est, in ipsam lineam puncta contactus iungentem cadat.

3) Apollon. I, 17; Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 49 nr. 9.

ται] *πορεύσεται* Nizzius. *δέ*] scripsi; *δη* F, uulgo. 10. *επιψανοντεσσι* F. 11. *δέ*] *δὴ* Nizzius. 14. *επιψαυωντι* F; corr. Torellius. *αὐτᾶς*] Torellius cum V; *αυται* F, uulgo. *δύο*] scripsi; *αι δυο* F, uulgo. 17. *ἐπιψαύοντι*] scripsi; *επιψαυωντι* F, uulgo; fort. *ἐπιψαυσοῦντι*. *καί*] om. F; corr. Torellius. 18. *κα*] scripsi; *και* F, uulgo. 19. *επιψανοντεσσι σαμειοις μη* F; corr. Torellius.

ἀγομέναν εὐθειᾶν αἵ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ γενομέναι τῷ ἐλάσσονι τμάματι ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ σφαιροειδέος, αἵ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός.

ιη'.

Πᾶν σχῆμα σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθὲν διὰ τοῦ κέντρου δίχα τεμνέται ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου καὶ αὐτὸ καὶ ἁ ἐπιφάνεια αὐτοῦ.

τετμάσθω γὰρ τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου· ἤτοι δὴ καὶ διὰ τοῦ ἄξονος ἐσσεῖται τετμαμένον ἢ ποτ' ὀρθὰς ἢ μὴ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. εἰ μὲν οὖν διὰ τοῦ ἄξονος τεμνέται ἢ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, δῆλον, ὡς δίχα τεμνέται τε αὐτὸ καὶ ἁ ἐπιφάνεια αὐτοῦ. φανερὸν γάρ, ὅτι ἐφαρμόζει τὸ ἕτερον μέρος αὐτοῦ ἐπὶ τὸ ἕτερον, καὶ ἁ ἐπιφάνεια τοῦ ἑτέρου μέρους ἐπὶ τὰν τοῦ ἑτέρου. — ἀλλ' ἔστω μὴ διὰ τοῦ ἄξονος τετμαμένον μηδὲ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. τμαθέντος δὴ τοῦ σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον διὰ τοῦ ἄξονος αὐτοῦ μὲν τοῦ σχήματος τομὰ ἔστω ἁ $AB\Gamma\Delta$ ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἔστω καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος ἁ $B\Delta$, καὶ κέντρον τὸ Θ, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ τετμα-

---

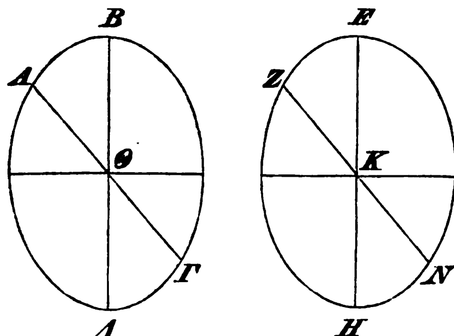
1. ἀγομέναν] scripsi; ταν γενομεναν F, uulgo; τᾶς γενομένας Nizzius. τῷ] scripsi; τω τε F, uulgo. 2. τμάματι] sic F. 4. κ' Torellius. 10. ἢ μὴ ποτ' ὀρθάς] om. F; corr. Torellius; „aut erecto aut non erecto" Cr. 12. τε] scripsi; το F, uulgo; de uerborum ordine cfr. Xenoph. Hellen. III, 4, 3, al. 15. τοῦ ἑτέρου] scripsi; τοῦ om. F, uulgo. 16. μηδὲ] scripsi; μη F; μήτε uulgo.*

sectione ductarum eas, quae in eadem parte sint, in sit minus segmentum, extra sphaeroides casuras e, quae in altera parte sint, intra.

XVIII.

Quaevis figura sphaeroides plano per centrum secta duas partes aequales plano secatur et ipsa et superficies eius.

secetur enim sphaeroides plano per centrum ducto. igitur aut per axem quoque sectum aut plano ad axem pendiculari aut non perpendiculari. iam si per axem plano ad axem perpendiculari secatur, adparet, et am et superficiem eius in duas partes aequales secari. n manifestum est, alteram partem eius alteri congruere, et superficiem alterius partis superficiei alterius. sit autem ne per axem neu plano ad axem perpendiculari sectum. itaque secto sphaeroide per axem no ad secans planum perpendiculari ipsius figurae tio sit $ABΓΔ$ coni acutianguli sectio, diametrus



autem eius et axis sphaeroidis sit $BΔ$, et centrum sit Θ, plani autem per centrum sphaeroides secantis sectio

κότος διὰ τοῦ κέντρου τὸ σφαιροειδὲς ἔστω τομὰ ἁ *ΑΓ* εὐθεῖα. λελάφθω δή τι καὶ ἄλλο σφαιροειδὲς ἴσον καὶ ὁμοῖον τούτῳ, καὶ τμαθέντος αὐτοῦ διὰ τοῦ ἄξονος ἐπιπέδῳ τομὰ ἔστω ἁ *ΕΖΗΝ* ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος ἁ *ΕΗ*, καὶ κέντρον τὸ *Κ*. καὶ διὰ τοῦ *Κ* ἄχθω ἁ *ΖΝ* γωνίαν ποιοῦσα τὰν *Κ* ἴσαν τᾷ *Θ*, ἀπὸ δὲ τᾶς *ΖΝ* ἐπίπεδον ἔστω ἀνεστακὸς ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ *ΕΖΗΝ* τομά. ἐντὶ δὴ δύο ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ αἱ *ΑΒΓΔ*, *ΕΖΗΝ* ἴσαι καὶ ὁμοίαι ἀλλάλαις. ἐφαρμόζοντι οὖν ἐπ' ἀλλάλας, τεθείσας τᾶς *ΕΗ* ἐπὶ τὰν *ΒΔ* καὶ τᾶς *ΖΝ* ἐπὶ τὰν *ΑΓ*. ἐφαρμόζει δὲ καὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατα τὰν *ΝΖ* τῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν *ΑΓ*, ἐπεὶ ἀπὸ τᾶς αὐτᾶς γραμμᾶς ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον ἀμφότερα ὀρθά ἐντι. ἐφαρμόζει οὖν καὶ τὸ τμᾶμα τὸ ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου ἀποτεμνόμενον τοῦ κατὰ τὰν *ΝΖ* ἀπὸ τοῦ σφαιροειδέος τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ *Ε* τῷ ἑτέρῳ τμάματι τῷ ἀποτεμνομένῳ ἀπὸ τοῦ ἑτέρου σφαιροειδέος ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὰν *ΑΓ* ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ *Β*, καὶ τὸ λοιπὸν τμᾶμα ἐπὶ τὸ λοιπόν, καὶ αἱ ἐπιφανείαι τῶν τμαμάτων ἐπὶ τὰς ἐπιφανείας. πάλιν δὲ καὶ τεθείσας τᾶς *ΕΗ* ἐπὶ τὰν *ΒΔ* οὕτως, ὥστε τὸ μὲν *Ε* κατὰ τὸ *Δ* κείσθαι, τὸ δὲ *Η* κατὰ τὸ *Β*, τὰν δὲ μεταξυ τῶν *Ν*, *Ζ* σαμείων γραμμὰν ἐπὶ τὰν μεταξὺ τῶν *Α*, *Γ* σαμείων, δῆλον, ὡς αἵ τε τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ ἐφαρμοξοῦντι ἐπ' ἀλλάλας, καὶ τὸ μὲν *Ζ* ἐπὶ τὸ *Γ* πεσείται, τὸ δὲ *Ν* ἐπὶ τὸ *Α*. ὁμοίως καὶ τὸ ἐπίπεδον

---

1. τὸ σφαιροειδές] scripsi; τον σφαιροειδες FC*; τοῦ σφαιροειδέος uulgo. 7. *ΖΝ*] *ΖΗ* F. 9. δὴ δύο] scripsi; δια των F, uulgo; δὴ τῶν Torellius. 11. ἀλλάλαις] Torellius;

linea $A\Gamma$. sumatur igitur etiam aliud sphaeroides ic aequale et simile, et secto eo plano per axem sito sectio sit $EZHN$ coni acutianguli sectio, diatrus autem eius et axis sphaeroidis EH [prop. 11, c] centrum K. et per K ducatur ZN angulum K qualem faciens angulo Θ, et in ZN planum erigatur id planum perpendiculare, in quo est sectio $EZHN$. que duae sectiones conorum acutiangulorum sunt ter se aequales et similes $AB\Gamma\Delta$, $EZHN$. quare ter se congruunt, linea EH in $B\Delta$ linea posita et ea ZN in $A\Gamma$. et etiam planum in NZ linea potum plano in linea $A\Gamma$ posito congruit, quoniam umque ab eadem linea ad idem planum perpendilare est [p. 367 not. 2]. quare etiam segmentum no in linea NZ posito a sphaeroide abscisum in dem parte positum, in quo est E punctum, alteri gmento congruit ab altero sphaeroide plano in linea Γ posito absciso in eadem parte, in qua est B nctum, et reliquum segmentum reliquo, et superies segmentorum inter se. rursus autem etiam linea H in linea $B\Delta$ ita posita, ut E punctum in Δ potur, H autem in B, linea autem N, Z puncta iungens a linea puncta A, Γ iungenti, adparet fore, ut et ctiones conorum acutiangulorum inter se congruant, Z punctum in Γ cadat, et N punctum in A. eodem

---

λληλαις F, uulgo. εφαρμοζωντι F; corr. Torellius. αλλας F; corr. Torellius. 12. τᾶς ZN] α ZN F; corr. Torellius. 13. τω κατα F. 15. ποτί] ὀρθὰ ποτί Nizzius. ὀρθά] scripsi; om. F, uulgo. 18. τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ E] scripsi; το επι τας F, uulgo; τὰ αὐτὰ τῷ E, τὸ ἐπὶ τᾶς Torellius; τὰ αὐτὰ τῷ E Nizzius. αποτεμνωμενω F. 21. αἱ ἐπιφανείαι] Torellius; ἁ επιφανεια F, uulgo. 27. ἐφαρμοξοῦντι] scripsi; εφαρμοζουντι F, uulgo.

τὸ κατὰ τὰν ΝΖ ἐφαρμόζει τῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν ΑΓ, καὶ τῶν τμαμάτων τῶν ἀποτεμνομένων ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὰν ΝΖ τὸ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Η ἐφαρμόζει τῷ τμάματι τῷ ἀποτεμνομένῳ ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὰν ΑΓ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β, τὸ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Ε τῷ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Δ. ἐπεὶ δὲ τὸ αὐτὸ τμᾶμα ἐφ' ἑκάτερον τῶν τμαμάτων ἐφαρμόζει, δῆλον, ὅτι ἴσα ἐντὶ τὰ τμάματα· διὰ ταὐτὰ δὲ καὶ αἱ ἐπιφανεῖαι.

ιθ'.

Τμάματος δοθέντος ὁποτερουοῦν τῶν κωνοειδέων ἀποτετμαμένου ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἢ τῶν σφαιροειδέων ὁποτερουοῦν μὴ μείζονος ἡμίσους τοῦ σφαιροειδέος ὁμοίως ἀποτεμνομένου δυνατόν ἐστι σχῆμα στερεὸν ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περιγράψαι ἐκ κυλίνδρων ἴσον ὕψος ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφόμενον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ἐλάσσονι ὑπερέχειν παντὸς τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος.

δεδόσθω τμᾶμα, οἷόν ἐστι τὸ ΑΒΓ. τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ μὲν τμάματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓκώνου τομά, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμακότος τὸ τμᾶμα ἁ ΑΓ εὐθεῖα. ἄξων δὲ ἔστω τοῦ τμάματος καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἁ ΒΔ. ἐπεὶ οὖν ὑποκεῖται τὸ ἀποτέμνον ἐπίπεδον ὀρθὸν εἶμεν ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ κύκλος ἐστί, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἁ ΓΑ. ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων τὸν

---

1. *το κατα* F. 6. *το* Ε F. *το* Δ F. 7. *ἐφ' ἑκάτερον*] scripsi; *εκατερον* F, uulgo; *ἑκατέρῳ* Torellius. 8. *τὰ αὐτά* B. *αἱ*] *ἁ* F. 10. *κα'* Torellius. 13. *ἡμίσεος*? 14. *ἐστι*] scripsi; *εσται* F, uulgo. *σχῆμα*] Barrowius; *τμαμα* F, uulgo. 16. *ἐχόντων συγκείμενον*] *εχοντων των* (comp.) *συγκειμενον* F;

modo etiam planum in linea NZ positum plano in $A\Gamma$ posito congruit, et ex segmentis plano in NZ posito abscisis id, quod in eadem parte est, in qua punctum H, congruit segmento plano in $A\Gamma$ posito absciso in eadem parte, in qua B, praeterea quod in eadem parte est, in qua est punctum E, ei, quod in eadem parte est, in qua Δ. et quoniam idem segmentum utrique segmento congruit, adparet, segmenta aequalia esse, et eadem de causa etiam superficies.

XIX.

Dato segmento utriusuis conoideôn absciso plano ad axem perpendiculari, uel segmento utriusuis sphaeroideôn non maiore, quam dimidia pars sphaeroidis est, eodem modo absciso fieri potest, ut figura solida inscribatur, et alia circumscribatur ex cylindris altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta inscriptam excedat spatio minore, quam quaeuis data magnitudo solida est.

datum sit segmentum, quale est $AB\Gamma$. et secto eo plano per axem posito segmenti sectio sit $AB\Gamma$ coni sectio [prop. 11], plani uero segmentum abscindentis linea $A\Gamma$. axis autem segmenti et diametrus sectionis sit $B\Delta$. iam quoniam suppositum est, planum abscindens ad axem perpendiculare esse, sectio circulus est, et diametrus eius ΓA [prop. 11]. in hoc autem circulo cylindrus construatur axem habens $B\Delta$.

corr. Barrowius. 20. τοῦ μέν] scripsi; om. F, uulgo. τομά] τομας F; corr. ed, Basil.* 21. αποτετμηκωτος F, ἀποτετμηκότος ceteri codd., ἀποτέμνοντος ed. Basil., Torellius. 24. ποτί] scripsi; επι F, uulgo; u. not. crit. p. 362, 2. 26. τόν] τάν Nizzius.

ΒΔ. πεσεῖται δὲ ἁ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἐκτὸς τοῦ τμάματος, ἐπεί ἐστιν ἤτοι κωνοειδὲς ἢ σφαιροειδὲς μὴ μεῖζον τοῦ ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος. τοῦ δὴ κυλίνδρου τούτου ἀεὶ δίχα τεμνομένου ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἐσσεῖται ποτὲ τὸ καταλειπόμενον ἔλασσον τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. ἔστω δὴ τὸ καταλελειμμένον ἀπ' αὐτοῦ κύλινδρος ὁ ἔχων βάσιν τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν *ΑΓ*, ἄξονα δὲ τὸν *ΕΔ* ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. διαιρήσθω δὴ ἁ *ΒΔ* ἐς τὰς ἴσας τᾷ *ΕΔ* κατὰ τὰ *Ρ*, *Ο*, *Π*, *Ξ*, καὶ ἀπὸ τᾶν διαιρεσίων ἄχθων εὐθεῖαι παρὰ τὰν *ΑΓ* ἔστε ποτὶ τὰν τοῦ κώνου τομάν, ἀπὸ δὲ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐπίπεδα ἀνεστακέτω ὀρθὰ ποτὶ τὰν *ΒΔ*. ἐσσοῦνται δὴ αἱ τομαὶ κύκλοι τὰ κέντρα ἐχόντες ἐπὶ τᾶς *ΒΔ*. ἀφ' ἑκάστου δὴ τῶν κύκλων δύο κυλίνδροι ἀναγεγράφθων, ἑκάτερος ἔχων ἄξονα ἴσον τῷ *ΕΔ*, ὁ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τοῦ κύκλου, ἐφ' ἅ ἐστι τὸ *Δ*, ὁ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτά, ἐφ' ἅ ἐστι τὸ *Β*. ἐσσεῖται δή τι ἐν τῷ τμάματι σχῆμα στερεὸν ἐγγεγραμμένον ἐκ τῶν κυλίνδρων συγκείμενον τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀναγραφέντων, ἐφ' ἅ ἐστι τὸ *Δ*, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ἐκ τῶν κυλίνδρων συγκείμενον τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀναγραφέντων, ἐφ' ἃ τὸ *Β* ἐστιν. λοιπὸν δέ ἐστι δεῖξαι, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου ὑπερέχει ἐλάσσονι

---

2. ἐστιν] εστιν (comp.) δε F; corr. Torellius. 3. ημισεως F; corr. Torellius. 6. δή] scripsi; δε F, uulgo. καταλελιμμενον F. 7. ὁ] om. AB, ed. Basil., Torellius. 9. ελασσον F; corr. Torellius. διαιρεισθω F. 10. τᾶ] τας F; corr. Torellius. 11. διαιρεσεων F, uulgo. 12. ἔστε] ἔσται (per comp.) F, uulgo; corr. Torellius. 14. εσουνται F. 16. αναγεγραφθω puncto addito F; corr. Torellius. 17. κύκλου] scripsi, collata p. 384, 17; κυλινδρου F, uulgo. 19. στερεόν] στερεον εκ των (comp.) F. 21. ἐκ] συγκειμενον εκτε F, uulgo;

superficies autem eius extra segmentum cadet, quoniam est aut conoides aut sphaeroides [segmentum][1]) non maius dimidia parte [totius] sphaeroidis [prop. 15, a—b; prop. 17]. hoc igitur cylindro semper deinceps in duas partes aequales diuiso planis ad axem perpendicularibus, aliquando quod relinquitur, minus erit data magnitudine solida. itaque quod ex eo relinquitur, sit cylindrus basim habens circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, axem autem $E\Delta$, [qui] minor [sit][2]) data magnitudine solida. diuidatur igitur linea $B\Delta$ in lineas lineae $E\Delta$ aequales in punctis P, O, Π, Ξ[3]), et a punctis diuisionis lineae ducantur lineae $A\Gamma$ parallelae usque ad sectionem coni, et in ductis lineis plana erigantur ad lineam $B\Delta$ perpendicularia. sectiones igitur circuli erunt centra habentes in linea $B\Delta$. in singulis igitur circulis bini cylindri construantur uterque axem lineae $E\Delta$ aequalem habentes, alter in eadem parte circuli, in qua est Δ punctum, alter in eadem, in qua B. ergo in segmento figura quaedam solida inscripta erit ex cylindris composita in eandem partem constructis, in qua est punctum Δ, et alia circumscripta ex cylindris composita in

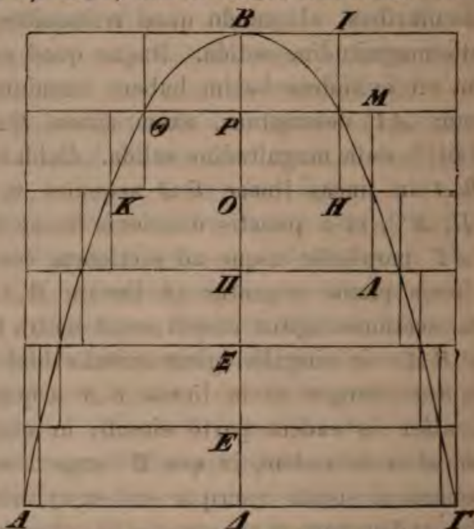
1) Ad κωνοειδές et σφαιροειδές lin. 2 auditur: τμᾶμα.

2) Fortasse retineri potest ἔλασσον lin. 9 ad τὸ καταλελειμμένον lin. 7 relatum.

3) Figura ita comparata esse debebat, ut numerus partium lineae $B\Delta$ per quattuor diuidi posset, quia cylindrus „semper deinceps in duas partes aequales diuisa“ esse fingitur (lin. 3 sq.).

συγκείμενον om. B, τε deleui. 22. συγκείμενον] recepi ex F; om. C, ed. Basil., Torellius. 23. Post ἐφ᾽ ἃ in F repetuntur haec: το Δ και (per compendium simillimum compendio ἴσον) ἄλλο περιγεγραμμενον συγκειμενον εκ τε των κυλινδρων τῶν επι τα αυτα αναγραφεντων εφ᾽ α; corr. C. ἐστιν] comp. F. ἐστι] comp. F; om. AB, ed. Basil., Torellius.

τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. ἕκαστος δὴ τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι ἴσος ἐστὶ τῷ κυλίνδρῳ τῷ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ κύκλου ἀναγραφομένῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ $Β$, ὡς ὁ μὲν $ΘΗ$ τῷ $ΘΙ$, ὁ δὲ $ΚΛ$ τῷ $ΚΜ$, καὶ οἱ ἄλλοι ὡσαύτως. καὶ πάντες



δὴ οἱ κύλινδροι πάντεσσιν ἴσοι ἐντί. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου ὑπερέχει τῷ κυλίνδρῳ τῷ βάσιν ἔχοντι τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, ἄξονα δὲ τὰν $ΕΔ$. οὗτος δέ ἐστιν ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος.

κ'.

Τμάματος δοθέντος ὁποτερουοῦν τῶν κωνοειδέων ἀποτετμαμένου ἐπιπέδῳ μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἢ τῶν σφαιροειδέων ὁποτεροῦνον μὴ μείζονος ἡμίσεος

4. τῷ] (prius) το F; corr. Torellius. 6. δή] scripsi; δε F.

dem partem constructis, in qua est *B*. restat autem, demonstremus, figuram circumscriptam excedere riptam spatio minore, quam data magnitudo solida unusquisque igitur cylindrorum figurae inscriptae alis est cylindro in eodem circulo constructo in dem partem, in qua est punctum *B*, uelut $\Theta H = \Theta I$, $\Lambda = KM$, et ceteri eodem modo. quare etiam nes cylindri omnibus aequales sunt. adparet igitur, ram circumscriptam excedere inscriptam cylindro im habenti circulum circum diametrum $A\Gamma$ deptum, axem autem $E\Delta$. hic autem minor est data gnitudine solida.[1])

XX.

Dato segmento utriusuis conoideôn absciso plano ad axem perpendiculari, uel segmento utriusuis aeroideôn non maiore, quam est dimidia pars aeroidis, eodem modo absciso fieri potest, ut in

1) Ex hypothesi p. 376, 9. hoc autem fieri potest per l. X, 1; cfr. Quaest. Arch. p. 45.

o. πασιν F, uulgo. ἐντί] scripsi; εισιν F, uulgo. 11. Torellius. 14. ἡμίσεος] scripsi; ημικυκλιου F, ceteri codd ; σους ed. Basil., Torellius; „dimidia" Cr.

τοῦ σφαιροειδέος ὁμοίως ἀποτετμαμένου δυνατόν ἐστιν εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεὸν ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περιγράψαι ἐκ κυλίνδρων τόμων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφομένου ὑπερέχειν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος.

δεδόσθω τμᾶμα, οἷον εἰρήται. τμαθέντος δὲ τοῦ σχήματος ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ δοθὲν τμᾶμα τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ $ΑΒΓ$ κώνου τομά, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμακότος τὸ τμᾶμα ἁ $ΓΑ$ εὐθεῖα. ἐπεὶ οὖν ὑποκεῖται τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ τμᾶμα μὴ εἶμεν ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ $ΔΓ$. ἔστω δὴ παράλληλος τᾷ $ΑΓ$ ἁ $ΦΥ$ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ἐπιψαυέτω δὲ κατὰ τὸ $Β$, καὶ ἀπὸ τᾶς $ΦΥ$ ἀνεστακέτω ἐπίπεδον παράλληλον τῷ κατὰ τὰν $ΑΓ$· ἐπιψαύσει δὲ τοῦτο τοῦ σχήματος κατὰ τὸ $Β$. καὶ εἰ μέν ἐστι τὸ τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ἀπὸ τοῦ $Β$ ἄχθω παρὰ τὸν ἄξονα ἁ $ΒΔ$, εἰ δὲ ἀμβλυγωνίου, ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς εὐθεῖα ἀχθεῖσα ἐπὶ τὸ $Β$ ἐκβεβλήσθω ἁ $ΒΔ$, εἰ δὲ σφαιροειδέος, ἐπὶ τὸ $Β$ ἀχθεῖσα εὐθεῖα ἀπολελάφθω ἁ $ΒΔ$. δῆλον δή, ὅτι τέμνει ἁ $ΒΔ$ δίχα τὰν $ΑΓ$. ἐσσεῖται οὖν τὸ μὲν $Β$ κορυφὰ

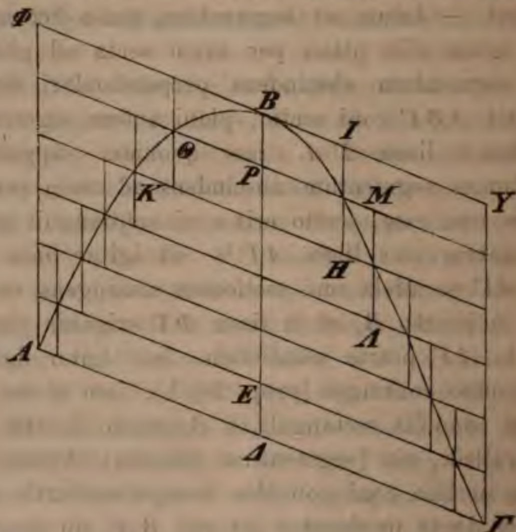
2. *εἰς τὸ τμᾶμα*] cum F; *εἰς αὐτὸ* Torellius. *σχῆμα*] om. F; corr. Torellius. *καὶ ἄλλο περιγράψαι*] om. F; corr. Riualtus. *ἐγγράψαι*] *εγγεγραφαι* F. 3. *συγκείμενον*] *των συγκειμενων* F; corr. Torellius. 4. *ἐγγραφέντος* B. 7. *τμᾶμα*] sic F, ut lin. 9, 11, 13, 19. 10. $ΑΒΓΔ$ F; corr. Nizzius. 14. $ΑΓ$] $ΔΓ$ F; corr. Torellius. 15. *ἔστω δὴ παράλληλος τᾷ $ΑΓ$*] om. F, uulgo; suppleuit Torellius, qui tamen *δή* omisit et pro $ΑΓ$ habet $ΓΑ$; „sit υy contingens" Cr. 19. *κονοειδεος* F.

mento figura solida inscribatur et alia circumscri-ur ex cylindrorum frustis altitudinem aequalem ha-ibus composita, ita ut figura circumscripta excedat riptam spatio minore, quam quaeuis data magnitudo da est. — datum sit segmentum, quale dictum est. ra igitur alio plano per axem secta ad planum um segmentum abscindens perpendiculari figurae io sit $AB\Gamma$ coni sectio, plani autem segmentum cindentis linea ΓA. iam quoniam suppositum , planum segmentum abscindens ad axem perpen-lare non esse, sectio erit coni acutianguli sectio, diametrus eius linea $A\Gamma$.[1]) sit igitur linea ΦT ae $A\Gamma$ parallela coni sectionem contingens, et con-gat in puncto B, et in linea ΦT erigatur planum no in $A\Gamma$ posito parallelum. hoc igitur figuram B puncto continget [prop. 16, b]. iam si est seg-ntum conoidis rectanguli, a B puncto ducatur $B\Delta$ parallela, sin [segmentum conoidis] obtusianguli, ea a uertice coni conoides comprehendentis ad B nctum ducta producatur [et sit] $B\Delta$, sin [segmen-m] sphaeroidis, linea [a centro sphaeroidis] ad B ta abscindatur [et sit] $B\Delta$.[2]) adparet igitur, lineam Δ in duas partes aequales diuidere lineam $A\Gamma$.[3])

1) U. propp. 12, 13, 14.
2) Exspectatur ἀχθείσας εὐθείας ἀπολελάφθω lin. 23—24. to tamen, constructionem duram nec satis logicam ferri posse.
3) In conoidis rectanguli segmento adparet ex quadr. pa-. prop. 1, de ceteris cfr. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV 56 nr. 26, p. 49 nr. 7.

. ἐπί] ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπί Commandinus; scribendum puto: ὸ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος ἐπί. 24. δή] scripsi; δε F, lgo. 25. ἐσσεῖται] scripsi; εσται F, codd. ceteri*; ἔστιν ed. l., Torellius; „erit igitur" Cr.

τοῦ τμάματος, ἁ δὲ *ΒΔ* εὐθεῖα ἄξων. ἔστιν δή τις ὀξυγωνίου κώνου τομὰ περὶ διάμετρον τὰν *ΑΓ*, καὶ γραμμὰ ἁ *ΒΔ* ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνεστακοῦσα ἐν ὀρθῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου



κώνου τομά, διὰ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ἐόντος τοῦ ἐπιπέδου. δυνατὸν οὖν ἐστιν κύλινδρον εὑρεῖν ἄξονα ἔχοντα τὰν *ΒΔ*, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ περὶ διάμετρον τὰν *ΑΓ*. πεσεῖται δὲ ἁ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἐκτὸς τοῦ τμάματος, ἐπεί ἐστιν ἤτοι κωνοειδέος ἢ σφαιροειδέος τμᾶμα, καὶ οὐ μεῖζόν ἐστιν τοῦ ἡμισέως τοῦ σφαιροειδέος. ἐσσεῖται δή τις κυλίνδρου τόμος βάσιν μὲν ἔχων τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν τὰν περὶ διάμετρον τὰν *ΑΓ*,

7. επιφανειαι F. 9. τμάματος] sic F, ut lin. 10. 11. τοῦ] (prius) addidi; om. F, uulgo. ἡμίσεος Torellius. 12. δή]

que B punctum uertex segmenti erit, linea autem axis.[1]) quare data est coni acutianguli sectio um diametrum $A\Gamma$ descripta, et linea $B\Delta$ a centro ta in plano ad id planum perpendiculari, in quo sectio coni acutianguli, ita ut planum illud per eram diametrum positum sit. fieri igitur potest, cylindrus inueniatur axem habens $B\Delta$ lineam, us in superficie sit sectio coni acutianguli circum metrum $A\Gamma$ descripta [prop. 9]. superficies autem s extra segmentum cadet, quoniam est aut conoidis mentum aut sphaeroidis non maius dimidia parte aeroidis.[2]) erit igitur frustum aliquod cylindri ba-[3]) habens sectionem coni acutianguli circum dia-trum $A\Gamma$ descriptam, axem autem $B\Delta$. frusto

1) B punctum uerticem esse adparet ex p. 276, 7; 278, 282, 12. porro cum $B\Delta$ lineam $A\Gamma$ in duas partes aequa-diuidat, diametrus est segmenti et diametro sectionis (hoc axi conoidis uel sphaeroidis; u. p. 274, 20; 278, 5; 282, 2) allela (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 44); tum u. supra de uertice laudati.

2) Sequitur in conoidibus ex prop. 15, a—b, quia $B\Delta$ axis et ΦA, $\Gamma\Upsilon$ lineae axi parallelae, in sphaeroidibus ex prop. quia $B\Delta$ puncta contactus iungit (prop. 16, c).

3) Poterat fortasse retineri βασίας lin. 12.

ipsi; δε F, uulgo. βασιας F; corr. C. τάν] τας F; corr. rellius. 13. τομας F; corr. Torellius.

ἄξονα δὲ τὰν Β Δ. τοῦ οὖν τόμου δίχα τεμνομένου ἐπιπέδοις παραλλήλοις τῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν Α Γ ἐσσείται τὸ καταλειπόμενον ἔλασσον τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. ἔστω τόμος βάσιν μὲν ἔχων τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν τὰν περὶ διάμετρον τὰν Α Γ, ἄξονα δὲ τὰν Ε Δ ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. διηρήσθω δὴ ἁ Δ Β ἐς τὰς ἴσας τᾷ Δ Ε, καὶ ἀπὸ τᾶν διαιρεσίων ἄχθων εὐθείαι παρὰ τὰν Α Γ ἔστε ποτὶ τὰν τοῦ κώνου τομάν, ἀπὸ δὲ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐπίπεδα ἀνεστακέτων παράλληλα τῷ κατὰ τὰν Α Γ ἐπιπέδῳ. τέμνοντι δὴ ταῦτα τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ τμάματος, καὶ ἐσσοῦνται ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ ὁμοίαι τᾷ περὶ τὰν Α Γ διάμετρον, ἐπεὶ παράλληλά ἐντι τὰ ἐπίπεδα. ἀφ' ἑκάστας δὴ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἀναγεγράφθων κυλίνδρου τόμοι δύο, ὁ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τῷ Δ, ο δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β, ἄξονα ἐχόντες ἴσον τῷ Δ Ε. ἐσσοῦνται δή τινα σχήματα στερεά, τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι, τὸ δὲ περιγεγραμμένον, ἐκ κυλίνδρου τόμων ἴσον ὕψος ἐχόντων συγκείμενα. λοιπὸν δέ ἐστι δεῖξαι, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. δειχθησέται δὲ ὁμοίως τῷ προτέρῳ, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου ὑπερέχει τῷ τόμῳ

---

1. *οὖν*] scripsi; *μεν* F, uulgo; *δή* Nizzius. *δίχα*] *ἀεὶ δίχα* Nizzius. 7. *Δ Β*] *Α Β* F; corr. Torellius. 8. *διαιρεσεων* F, uulgo. 9. *ευθεια* F; corr. B*. *ἔστε*] *εσται* F; corr. Torellius. 10. *ανεστακοτων* F; corr. Torellius. Figura in F paullo aliter descripta est. 12. *τμάματος*] sic F, ut lin. 19. *ἐσσοῦνται*] scripsi; *εσουνται* F, uulgo. 14. *ἀφ'*] scripsi; *εφ* F, uulgo; „in unaquaque" Cr. *εκαστης* F; corr. Torellius.

igitur [semper deinceps] in duas aequales partes diuiso[1]) planis parallelis plano in linea $A\Gamma$ posito, quod reliquum est, [aliquando] minus erit data magnitudine solida [Eucl. X, 1]. frustum basim habens sectionem coni acutianguli circum diametrum $A\Gamma$ descriptam, axem autem $E\Delta$, minus sit data magnitudine solida. diuidatur igitur linea ΔB in partes lineae ΔE aequales, et a punctis diuisionum ducantur lineae usque ad coni sectionem lineae $A\Gamma$ parallelae, et in ductis lineis plana erigantur plano in $A\Gamma$ posito parallela. ergo haec [plana] superficiem segmenti secant, et orientur sectiones conorum acutiangulorum sectioni circum diametrum $A\Gamma$ descriptae similes, quia plana parallela sunt [prop. 14 p. 354, 25]. iam in singulis sectionibus conorum acutiangulorum bina frusta cylindri construantur, alterum in eadem parte sectionis coni acutianguli, in qua est Δ, alterum in eadem parte, in qua est B, axem habentia lineae ΔE aequalem. orientur igitur figurae quaedam solidae, altera segmento inscripta, altera circumscripta, ex cylindri frustis altitudinem aequalem habentibus compositae. restat autem, ut demonstremus, figuram circumscriptam excedere inscriptam spatio minore, quam est data magnitudo solida. eodem autem modo, quo supra [prop. 19 p. 378], demonstrabitur, figuram circumscriptam excedere inscriptam frusto basim habenti

1) Hic quoque figura ita comparanda erat, uti dixi p. 377 not. 3, sed cum mutari nequeat, hic quoque retinui Torellianam.

15. αναγεγραφθωντι F; corr. Torellius. 16. τᾶς] addidi; om. F, uulgo. 17. τῷ] (prius) το F; corr. Torellius. 18. ἐσσοῦνται] scripsi; εσουνται F, uulgo. 22. ελασσον F; corr. Torellius.

τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν τὰν περὶ διάμετρον τὰν *ΑΓ*, ἄξονα δὲ τὰν *ΕΔ*. οὗτος δέ ἐστιν ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος.

κα'.

Τούτων προγεγραμμένων ἀποδεικνύωμες τὰ προβεβλημένα περὶ τῶν σχημάτων.

Πᾶν τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα.

ἔστω γὰρ τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος ἀποτετμαμένον ὀρθῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸν ἄξονα, καὶ τμαθέντος αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος τᾶς μὲν ἐπιφανείας τομὰ ἔστω ἁ *ΑΒΓ* ὀρθογωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτέμνοντος τὸ τμᾶμα ἁ *ΓΑ* εὐθεῖα, ἄξων δὲ ἔστω τοῦ τμάματος ἁ *ΒΔ*. ἔστω δὲ καὶ κῶνος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, οὗ κορυφὰ τὸ *Β*. δεικτέον, ὅτι τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ κώνου τούτου.

ἐκκείσθω γὰρ κῶνος ὁ *Ψ* ἡμιόλιος ἐὼν τοῦ κώνου, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὰν *ΑΓ*, ἄξων δὲ ἁ *ΒΔ*. ἔστω δὲ καὶ κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν *ΑΓ*, ἄξονα δὲ τὰν *ΒΔ*. ἐσσείται οὖν ὁ *Ψ* κῶνος ἡμίσεος τοῦ κυλίνδρου [ἐπείπερ

2. τὰν περί] τάν om. F. 5. κα'] cum F; in lin. 8 posuit Torellius (κγ'). 7. περί] addidi; om. F, uulgo. 8. τμᾶμα] sic F, ut lin. 10, 11, 12, 15, 16, 18. ἀποτετμαμένον] scripsi; αποτετμημενον F, uulgo. 10. ἄξονα τὸν αὐτόν Nizzius. 20. ων F, uulgo. 21. ὁ] ὁ κύκλος ὁ Nizzius. ἄξων δὲ ἁ] αξονα δε ταν F; corr. Torellius. 24. ημισεος ολι F (h. e. ἡμίσεος in ἡμιόλιος correctum); pro ολι ed. Basil., Torellius (non BC*) ὅλον.

ctionem coni acutianguli circum diametrum $A\Gamma$ de-riptam, axem autem lineam $E\Delta$. hoc autem minus data magnitudine solida.

XXI.

His praemissis demonstremus, quae de figuris pro-sita erant.

Quoduis segmentum conoidis rectanguli plano absci-m ad axem perpendiculari dimidia parte maius est no basim habenti eandem, quam segmentum, et em [eundem].[1])

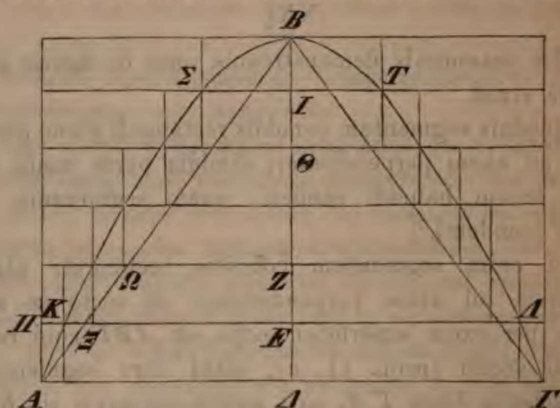
sit enim segmentum conoidis rectanguli plano scisum ad axem perpendiculari, et secto eo alio no per axem superficiei sectio sit $AB\Gamma$ coni rect-uli sectio [prop. 11, a], plani uero segmentum cindentis linea ΓA, axis autem segmenti sit $B\Delta$. autem etiam conus eandem basim habens, quam mentum, et axem eundem; cuius uertex sit B. de-strandum est, segmentum conoidis dimidia parte ius esse hoc cono.

construatur enim conus Ψ dimidia parte maior no, cuius basis est [circulus] circum diametrum $A\Gamma$ scriptus, axis autem $B\Delta$. sit autem etiam cylin-us basim habens circulum circum diametrum $A\Gamma$ scriptum, axem autem $B\Delta$. erit igitur conus Ψ

1) Cfr. p. 276, 12: διὰ τί, εἴ κα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοει-ς τμάματα ἀποτμαθῇ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀπο-θὲν τμᾶμα ἡμιόλιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. et περὶ ἑλικ. ef.: ὅτι δὲ τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ἡμιόλιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον, δεῖξαι δεῖ.

ἡμιόλιός ἐστιν ὁ Ψ κῶνος τοῦ αὐτοῦ κώνου]. λέγω, ὅτι τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος ἴσον ἐστὶ τῷ Ψ κώνῳ.

εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον, ἤτοι μεῖζόν ἐντι ἢ ἔλασσον. ἔστω δὴ πρότερον, εἰ δυνατόν, μεῖζον. ἐγγεγράφθω



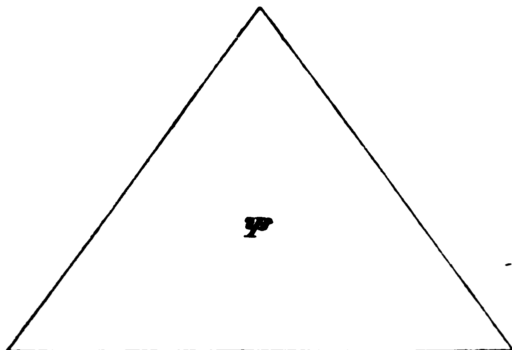
δὴ σχῆμα στερεὸν εἰς τὸ τμᾶμα, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. καὶ ἔστω τῶν κυλίνδρων, ἐξ ὧν συγκείται τὸ περιγραφὲν σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν $A\Gamma$, ἄξονα δὲ τὰν $E\Delta$, ἐλάχιστος δὲ ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΣT, ἄξονα δὲ τὰν BI. τῶν δὲ κυλίνδρων, ἐξ ὧν συγκείται τὸ ἐγγραφὲν

---

4. *μειζων* F; corr. VBD. 5. *αλλω* F. 6. *συγκείμενον*] *των συγκειμενων* F; corr. Torellius. 8. *ἢ ἁλίκῳ*] scripsi; *πηλικω* F, uulgo; *ἢ πηλίκῳ* Torellius. *τό*] *τω* F. figura in F male descripta est; I et Θ permutat Torellius. 14. BI] scripsi cum Cr.; $B\Gamma$ F, uulgo*; $B\Theta$ ed. Basil., Torellius.

idius, quam cylindrus.[1]) dico, segmentum conoidis uale esse cono Ψ.

si enim aequale non est, aut maius est aut minus. s igitur, si fieri potest, maius sit. itaque segmento ra solida inscribatur et alia circumscribatur ex



lindris altitudinem aequalem habentibus compositae, ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio ore, quam quali spatio excedit segmentum conoidis um Ψ[2]), et cylindrorum, ex quibus composita est ura circumscripta, maximus sit [cylindrus] basim bens circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, em autem $E\Delta$, minimus autem [cylindrus] basim bens circulum circum diametrum ΣT descriptum, em autem BI. eorum uero cylindrorum, ex quibus ura inscripta composita est, maximus sit [cylindrus]

1) Nam cylindrus sit C, et conus $AB\Gamma$ sit K; erit ex hyothesi $\Psi = \frac{3}{2}K$. sed $K = \frac{1}{3}C$ (Eucl. XII, 10) $= \frac{2}{3}\Psi$ ɔ: $C = 2\Psi$. oc ipsum significatur uerbis: *ἐπειδήπερ ἡμιόλιος* p. 386 lin. 24 – *τοῦ αὐτοῦ κώνου* lin. 1; sed nimis obscurum est *τοῦ αὐτοῦ νου*; etiam *ἐπειδήπερ*, uocabulum ab interpolatoribus amatum, spectum est; quare haec uerba subditiua esse puto.

2) Hoc fieri potest per prop. 19.

σχῆμα, μέγιστος μὲν ἔστω ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΚΛ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ, ἐλάχιστος δὲ ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΣΤ, ἄξονα δὲ τὰν ΘΙ. ἐκβεβλήσθω δὲ τὰ ἐπίπεδα πάντων τῶν κυλίνδρων ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ. ἐσσεῖται δὴ ὁ ὅλος κύλινδρος διηρημένος εἰς κυλίνδρους τῷ μὲν πλήθει ἴσους τοῖς κυλίνδροις τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσους τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. καὶ ἐπεὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὸ τμᾶμα ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, ἢ τὸ τμᾶμα τοῦ κώνου, δῆλον, ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι μεῖζόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. ὁ δὴ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔΕ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΚΕ δυνάμει. οὗτος δέ ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΕ, καὶ τῷ, ὃν ἔχει ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΕΞ. ὁμοίως δὲ δειχθησέται καὶ ὁ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὸν ΕΖ, ποτὶ τὸν δεύτερον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἁ ΠΕ, τουτέστιν ἁ ΔΑ, ποτὶ τὰν ΖΩ, καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων ἴσον τᾷ

12. ἐγγεγραμμένου] περιγεγραμμενου F; corr. ed. Basil. 13. τμᾶμα] sic F, ut lin. 14. 15. ὁ ἔχων] scripsi; ὁ om. F, uulgo. 16. ΑΕ FV, CD*; corr. F man. 2. τῶν] scripsi; τον F, uulgo. 20. τῷ] τον F. 23. τῶν] scripsi; τον F uulgo. ἐγγεγραμμένῳ] alterum μ supra man. 1 F. 24. ἔχειν] scripsi cum C; ειχεν FAD, ed. Basil., ἔχει B; ἔχων

im habens circulum circum diametrum $K\Lambda$ descri-
m, axem autem ΔE, minimus uero [cylindrus] basim
ens circulum circum diametrum ΣT descriptum,
m autem ΘI. producantur autem plana omnium
indrorum usque ad superficiem cylindri basim ha-
tis circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum,
m autem $B\Delta$. totus igitur cylindrus diuisus erit
cylindros numero cylindris figurae circumscriptae
quales, magnitudine autem maximo eorum aequales.
quoniam figura circum segmentum circumscripta
edit figuram inscriptam spatio minore, quam quo
gmentum conum excedit, adparet, etiam figuram
gmento inscriptam maiorem esse cono Ψ.[1]) quare
imus cylindrus cylindri totius axem habens ΔE ad
imum cylindrum figurae inscriptae axem habentem
E eandem rationem habet, quam $\Delta A^2 : KE^2$.[2]) sed
$A^2 : KE^2 = B\Delta : BE$[3]) $= \Delta A : E\Xi$.[4]) et eodem
do demonstrabimus, etiam secundum cylindrum totius
lindri axem habentem EZ ad secundum cylindrum
urae inscriptae eandem rationem habere, quam ΠE,
c est ΔA, ad $Z\Omega$[5]), et unusquisque ceterorum
lindrorum totius cylindri axem habentium lineae

1) Quia figura circumscripta segmento maior est.
2) Nam cum axes aequales sint, eam rationem habent cy-
dri, quam bases (Eucl. XII, 11); tum u. Eucl. XII, 2.
3) Quadr. parab. 3; u. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV
50 nr. 12.
4) U. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 4.
5) Habent enim eam rationem, quam
$\Pi E^2 : \Xi E^2 = \Delta A^2 : \Xi E^2 = B\Delta : BZ = A\Delta : Z\Omega$.

orellius. 25. $Z\Omega$] ZE F; corr. Torellius. 26. ἴσον τᾷ
ΔE usque ad ἄξονα ἐχόντων p. 392 lin. 2 om F; corr. Nizzius.

ΔΕ ποτὶ ἕκαστον τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι ἄξονα ἐχόντων τὸν αὐτὸν ἕξει τοῦτον τὸν λόγον, ὃν ἁ ἡμίσεια τᾶς διαμέτρου τᾶς βάσιος αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶν *ΑΒ*, *ΒΔ* εὐθειᾶν. καὶ πάντες οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ κυλίνδρῳ, οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὰν *ΑΓ*, ἄξων δέ [ἐστιν] ἁ *ΔΙ* εὐθεῖα, ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πᾶσαι αἱ εὐθείαι αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων, οἵ ἐντι βασίες τῶν εἰρημένων κυλίνδρων, ποτὶ πάσας τὰς εὐθείας τὰς ἀπολελαμμένας ἀπ' αὐτᾶν μεταξὺ τᾶν *ΑΒ*, *ΒΔ*. αἱ δὲ εἰρημέναι εὐθείαι τῶν εἰρημένων χωρὶς τᾶς *ΑΔ* μειζόνες ἐντὶ ἢ διπλασίαι. ὥστε καὶ οἱ κυλίνδροι πάντες οἱ ἐν τῷ κυλίνδρῳ, οὗ ἄξων ὁ *ΔΙ*, μειζόνες ἐντὶ ἢ διπλασίοι τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. πολλῷ ἄρα καὶ ὁ ὅλος κύλινδρος, οὗ ἄξων ἁ *ΔΒ*, μείζων ἐντὶ ἢ διπλασίων τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. τοῦ δὲ Ψ κώνου ἦν διπλασίων. ἔλασσον ἄρα τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου· ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ μεῖζον. οὐκ ἄρα ἐστὶν μεῖζον τὸ κωνοειδὲς τοῦ Ψ κώνου. ὁμοίως δὲ οὐδὲ ἔλασσον. πάλιν γὰρ ἐγγεγράφθω τὸ σχῆμα, καὶ περιγεγράφθω, ὥστε ὑπερέχειν ἕκαστον ἑκάστου ἐλάσσονι, ἤπερ ἁλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ

3. βασεως F, uulgo. 4. αὐτοῦ] Nizzius; αυτας F, uulgo. τᾶν] των per comp. F; corr. Torellius. 5. ευθειων F; corr. Torellius. πάντες οὖν οἱ? 7. *ΔΙ*] scripsi cum Cr.; *ΔΓ* F; *ΔΒ* Commandinus. 8. γεγραμμενω F; corr. A C. 10. ἐντὶ βασίες] scripsi; εν τη βασει εισ (cum comp. ην uel ιν) F, uulgo (τᾷ pro τη Torellius). 12. ἀπ' αὐτᾶν] scripsi; απο τας F, uulgo. 13. τᾶς] ταν F; corr. Torellius. μειζων F; corr. Torellius. 15. οὗ] scripsi; ου ὁ F, uulgo. *ΔΙ*] *ΔΒ* Commandinus. 16. πολλῷ] delet Commandinus. 19. ελασσων

ΔE aequalem ad unumquemque cylindrorum figurae inscriptae eundem axem habentium eam rationem habebit, quam dimidium diametri basis eius[1]) ad partem eius[2]) inter lineas AB, $B\Delta$ abscisam. [quare] omnes etiam cylindri in eo cylindro positi, cuius basis est circulus circum diametrum $A\Gamma$ descriptus, axis autem linea ΔI, ad omnes cylindros figurae inscriptae eandem rationem habebunt, quam omnes lineae, quae radii sunt circulorum, qui bases sunt cylindrorum, quos commemorauimus[3]), ad omnes lineas de illis[4]) inter lineas AB, $B\Delta$ abscisas. sed illae lineae his, excepta linea $A\Delta$, maiores sunt quam duplo maiores. quare etiam omnes cylindri in eo cylindro positi, cuius axis est ΔI, maiores sunt quam duplo maiores figura inscripta.[5]) itaque etiam totus cylindrus, cuius axis est ΔB, multo maior est quam duplo maior figura inscripta. erat autem duplo maior cono Ψ. itaque figura inscripta minor est cono Ψ; quod fieri non potest. nam demonstratum est, maiorem eam esse. quare conoides cono Ψ maius non est. sed idem ne minus quidem est. rursus enim figura inscribatur et circum-

1) H. e. cylindri in toto cylindro positi, p. 390, lin. 25.
2) H. e. diametri basis cylindri in toto cylindro positi.
3) H. e. cylindros in cylindro ΔI positos.
4) H. e. radiis circulorum.
5) Nam quia $BI = \Theta I = ZE = E\Delta$ cet., lineae $A\Delta$, ΞE, $Z\Omega$ aequali spatio minimae earum aequali inter se excedunt; tum u. p. 290, 5 sq.

F. 24. ἑκάστου] om. F; corr. Torellius. ἐλασσον F; corr. Torellius. ᾗπερ ἁλίκῳ] scripsi; η παλιν κω F; ἢ πηλίκῳ B, ed. Basil., Torellius.

κῶνος τοῦ κωνοειδέος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατεσκευάσθω. ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμάματος, καὶ τὸ ἐγγραφὲν τοῦ περιγραφέντος ἐλάσσονι λειπέται, ἢ τὸ τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου, δῆλον, ὡς ἔλασσόν ἐστι τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. πάλιν δὲ ὁ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔE ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν τὸν αὐτὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν $E\Delta$ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς $A\Delta$ τετράγωνον ποτὶ τὸ αὐτό. ὁ δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν EZ ποτὶ τὸν δεύτερον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν EZ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΔA ποτὶ τὰν KE δυνάμει· οὗτος δέ ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει ἁ $B\Delta$ ποτὶ τὰν BE, καὶ τῷ, ὃν ἔχει ἁ ΔA ποτὶ τὰν $E\Xi$· καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων ἴσον τᾷ ΔE ποτὶ ἕκαστον τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι ἄξονα ἐχόντων τὸν αὐτόν, ἕξει τοῦτον τὸν λόγον, ὃν ἁ ἡμίσεια τᾶς διαμέτρου τᾶς βάσιος αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶν AB, $B\Delta$ εὐθειᾶν. καὶ πάντες οὖν οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, οὗ ἄξων ἐστὶν ἁ $B\Delta$ εὐθεῖα,

---

7. τὰν] την F; corr. Torellius. 8. τῶν] scripsi; τον F, uulgo. 9. τὸν τόν] scripsi; τον F, uulgo. τάν] scripsi; τα F, uulgo. 10. ἔχει] Torellius; ειχε F, uulgo. 12. κυλίνδρῳ] κυλινδρων FACD*. τάν] των (comp.) αν F. 13. τῶν] scripsi; τον F, uulgo. 16. ταν] τα F. ἁ] Torellius; ο F, uulgo. 18. ἴσον] Torellius; ισαν F, uulgo. 21. τᾶς διαμέτρου] om. F; corr. Nizzius. βασεως F, uulgo. 23. παντ cum comp. ην uel ιν F. οὖν] γουν (comp.) F; corr. Torellius. 24. ὅλῳ] ο supra manu 1 F. οὗ] ων F; corr. Nizzius.

scribatur, ita ut altera excedat alteram[1]) spatio minore, quam quali excedit conus Ψ conoides [prop. 19], et cetera eadem, quae supra, construantur. iam quoniam figura inscripta segmento minor est, et figura inscripta minor est figura circumscripta spatio minore, quam quo segmentum minus est cono Ψ, adparet, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ. rursus autem cylindrus primus totius cylindri axem habens ΔE ad primum cylindrum figurae circumscriptae eundem axem $E\Delta$ habentem eandem rationem habet, quam

$$A\Delta^2 : A\Delta^2 \text{ [p. 391 not. 2].}$$

et secundus cylindrus totius cylindri axem habens EZ ad secundum cylindrum figurae circumscriptae axem habentem EZ eandem rationem habet, quam $\Delta A^2 : KE^2$ [u. ibidem]. ea autem eadem est, quam habet $B\Delta$ ad BE [p. 391 not. 3] et $\Delta A : E\Xi$ [p. 391 not. 4]. et ceterorum cylindrorum singuli, qui in toto cylindro sunt et axem habent lineae ΔE aequalem, ad singulos cylindros, qui in figura circumscripta sunt et eundem axem habent, eam rationem habebunt, quam dimidia pars diametri basis eorum[2]) ad partem eius[3]) inter lineas AB, $B\Delta$ abscisam. itaque etiam omnes cylindri totius cylindri, cuius axis est $B\Delta$, ad omnes

1) H. e. figura circumscripta inscriptam; itaque parum recte dicitur: *ἕκαστον ἑκάστου*; saltem debebat esse *ἑκάτερον ἑκατέρου*.

2) H. e. cylindrorum cylindri totius.

3) H. e. diametri basis. hoc loco igitur bases uocantur ii circuli, qui in ea parte cylindrorum sunt, in qua est punctum Δ, supra uero ii, qui in altera parte sunt, in qua est B (p. 392, 4; sed p. 392, 3 ut hoc loco).

ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ περιγεγρα- μένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν πᾶσαι εὐθεῖαι ποτὶ πάσας τὰς εὐθείας. αἱ δὲ εὐθεῖαι πάσ αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων, οἵ βασίες ἐντὶ τ κυλίνδρων, τᾶν εὐθειᾶν πασᾶν τᾶν ἀπολελαμμέν ἀπ' αὐτᾶν σὺν τᾷ $A\Delta$ ἐλασσόνες ἐντὶ ἢ διπλασί δῆλον οὖν, ὅτι καὶ οἱ κυλίνδροι πάντες οἱ ἐν τῷ ὅ κυλίνδρῳ ἐλασσόνες ἐντὶ ἢ διπλασίοι τῶν κυλίνδρ τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι. ὁ ἄρα κύλινδ ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον $A\Gamma$, ἄξονα δὲ τὰν $B\Delta$ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. οὔκ ἐστι δέ, ἀ μείζων ἢ διπλάσιος. τοῦ γὰρ Ψ κώνου διπλασ ἐστί, τὸ δὲ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλαττον ἐδείχ τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα ἐστὶν οὐδὲ ἔλασσον τὸ τ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. ἐδείχθη δέ, ὅ οὐδὲ μεῖζον. ἡμιόλιον ἄρα ἐστὶν τοῦ κώνου τοῦ βάσ ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτ

κβ'.

Καὶ τοίνυν εἴ κα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἐπ πέδῳ ἀποτμαθῇ τὸ τμᾶμα ἀπὸ τοῦ ὀρθογωνίου κ νοειδέος, ὁμοίως ἡμιόλιον ἐσσεῖται τοῦ ἀποτμάματ τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάμα καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

ἔστω τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος ἀποτετμαμένο ὡς εἰρήται, καὶ τμαθέντος αὐτοῦ ἐπιπέδῳ διὰ τ

5. κυλίνδρων] κυλινδρων προς (comp.) F; corr. Torelli 6. τᾷ] ταν F; corr. BD. 10. κύκλον] κυλινδρον F; corr. B 13. διπλασίων] διπλασι cum comp. ων F. 17. οὐδέ] scrip ουτε F, uulgo. 18. τμάματι] sic F, ut lin. 21 (bis), 23.

dros figurae circumscriptae eandem habebunt nem, quam omnes lineae illae ad omnes has s.[1] sed omnes lineae, quae radii sunt circum, qui bases sunt cylindrorum, minores sunt quam o maiores omnibus lineis de iis abscisis una cum *A* *Δ* [p. 290, 5; u. p. 393 not. 5]. adparet igitur, m cylindros omnes totius cylindri minores esse am duplo maiores cylindris figurae circumscriptae. que cylindrus basim habens circulum circum diametrum *ΑΓ* descriptum, axem autem *ΒΔ* minor est quam duplo maior figura circumscripta. at non est, sed maior quam duplo maior; nam duplo maior est cono *Ψ*, et figura circumscripta minor est cono *Ψ*, ut demonstratum est [p. 394, 5]. itaque segmentum conoidis ne minus quidem est cono *Ψ*. demonstratum autem est, ne maius quidem id esse. quare dimidia parte maius est cono basim eandem habenti, quam segmentum, et eundem axem.

XXII.

Iam uero etiam si segmentum plano ad axem non perpendiculari abscinditur a conoide rectangulo, item dimidia parte maius erit segmento coni basim eandem habenti, quam segmentum, et eundem axem.

sit segmentum conoidis rectanguli ita abscisum, ut dictum est, et secto eo plano per axem posito ad

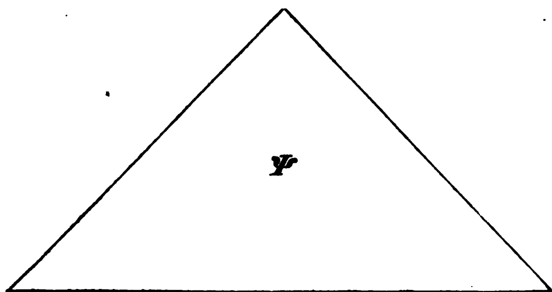
1) Sequitur (ut supra p. 392, 5 sq.) addendo proportiones, quarum denominatores aequales sunt (ἀνάπαλιν).

ε' Torellius. 20. τῷ ἐπιπέδῳ? 22. ἐσσεῖται] scripsi; εσται er comp. F, uulgo. 25. κονοειδεος F.

ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ τμᾶμα τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ ὀρθογωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμακότος τὸ τμᾶμα ἁ ΑΓ εὐθεῖα, παρὰ δὲ τὰν ΑΓ ἁ ΦΥ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Β, καὶ ἁ ΒΔ ἄχθω παρὰ τὸν ἄξονα. τεμεῖ δὴ αὐτὰ δίχα τὰν ΑΓ. ἀπὸ δὲ τᾶς ΦΥ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω παράλληλον τῷ κατὰ τὰν ΑΔ. ἐπιψαύσει δὴ τοῦτο τὸ κωνοειδὲς κατὰ τὸ Β, καὶ ἐσσεῖται τοῦ τμάματος κορυφὰ τὸ Β σαμεῖον, ἄξων δὲ ἁ ΒΔ. ἐπεὶ οὖν τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΑΓ οὐ ποτ᾽ ὀρθὰς ἐὸν τῷ ἄξονι τετμάκει τὸ κωνοειδές, ἁ τομά ἐστιν ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἁ ΑΓ. ἐούσας δὴ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς περὶ διάμετρον τὰν ΓΑ καὶ γραμμᾶς τᾶς ΒΔ, ἅ ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς

2. τμᾶμα] scripsi; σχημα F, uulgo; „portionem“ Cr. τομά]

num segmentum abscindens perpendiculari, figurae
to sit $AB\Gamma$ coni rectanguli sectio [prop. 11, a],
i uero segmentum abscindentis linea $A\Gamma$, et lineae
parallela sit linea ΦT coni rectanguli sectionem
tingens in puncto B, et linea $B\Delta$ ducatur axi
llela. ea igitur lineam $A\Gamma$ in duas partes aequales
bit.[1]) et in linea ΦT planum erigatur parallelum
o in linea $A\Gamma$ posito. hoc igitur conoides in



cto B continget [prop. 16, b], et uertex segmenti
t punctum B, axis autem $B\Delta$.[2]) iam quoniam pla-
n in linea $A\Gamma$ positum ad axem non perpendiculare
oides secat, sectio erit coni acutianguli sectio, et
ior eius diametrus $A\Gamma$ [prop. 12]. itaque quoniam
a est sectio coni acutianguli circum diametrum ΓA
cripta, et linea $B\Delta$ a centro coni acutianguli erecta

1) U. quadr. parab. prop. 1; cfr. supra p. 381 not. 3.
2) B uertex est propter p. 276, 7, $B\Delta$ autem diametrus
menti (sectionis coni rectanguli) et diametro sectionis, hoc
axi conoidis, parallela (u. p. 383 not. 1); tum u. p. 276, 8.

. F; corr. B. 3. κώνου] om. F; corr. Torellius. 8. $A\Delta$]
? δή] scripsi; δε F, uulgo. 11. τῷ] τω τω F; corr.
12. τετμηκει F, uulgo.

τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἀνεστακοῦσα ἐν ἐπ ὀρθῷ ἀνεστακότι ἀπὸ διαμέτρου ποτὶ τὸ ἐπί ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δι ἐστι κύλινδρον εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' ε τᾷ *ΒΔ*, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγ κώνου τομά. δυνατὸν δέ ἐστι καὶ κῶνον εὑρε ρυφὰν ἔχοντα τὸ *Β* σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἐσσεῖται. ὥστε ἐσσεῖται κυλίνδρου τις βάσιν ἔχων τὰν τοῦ ὀξυγωνίου τομὰν τὰν περὶ διάμετρον τὰν *ΑΓ*, ἄξονα δὲ τὰ καὶ ἀπότμαμα κώνου βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τ καὶ τῷ τμάματι, ἄξονα δὲ τὸν αὐτόν. δεικτέον, τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα ἡμιόλιόν ἐστι τούτου τοῦ κ

ἔστω δὴ ὁ *Ψ* κῶνος ἡμιόλιος τοῦ ἀποτμα τούτου. ἐσσεῖται δὴ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου ὁ ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν διπλάσιος τοῦ *Ψ* κώνου. οὗτος γὰρ ἡμιόλιο τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντ αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, τὸ δὲ τμαμα τοῦ κώνου τὸ εἰρημένον τρίτον μέρος ἐσ τόμου τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. ἀναγκαῖον δ τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα ἴσον εἶμεν τῷ *Ψ* κώ γὰρ μη ἐστιν ἴσον, ἤτοι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἔλασσον. δὴ πρότερον, εἰ δυνατόν, μεῖζον. ἐγγεγράφθω εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγ ἐκ κυλίνδρων τόμων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκε ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπε

---

2. *τᾶς διαμέτρου?* 4. *ευρ* cum comp. *ην* uel *ιν* ευρ cum comp. *ην* uel *ιν* F. 8. *ὥστε ἐσσεῖται*] scrip *F*, uulgo; *ἐσσεῖται δή* Torellius. 11. *αποτμημα* F, ut

plano a diametro erecto ad id planum perpen-
ulari, in quo est sectio coni acutianguli, fieri potest, ut
lindrus inueniatur axem habens in producta linea $B\Delta$,
us in superficie sit sectio coni acutianguli [prop. 9]. sed
c quoque fieri potest, ut conus inueniatur uerticem ha-
ns punctum B, cuius in superficie sit sectio coni acu-
nguli [prop. 8]. erit igitur frustum quoddam cylindri
im habens sectionem coni acutianguli circum dia-
trum $A\Gamma$ descriptam, axem autem $B\Delta$, et segmentum
ni basim habens eandem, quam et frustum et segmen-
m [conoidis], et axem eundem. demonstrandum est,
gmentum conoidis dimidia parte maius esse hoc cono.[1])
sit igitur conus Ψ dimidia parte maior hoc seg-
nto [coni]. erit igitur frustum cylindri basim habens
dem, quam segmentum, et eundem axem duplo
ius cono Ψ. hic enim dimidia parte maior est
gmento coni basim habenti eandem, quam segmen-
m, et eundem axem, segmentum autem coni, quod
mmemorauimus, tertia pars est frusti cylindri basim
bentis eandem, quam segmentum, et eundem axem.[2])
cesse igitur est, segmentum conoidis aequale esse
no Ψ. nam si aequale non est, aut maius est aut
inus. prius igitur, si fieri potest, maius sit. inscri-
atur igitur segmento figura solida, et alia circum-
ribatur ex frustis cylindrorum altitudinem aequalem

1) Fortasse scribendum lin. 14: τούτου τοῦ ἀποτμάματος
τοῦ κώνου; cfr. lin. 15.
2) U. supra prop. 10 p 340, 8.

, 20; corr. Torellius. 13. τὸ τοῦ] scripsi; το F, uulgo; τοῦ
Torellius. κωνοειδες F; corr. Torellius. 19. τηv αυτηv,
umque per comp., F; corr. Torellius. 23. δή] scripsi; δε
, uulgo. 27. σχῆμα] om. F; corr. Torellius.

ἐλάσσονι, ᾗ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. καὶ διάχθω τὰ ἐπίπεδα τῶν τόμων ἔστε ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ τόμου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. πάλιν δὴ ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΔ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΕ. οἱ γὰρ τόμοι οἱ ἴσον ὕψος ἐχόντες τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἀλλάλους ταῖς βάσεσιν, αἱ δὲ βασίες αὐτῶν, ἐπεὶ ὁμοίαι ἐντὶ ὀξυγωνίων κώνων τομαί, τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν αἱ ὁμολόγοι διαμέτροι αὐτᾶν δυνάμει, ἡμισείαι δέ ἐντι τῶν ὁμολόγων διαμέτρων αἱ ΑΔ, ΚΕ. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΑΔ ποτὶ τὰν ΚΕ δυνάμει, τοῦτον ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΕ μάκει, ἐπεὶ ἁ μὲν ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρόν ἐστιν, αἱ δὲ ΑΔ, ΚΕ παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσαν· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΕ, τοῦτον ἔχει ἁ ΑΔ ποτὶ τὰν ΕΞ. ἕξει οὖν ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ΑΔ ποτὶ τὰν ΕΞ. καὶ τῶν ἄλλων τόμων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ἄξονα ἴσον ἐχόντων τᾷ ΔΕ ποτὶ ἕκαστον τῶν τόμων τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἄξονα ἐχόντων τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ἡμίσεια τᾶς διαμέτρου τᾶν βασίων αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶν ΑΒ, ΒΔ. δειχ-

2. διάχθω] addidi; om. F, uulgo. ἔστε] scripsi; εσσειται F, uulgo. 3. τάν] την comp. F; corr. Torellius. 5. τῷ] το F; corr. man. 2, ut uidetur. 6. ΔΕ] ΑΕ FBC*. 10. ἔχοντι] εχωντι F. 12. εχωντι F. 17. τὸ Β] ταν ΒΕ F; corr. Torellius. 20. τάν] per comp. FB*. 23. ἐχόντων] εχοντα F; corr. B. ποτί] πρός

bentibus compositae, ita ut figura circumscripta bedat inscriptam spatio minore, quam quali segntum conoidis conum Ψ excedit [prop. 20]. et na frustorum producantur ad superficiem frusti basim bentis eandem, quam segmentum, et axem eundem. sus igitur primum frustum totius frusti axem habens Ξ ad primum frustum figurae inscriptae axem habens Ξ eandem rationem habet, quam $A\Delta^2 : KE^2$. nam sta eandem altitudinem habentia eandem rationem er se habent, quam bases[1]), bases autem eorum, quom similes sunt coni acutianguli sectiones [prop. 14 oll.], eandem rationem habent, quam quadrata diatrorum suarum sibi respondentium [prop. 6 coroll.], lineae $A\Delta$, KE dimidiae sunt diametri sibi respontes. est autem $A\Delta^2 : KE^2 = B\Delta : BE$ [quadr. rab. prop. 3], quoniam $B\Delta$ diametro parallela est 399 not. 2], et lineae $A\Delta$, KE parallelae lineae puncto B contingenti. sed $B\Delta : BE = A\Delta : E\Xi$ 391 not. 4]. itaque primum frustum frusti totius primum frustum figurae inscriptae eandem rationem bebit, quam $A\Delta : E\Xi$. et ceterorum frustorum mquodque eorum, quae in toto frusto sunt axem bentia lineae ΔE aequalem, ad unumquodque frustum urae inscriptae eundem axem habens eandem rationem bet, quam dimidia diametrus basium eius ad eam rtem eius[2]), quae inter lineas AB, $B\Delta$ abscinditur.

1) Cfr. prop. 10 p. 340.
2) H. e. diametri basis, eo circulo pro basi sumpto, qui ea parte cylindri est, in qua est punctum B. cfr. p. 395 t. 3.

r comp. F; corr. Torellius. 26. τᾶν βασίων] scripsi; των βαν F, uulgo; τᾶς βάσεως Nizzius. 27. τᾶν] των F; corr. Torellius.

θησέται οὖν ὁμοίως τοῖς πρότερον τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἐὸν τοῦ Ψ κώνου, ὁ δὲ τοῦ κυλίνδρου τόμος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν μείζων ἐὼν ἢ διπλασίων τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. ὥστε καὶ τοῦ Ψ κώνου μείζων ἐσσείται ἢ διπλασίων. οὔκ ἐστι δέ, ἀλλὰ διπλασίων. οὐκ ἄρα ἐστὶ μεῖζον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. διὰ τῶν αὐτῶν δὲ δειχθησέται, ὅτι οὐδὲ ἔλασσόν ἐστιν. δῆλον οὖν, ὅτι ἴσον. ἡμιόλιον ἄρα ἐστὶ τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

κγ'.

Εἴ κα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα ἀποτμαθέωντι ἐπιπέδοις, τὸ μὲν ἕτερον ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ δὲ ἕτερον μὴ ὀρθῷ, ἔωντι δὲ οἱ τῶν τμαμάτων ἀξόνες ἴσοι, ἴσα ἐσσούνται τὰ τμάματα.

ἀποτετμάσθω γὰρ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα, ὡς εἰρήται. τμαθέντος δὲ τοῦ κωνοειδέος ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ μὲν κωνοειδέος ἔστω τομὰ ἁ $AB\Gamma$ ὀρθογωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ $B\Delta$, τῶν δὲ ἐπιπέδων αἱ AZ, $E\Gamma$ εὐθείαι, τοῦ μὲν ὀρθοῦ ποτὶ τὸν ἄξονα ἁ $E\Gamma$, τοῦ δὲ μὴ ὀρθοῦ ἁ ZA. ἀξόνες δὲ ἔστων τῶν τμαμάτων αἱ $B\Theta$, $K\Lambda$ ἴσαι

---

1. ὁμοίως] syll. ως per comp. F. 7. μειζων F. 9. ελασσων F. 10. ἀποτμηματος F. 13. κε' Torellius. 15. αποτμηθεωντι F, uulgo (τ pro θ AB, ed. Basil.), ἀποτματέωντι Torellius. 17. εσουνται F, uulgo. 18. αποτετμησθω F; corr. Torellius. τμάματα] sic F, ut lin. 14. 20. Post ἄξονος haec uerba habet F, uulgo: καὶ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, sed adparet, delenda esse. nam conoides secandum

itaque eodem modo, quo antea [p. 390, 11], demonstrabimus, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ, frustum autem cylindri basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem maius esse quam duplo maius figura inscripta [cfr. p. 392, 16]. quare etiam maius erit quam duplo maius cono Ψ.[1]) hoc autem non est, sed duplo maius. itaque segmentum conoidis maius non est cono Ψ. per eadem autem demonstrabitur, ne minus quidem esse. adparet igitur, aequale id esse. itaque segmentum conoidis dimidia parte maius est segmento coni basim habenti eandem, quam segmentum, et eundem axem.

XXIII.

Si a conoide rectangulo duo segmenta abscinduntur, alterum plano ad axem perpendiculari, alterum non perpendiculari, et axes segmentorum aequales sunt, segmenta aequalia erunt.

abscindantur enim a conoide aliquo rectangulo duo segmenta ita, ut dictum est. secto autem conoide plano per axem posito conoidis sectio sit $AB\Gamma$ coni rectanguli sectio, diametrus autem eius $B\Delta$ [prop. 11, a], planorum autem lineae AZ, $E\Gamma$, plani ad axem perpendicularis sectio $E\Gamma$, plani autem non perpendicularis linea $Z\Delta$. axes autem segmentorum sint

1) Quia conus Ψ minor est figura inscripta.

esse et perpendiculari et non perpendiculari plano, iam lin. 18—19: *δύο τμάματα, ὡς εἰρήται* (lin. 14—16) dictum est. quare Nizzius male post *ἄξονα* supplet: *καὶ ἄλλῳ μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα.* 21. $AB\Gamma$] $B\Gamma$ F; corr. Torellius. 24. *ἔστων*] scripsi; *εστω* F; *ἔστωσαν* AD, BC*.

ἀλλάλαις, κορυφαὶ δὲ τὰ Β, Δ. δεικτέον, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ Β, τῷ τμάματι τοῦ κωνοειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ Δ.

ἐπεὶ γὰρ ἀπὸ τᾶς αὐτᾶς ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς δύο τμάματά ἐντι ἀφηρημένα τό τε ΑΔΖ καὶ τὸ ΕΒΓ, καί ἐντι αὐτῶν αἱ διαμέτροι ἴσαι αἱ ΚΔ, ΒΘ, ἴσον ἐστὶ τὸ τρίγωνον τὸ ΑΔΚ τῷ ΕΘΒ· δεδείκται γάρ, ὅτι τὸ ΑΔΖ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ. ἄχθω δὴ ἁ ΑΧ κάθετος ἐπὶ τὰν ΚΔ ἐκβληθεῖσαν. καὶ ἐπεὶ ἴσαι αἱ ΒΘ, ΚΔ, ἴσαι καὶ αἱ ΕΘ, ΑΧ. ἔστω δὴ ἐν τῷ τμάματι, οὗ κορυφὰ τὸ Β, κῶνος ἐγγεγραμμένος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· ἐν δὲ τῷ τμάματι, οὗ κορυφα τὸ Δ, ἀπότμαμα κώνου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμά-

1. αλληλαις F; corr. Torellius. 2. τοῦ] addidi; om. F,

$B\Theta$, $K\varLambda$ inter se aequales, et uertices puncta B, $\varLambda$. demonstrandum est, segmentum conoidis, cuius uertex sit B, aequale esse segmento conoidis, cuius uertex sit $\varLambda$.

nam quoniam ab eadem sectione coni rectanguli duo segmenta abscisa sunt, $A\varLambda Z$ et $EB\Gamma$, et diametri eorum $K\varLambda$, $B\Theta$ aequales sunt, triangulum $A\varLambda K$ aequale est triangulo $E\Theta B$; nam demonstratum est, triangulum $A\varLambda Z$ aequale esse triangulo $EB\Gamma$ [prop. 3].[1]) ducatur igitur linea $\varLambda X$ ad productam lineam $K\varLambda$ perpendicularis. et quoniam $B\Theta = K\varLambda$, erit etiam $E\Theta = \varLambda X$.[2]) inscribatur igitur segmento, cuius uertex est B, conus eandem basim habens, quam segmentum, et eundem axem, et segmento, cuius uertex est $\varLambda$, segmentum coni eandem basim habens, quam seg-

1) Et $B\Theta$, $K\varLambda$ diametri (prop. 11, a) sectionum bases in duas partes aequales diuidunt (prop. 3 p. 302, 9); tum u. Eucl. VI, 1.

2) Nam, cum bases $B\Theta$, $K\varLambda$ aequales sint, erit
$E\Theta B : AK\varLambda = E\Theta : \varLambda X$ (Eucl. VI, 1) $= 1$ (not. 1).

nulgo. 6. αὐτῶν αἱ] scripsi; αἱ om. F, uulgo. 14. αποτμημα F, ut p. 408 lin. 3; corr. Torellius. ἔχον] D, B mg.; εχων F, uulgo.

ματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. ἄχθω δὲ ἀπὸ τοῦ Λ κάθετος ἐπὶ τὰν ΑΖ ἁ ΛΜ. ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ ὕψος τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ Λ. τὸ δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ Λ, καὶ ὁ κῶνος, οὗ κορυφὰ τὸ Β, τὸν συγκείμενον λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλλαλα ἔκ τε τοῦ τῶν βασίων λόγου καὶ ἐκ τοῦ τῶν ὑψέων. τὸν συγκείμενον οὖν ἔχοντι λόγον ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τᾶς περὶ διάμετρον τὰν ΑΖ ποτὶ τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΕΓ, καὶ ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΜΛ ποτὶ τὰν ΒΘ. τὸ δὲ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ τὸν αὐτὸν κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΓ [ἔχει καὶ τὸ ἀπότμημα τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ Λ, πρὸς τὸν κῶνον, οὗ κορυφὰ τὸ Β, τὸν συγκείμενον λόγον ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΚΛ ποτὶ τὰν ΕΘ, καὶ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΜΛ ποτὶ τὰν ΒΘ· ἁ μὲν γὰρ ΚΛ ἡμίσεά ἐντι τᾶς διαμέτρου τᾶς βάσιος τᾶς τοῦ ἀποτμήματος τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ Λ, ἁ δὲ ΕΘ ἡμίσεα τᾶς διαμέτρου τᾶς βάσεως τοῦ κώνου, αἱ δὲ ΛΜ, ΒΘ ὕψεά ἐντι αὐτῶν. ἔχει δὲ ἁ ΛΜ ποτὶ τὰν ΒΘ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν καὶ ποτὶ τὰν ΚΛ, ἐπεὶ ἁ ΒΘ ἴση ἐστὶ τᾷ ΚΛ. ἔχει δὲ καὶ ἁ ΛΜ ποτὶ τὰν ΚΛ, ὃν ἁ ΧΑ ποτὶ τὰν ΑΚ]. ἔχοι οὖν κα καὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου ποτὶ τὸν κῶνον τὸν συγκείμενον λόγον ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΑΚ ποτὶ τὰν

1. δέ] δὲ καί D (non BC*); ed. Basil., Torellius. 2. δή] Torellius; δι F, uulgo. 3. Λ] Α F. 5. εχωντι F; corr. D. ποτι ταλλαλα F. 11. ΜΛ] scripsi; ΝΛ FBC*; ΛΜ ed. Basil., Torellius. In figura lineas ΖΠ, ΛΠ et litteras Ο, Π addidi. 15. ἀπότμαμα, ut lin. 20, Torellius. 16. ποτί Torellius.

, et eundem axem. ducatur autem ab A puncto M ad lineam AZ perpendicularis. ea igitur erit segmenti coni, cuius uertex est A.[1]) tum autem coni, cuius uertex est A, et conus, ertex est B, eam inter se rationem habent, omposita est ex ratione basium et ratione num.[2]) habent igitur rationem compositam ex , quam habet spatium comprehensum sectione utianguli [prop. 12] circum diametrum AZ a ad circulum [prop. 11, a] circum diametrum scriptum, et ratione $MA : B\Theta$. sed spatium coni acutianguli comprehensum ad eundem n eandem rationem habet, quam rectangulum is [illius] comprehensum ad $E\Gamma^2$ [prop. 5].[3]) tiam segmentum coni ad conum rationem ha-

---

uia a uertice A ad basim perpendicularis ducta est r. parab. 17 extr.).

Cfr. prop. 10.

Sequentia uerba: ἔχει καὶ lin. 15 — τὰν AK lin. 25 sunt. nam primum uerba αἱ δὲ AM, $B\Theta$ ὕψεά ἐντι hoc loco prorsus absurda sunt post lin. 2—3. deinde roxime sequuntur lin. 22—25 demonstrationis tenone conturbant. adparet enim ex p. 410, 1 sq., Archi- rationem $AM : B\Theta$ immutatam retinuisse et alteram n ita transformasse, ut adpareret, eam aequalem esse M. tum etiam lin. 15—21, ubi etiam causa obscure ta (ἃ μὲν γάρ κτλ. lin. 19) offendit, delendae sunt lin. 25 sq.

] scripsi; NA FBC*; AM ed. Basil., Torellius. 19. αμετρων (ων comp.) τας βασιας (ας comp.) F; corr. us. 22. AM] AN F, ut lin. 23; corr. ed. Basil. 24. rellius. AM] AN F, ut p. 410 lin. 2; corr. ed. Basil. οὖν κα] scripsi; εχοι F, uulgo; ἔχει Torellius, B. 26. F; corr. Torellius.

ΑΧ· ἴσα γάρ ἐστιν ἁ *ΑΧ* τᾷ *ΕΘ*· καὶ ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ *ΑΜ* ποτὶ τὰν *ΒΘ*. ὁ δὲ ἕτερος τῶν εἰρημένων λόγων, ὁ τᾶς *ΑΚ* ποτὶ *ΑΧ*, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τᾶς *ΑΚ* ποτὶ *ΑΜ*. τὸ ἄρα ἀπότμαμα ποτὶ τὸν κῶνον λόγον ἔχει, ὃν ἁ *ΑΚ* ποτὶ τὰν *ΑΜ*, καὶ ὃν ἔχει ἁ *ΑΜ* ποτὶ τὰν *ΒΘ*. ἴσα δὲ ἁ *ΒΘ* τᾷ *ΚΑ*. δῆλον οὖν, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ *Α*, τῷ κώνῳ, οὗ κορυφὰ τὸ *Β*. φανερὸν οὖν, ὅτι καὶ τὰ τμάματα ἴσα ἐντί, ἐπεὶ τὸ μὲν ἕτερον αὐτῶν ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ κώνου, τὸ δὲ ἕτερον ἡμιόλιον τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου ἴσων ἐόντων.

κδ΄.

Εἴ κα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα ἀποτμαθέωντι ἐπιπέδοις ὁπωσοῦν ἀγμένοις, τὰ τμάματα ποτ᾽ ἄλλαλα τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον τοῖς τετραγώνοις τοῖς ἀπὸ τῶν ἀξόνων αὐτῶν.

ἀποτετμάσθω γὰρ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα, ὡς ἔτυχεν. ἔστω δὲ τῷ μὲν τοῦ ἑτέρου τμάματος ἄξονι ἴσα ἁ *Κ*, τῷ δὲ τοῦ ἑτέρου ἴσα ἁ *Λ*. δεικτέον, ὅτι τὰ τμάματα τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ᾽ ἄλλαλα τοῖς ἀπὸ τᾶν *Κ*, *Λ* τετραγώνοις.

τμαθέντος δὴ τοῦ κωνοειδέος ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ

---

1. *ΑΧ*] *ΑΓ* FV. 2. ἕτερος] scripsi; εκ F, uulgo. 3. τᾶς] της F; corr. Torellius. προς per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 4 bis. τᾶς *ΑΚ*] της *ΑΝ* F, της *ΑΚ* ed. Basil.; corr. Torellius. 4. *ΑΜ*] *ΑΚ* FVD. 5. *ΑΚ*] *ΑΝ* F; corr. AB. *ΑΜ*] *ΑΚ* F; corr. AB. και τω ον F; corr. Torellius. *ΑΜ*] *ΑΝ* F; corr. AB. 6. ιση F; corr. Torellius. 7. αποτμημα F. 10. αποτμηματος F; corr. Torellius. 12. κς΄ Torellius. 16. αὐτῶν] αυτησ cum comp. ων supra σ F; αὐτοῖς ed. Basil. corr. C*. 17. αποτετμησθω F, ut lin. 14; corr. Torellius. 18. τῷ] τα F; corr. B* D. 19. *Κ*] *ΑΚ* FBC*. *Λ*] *ΑΛ* FBC*.

bebit compositam ex $AK : AX$ (nam $AX = E\Theta$)[1] et $AM : B\Theta$. altera autem harum rationum, $AK : AX$, aequalis est rationi $AK : AM$.[2]) itaque segmentum [coni] ad conum eam rationem habet, quam

$$AK : AM \times AM : B\Theta.$$

sed $B\Theta = KA$ [ex hypothesi]. adparet igitur, segmentum coni, cuius uertex sit A, aequale esse cono, cuius uertex sit B. constat igitur, etiam segmenta aequalia esse, quia alterum eorum dimidia parte maius est cono [prop. 21], alterum dimidia parte maius segmento coni cono illi aequali [prop. 22].

XXIV.

Si a conoide rectangulo duo segmenta abscinduntur planis quouis modo ductis, segmenta inter se eandem rationem habebunt, quam quadrata axium.[3])

abscindantur enim a conoide rectangulo duo segmenta quouis modo sumpta, et axi alterius segmenti aequalis sit linea K, alterius autem linea A. demonstrandum, segmenta eandem rationem habere inter se quam $K^2 : A^2$.

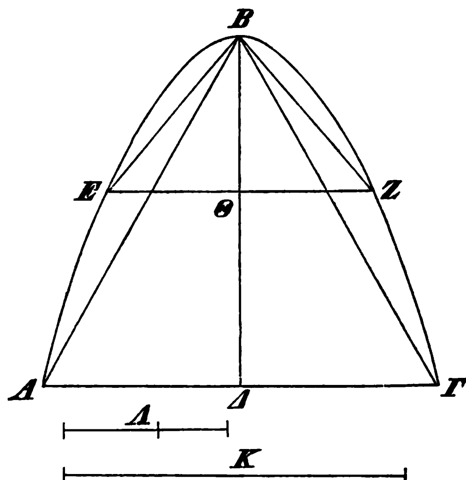
secto igitur conoide plano per axem posito segmenti

1) U. p. 406, 10. Ducatur $A\Pi \nparallel AX$ et $Z\Pi \perp A\Pi$. erit $Z\Pi$ minor diametrus ellipsis, cuius maior diametrus est AZ (prop. 12). et (Eucl. VI, 2) $ZO : O\Pi = ZK : KA = 1$. sed $O\Pi = AX$ (Eucl. I, 34) $= \Theta E$. quare erit $Z\Pi = E\Gamma$. itaque $AZ \times Z\Pi : E\Gamma^2 = AZ : E\Gamma = AK : E\Theta = AK : AX$.

2) Nam trianguli MKA, AKX similes sunt; tum u. Eucl. VI, 4.

3) P. 276, 18 finis hic est: τὰ ἀποτμαθέντα τμάματα διπλάσιον λόγον ἑξοῦντι ποτ' ἄλλαλα τῶν ἀξόνων; cfr. περὶ ἑλίκ. praef.

ἄξονος τοῦ τμάματος ἔστω τομὰ ἁ ΑΒΓ ὀρθογωνίου κώνου τομά, ἄξων δὲ ἁ ΒΔ. καὶ ἀπολελάφθω ἁ ΒΔ τᾷ Κ ἴσα, καὶ διὰ τοῦ Δ ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω ὀρθὸν ποτὶ



τὸν ἄξονα. τὸ δὴ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ ἴσον ἐστὶ τῷ τμάματι τῷ ἄξονα ἔχοντι ἴσον τᾷ Κ. εἰ μὲν οὖν καὶ ἁ Κ ἴσα ἐστὶ τᾷ Λ, φανερόν, ὅτι καὶ τὰ τμάματα ἴσα ἐσσοῦνται ἀλλάλοις. ἑκάτερον γὰρ αὐτῶν ἴσον τῷ αὐτῷ. καὶ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν Κ, Λ ἴσα· ὥστε τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον τὰ τμάματα τοῖς τετραγώνοις τοῖς ἀπὸ τῶν ἀξόνων. εἰ δὲ μὴ ἴσα ἐστὶν ἁ Λ τᾷ Κ, ἔστω ἁ Λ ἴσα τᾷ ΒΘ, καὶ διὰ τοῦ Θ ἐπίπεδον ἄχθω ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα. τὸ δὴ τμᾶμα τὸ βάσιν ἔχον τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΕΖ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΘ ἴσον

1. ἁ] om. F. 3. *K*] *IK* F. 4. δή] scripsi; δε F, uulgo.

tio sit $AB\Gamma$ rectanguli coni sectio [prop. 11, a], autem $B\Delta$. et ponatur $B\Delta$ lineae K aequalis, per Δ punctum planum ducatur ad axem perpenulare. segmentum igitur conoidis basim habens culum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, axem tem $B\Delta$ aequale est segmento axem habenti lineae aequalem [prop. 23]. quare si $K = \Lambda$, constat, iam segmenta aequalia inter se fore; nam utrumque rum eidem aequale est. et $K^2 = \Lambda^2$. quare segenta eandem rationem habebunt, quam quadrata ium. sin Λ linea lineae K aequalis non est, sit $= B\Theta$, et per Θ ducatur planum ad axem perpeniculare. segmentum igitur basim habens circulum ircum diametrum EZ descriptum, axem autem $B\Theta$

ἐστί] comp. F, B C*; ἐντί uulgo. τμάματι] sic F, ut lin. 8, 11. . Λ] Δ F; corr. ed. Basil.* 9. ἴσον] comp. F. 10. τᾶν] ipsi; των F, uulgo. Λ] A F; corr. ed. Basil.* 14. δή] ipsi; δε F, uulgo.

ἐστὶ τῷ τμάματι τῷ ἔχοντι ἄξονα ἴσον τᾷ Λ. ἐγγεγράφθωσαν δὴ κῶνοι βασίας μὲν ἐχόντες τοὺς κύκλους τοὺς περὶ διαμέτρους τὰς ΑΓ, ΕΖ, κορυφὰν δὲ τὸ Β σαμεῖον. ὁ δὴ κῶνος ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΒΔ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΒΘ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΑΔ ποτὶ τὰν ΘΕ δυνάμει, καὶ ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΔΒ ποτὶ τὰν ΒΘ μάκει. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΘΕ δυνάμει, τοῦτον ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΘ μάκει. ὁ ἄρα κῶνος ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΒΔ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΒΘ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΔΒ ποτὶ τὰν ΘΒ, καὶ ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΔΒ ποτὶ τὰν ΒΘ. οὗτος δέ ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΒ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΒ. ὃν δὲ λόγον ἔχει ὁ κῶνος ὁ ἄξονα ἔχων τὰν ΒΔ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἄξονα ἔχοντα τὰν ΘΒ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον τὰν ΔΒ ποτὶ τὸ τμᾶμα τὸ ἄξονα ἔχον τὰν ΘΒ. ἑκάτερον γὰρ ἡμιόλιόν ἐστιν. καί ἐστιν τῷ μὲν τμάματι τῷ ἄξονα ἔχοντι τὰν ΒΔ ἴσον τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τᾷ Κ, τῷ δὲ τμάματι τῷ ἄξονα ἔχοντι τὰν ΘΒ ἴσον τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τᾷ Λ, καὶ τᾷ μὲν ΒΔ ἴσα ἁ Κ, τᾷ δὲ ΘΒ ἴσα ἁ Λ. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τᾷ Κ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ποτὶ τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τᾷ Λ, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς Κ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς Λ.

1. τᾷ] scripsi; τω F, uulgo. 2. δή] δυο A, ed. Basil., Torellius. 4. δή] scripsi; δε F, uulgo. 9. μακων F; corr. B. 15. ΘΒ] ΕΒ F; corr. ed. Basil.* 16. ὁ ἄξονα] ὁ ad-

ale est segmento axem habenti aequalem lineae Λ. ribantur igitur coni bases habentes circulos circum etros $A\Gamma$, EZ descriptos, uerticem autem punctum conus igitur axem habens $B\Delta$ ad conum axem entem $B\Theta$ eam rationem habet, quam habet

$$A\Delta^2 : \Theta E^2 \times \Delta B : B\Theta.^{1)}$$

$\Delta A^2 : \Theta E^2 = B\Delta : B\Theta$ [quadr. parab. prop. 3]. re conus axem habens $B\Delta$ ad conum axem hatem $B\Theta$ eam habet rationem, quam

$$\Delta B : \Theta B \times \Delta B : B\Theta = \Delta B^2 : \Theta B^2.$$

quam rationem habet conus axem habens $B\Delta$ ad m axem habentem ΘB, eam rationem habet segtum conoidis axem habens ΔB ad segmentum m habens ΘB. utrumque enim [segmentum] dia parte maius est [cono basim eandem habenti axem eundem; prop. 21]. et segmento axem hati $B\Delta$ aequale est segmentum conoidis axem habens ae K aequalem, segmento autem axem habenti segmentum axem aequalem habens lineae Λ, et $= K$, $\Theta B = \Lambda$. adparet igitur, segmentum codis axem habens lineae K aequalem ad segmentum oidis axem habens lineae Λ aequalem eandem ranem habere, quam K^2 ad Λ^2.

1) Habent enim rationem ex ratione basium et ratione um compositam (prop. 10); sed ratio basium ea est, quam bet $A\Delta^2 : E\Theta^2$ (Eucl. XII, 2).

di; om. F, uulgo. $B\Delta$] $K\Delta$ FBC*. 20. τό] addidi; om. uulgo. 23. ἴσον] scripsi; ισαν F, uulgo. K] AK F. 27. τράγωνον] τετραγωνον KE F; corr. B. 28. Λ] A F.

κε΄.

Πᾶν τμᾶμα ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ συναμφοτέραις ἴσα τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι.

ἔστω τι τμᾶμα ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, καὶ τμαθέντος αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ἁ τομὰ ἔστω αὐτοῦ μὲν τοῦ κωνοειδέος ἁ *ΑΒΓ* ἀμβλυγωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτέμνοντος τὸ τμᾶμα ἁ *ΑΓ* εὐθεῖα, ἄξων δὲ ἔστω τοῦ τμάματος ἁ *ΒΔ*, ἁ δὲ ποτεοῦσα τῷ ἄξονι ἔστω ἁ *ΒΘ*, καὶ τᾷ *ΒΘ* ἴσα ἁ *ΖΘ* καὶ ἁ *ΖΗ*. δεικτέον, ὅτι τὸ τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἁ *ΗΔ* ποτὶ τὰν *ΖΔ*.

ἔστω δὴ κύλινδρος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ ἔστωσαν αἱ *ΦΑ*, *ΓΥ*. ἔστω δὲ καὶ κῶνός τις, ἐν ᾧ τὸ *Ψ*, καὶ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὰν *ΒΔ* τοῦτον ἐχέτω τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ *ΗΔ* ποτὶ τὰν *ΔΖ*. φαμὶ δὴ τὸ τμᾶμα τοῦ

1. κζ΄ Torellius. 2. αποτετμημενον F, ut lin. 10; corr. Torellius. 5. ἁ συναμφοτέραις] scripsi; συναμφοτερα F, uulgo. 6. τῷ] το F. 15. ἁ ΑΓ εὐθεῖα] scripsi; ευθεια F, uulgo; εὐθεῖα ἁ ΑΓ ed. Basil., Torellius. 16. ΒΔ] ΒΑΔ F; corr. ed. Basil*. ποτιουσα F; corr. Torellius. 18. τὸν βάσιν] Torellius; ταν βασιν F, uulgo. 19. λόγον] τὸν αὐτὸν λόγον?

XXV.

uoduis segmentum conoidis obtusianguli plano xem perpendiculari abscisum ad conum eandem n habentem, quam segmentum, et altitudinem alem eam habet rationem, quam linea utrique l aequalis, et axi segmenti et triplici lineae axi tae ad lineam utrique aequalem et axi segmenti uplici lineae axi adiectae.[1])

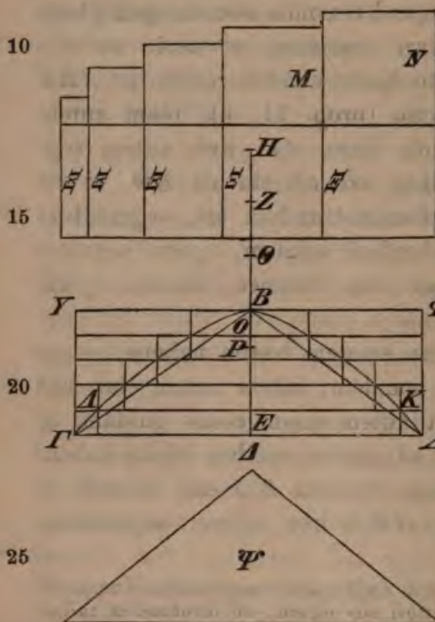
it segmentum aliquod conoidis obtusianguli plano xem perpendiculari abscisum, et secto eo alio o per axem posito ipsius conoidis sectio sit $AB\Gamma$ obtusianguli sectio [prop. 11, b], plani autem entum abscindentis linea $A\Gamma$, axis autem segi sit $B\Delta$, et linea axi adiecta sit $B\Theta$, et sit $= Z\Theta = ZH$. demonstrandum est, segmentum onum basim habentem eandem, quam segmen- et eundem axem eam rationem habere, quam $: Z\Delta$.

it igitur cylindrus eandem basim habens, quam entum, et axem eundem, latera autem eius sint e ΦA, $\Gamma\Upsilon$. sit autem etiam conus quidam, in sit littera Ψ, et ad conum eandem basim haben- quam segmentum, et axem $B\Delta$ eam habeat raem, quam $H\Delta : \Delta Z$. dico igitur, segmentum

1) P. 280, 2: εἴ κα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτμαθῇ ατα ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις τῷ τε ἄξονι κτλ. (lin. 6—9).

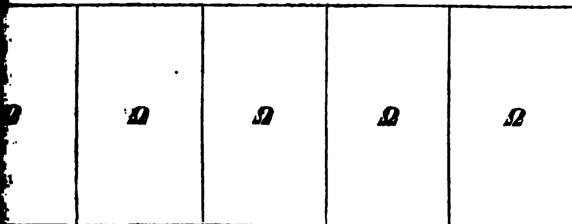
έ] scripsi; δη F, uulgo. 26. $H\Delta$] $K\Delta$ F; corr. ed. Ba- φημι F; corr. Torellius.

κωνοειδέος ἴσον εἶμεν τῷ Ψ κώνῳ. εἰ γὰρ μή ἐσ… ἴσον, ἤτοι μεῖζον ἢ ἔλασσόν ἐστιν. ἔστω πρότερ… εἰ δυνατόν, μεῖζον. ἐγγεγράφθω δὴ εἰς τὸ τμᾶ… σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρ… ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφ… σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλ… ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κών… διάχθω δὴ τὰ ἐπίπεδα πάντων τῶν κυλίνδρων π… τὰν ἐπιφάνειαν … κυλίνδρου τοῦ βά… μὲν ἔχοντος τὸν … κλον τὸν περὶ δ… μετρον τὰν ΑΓ, ἄξ… δὲ τὰν ΒΔ. ἐσσεῖ… δὴ ὅλος ὁ κύλινδ… διῃρημένος εἰς … λίνδρους τῷ μὲν π… θει ἴσους τοῖς κυλ… δροις τοῖς ἐν … περιγεγραμμένῳ … σχήματι, τῷ δὲ … γέθει ἴσους τῷ … γίστῳ αὐτῶν. … ἐπεὶ ἐλάσσονι ὑπ… έχει τὸ περιγεγρα… μένον σχῆμα τ… ἐγγεγραμμένου, ἢ … τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου, καὶ μεῖζόν ἐστι τὸ περιγεγρα… μένον σχῆμα τοῦ τμάματος, δῆλον, ὅτι καὶ τὸ ἐγγ…



1. γάρ] scripsi; γε F, uulgo. 4. αλλω F. 8. διηχθω …

is aequale esse cono Ψ. nam si aequale non
at maius est aut minus. prius, si fieri potest,
sit. inscribatur igitur segmento figura solida,
circumscribatur ex cylindris altitudinem aequa-
abentibus composita, ita ut figura circumscripta
t inscriptam spatio minore, quam quali excedit
ntum conoidis conum Ψ [prop. 19]. producan-
itur plana omnium cylindrorum ad superficiem
ri basim habentis circulum circum diametrum



escriptum, axem autem $B\Delta$. itaque totus cy-
diuisus erit in cylindros numero cylindris
circumscriptae aequales, magnitudine autem
o eorum aequales. et quoniam figura circum-
excedit inscriptam minore spatio, quam quo
ntum conum Ψ excedit, et figura circumscripta
est segmento, adparet, etiam figuram inscriptam
em esse cono Ψ. sit igitur BP tertia pars

Torellius. In figura litteras M, N permutant Cr., ed. Torellius. 24. ἐλασσονι F. 27. ἢ] om. F; corr. ed. 28. τμᾶμα] sic F, ut p. 420 lin. 12.

γραμμένον σχῆμα μεῖζόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. ἐ δὴ τρίτον μέρος τᾶς ΒΔ ἁ ΒΡ. ἐσσείται οὖν ἁ Ι τριπλασία τᾶς ΘΡ. καὶ ἐπεὶ ὁ μὲν κύλινδρος ὁ βά ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξ δὲ τὰν ΒΔ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα αὐτὰν καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγ ὃν ἁ ΗΔ ποτὶ τὰν ΘΡ, ἔχει δὲ καὶ ὁ εἰρημένος νος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον, ὃν ἁ ΖΔ ποτὶ τὰν Η ἕξει ἄρα καὶ ἀνομοίως τῶν λόγων τεταγμένων αὐτὸν λόγον ὁ κύλινδρος ὁ εἰρημένος ποτὶ τὸν κῶνον, ὃν ἁ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ. ἔστωσαν δὲ γραμ κειμέναι, ἐφ' ἂν τὰ Ξ, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι τοῖς τ μάτεσσιν τοῖς ἐν τᾷ ΒΔ εὐθείᾳ, τῷ δὲ μεγέθει ἑκά ἴσα τᾷ ΖΒ, καὶ παρ' ἑκάσταν αὐτᾶν παραπεπτωκ χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ, καὶ τὸ μὲν γιστον ἔστω ἴσον τῷ ὑπὸ ΖΔ, ΔΒ, τὸ δὲ ἐλάχισ ἴσον τῷ ὑπὸ ΖΟ, ΟΒ. αἱ δὲ πλευραὶ τῶν ὑπερβ μάτων τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχόντων [καὶ γὰρ ἴσαι αὐταῖς αἱ ἐπὶ τᾶς ΒΔ εὐθείας τῷ ἴσῳ ἀλλάλ ὑπερέχουσιν]. καὶ ἔστω ἁ μὲν τοῦ μεγίστου ὑπερβ ματος πλευρά, ἐφ' ἆς τὸ Ν, ἴσα τᾷ ΒΔ, ἁ δὲ τοῦ ἐλα στου ἴσα τᾷ ΒΟ. ἔστω δὲ καὶ ἄλλα χωρία, ἐν οἷς Ω, τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκασ ἴσον τᾷ μεγίστῳ τῷ ὑπὸ τᾶν ΖΔ, ΔΒ. ὁ δὴ

---

2. επειται F. 9. ἄρα καί] scripsi; αμετρι post lacun F, uulgo; οὖν Commandinus; ἄρα Torellius. τεταγμέν Commandinus; τεταραγμενον F, uulgo; τεταγμένον Torell 11. ὃν] om. FBC*. ΘΡ] ΘΟ F; corr. ed. Basil.* ἔσ σαν] comp. F. δέ] scripsi; δε αι F, uulgo. 12. ισα F; c B* 13. τᾷ] τω F; corr. Torellius. 14. αυτων F; c Torellius. 16. ἴσον] εν F; corr. ed. Basil. ΖΔ, ΒΔ scri ΖΒΔ FBC*; ΖΔΒ ed. Basil., uulgo. 17. ἴσον] εν F; corr. ΖΟ, ΟΒ] scripsi; ΖΟΒ F, uulgo. 18. τῷ] των τω F; corr.

lineae $B\Delta$. erit igitur $H\Delta = 3\,\Theta P$.[1]) et quoniam cylindrus basim habens circulum circum diametrum $\Delta\Gamma$ descriptum, axem autem $B\Delta$ ad conum basim habentem eandem et eundem axem eam habet rationem, quam $H\Delta : \Theta P$,[2]) et etiam conus ille ad conum Ψ eam rationem habet, quam $Z\Delta : H\Delta$, habebit etiam, cum perturbata sit proportio [Eucl. V, def. 20], cylindrus, quem commemorauimus, ad conum Ψ eam rationem, quam $Z\Delta : \Theta P$ [Eucl. V, 23]. ponantur autem lineae quaedam, in quibus sint litterae Ξ, numero partibus lineae $B\Delta$ aequales, magnitudine autem singulae lineae ZB aequales, et singulis adplicetur spatium figura quadrata excedens, et maximum sit $= Z\Delta \times \Delta B$, minimum autem $= ZO \times OB$; latera autem excessuum aequali differentia inter se excedant.[3]) et latus maximi excessus sit ea linea, in qua est littera N, aequalis lineae $B\Delta$, latus autem minimi excessus lineae BO aequalis sit. sint autem etiam alia spatia, in quibus sit littera Ω, numero his aequalia et magnitudine singula maximo illorum, rectangulo lineis $Z\Delta$, ΔB

1) Nam $H\Delta = HB + B\Delta = 3\Theta B + 3BP$ et $\Theta P = \Theta B + BP$.

2) Conus enim tertia pars est cylindri (Eucl. XII, 10; cfr. supra prop. 10), et $\Theta P = \frac{1}{3} H\Delta$.

3) Cum nusquam dixerit Archimedes, latera aequalia esse partibus lineae $B\Delta$ (neque enim hoc ex linn. 15—17 concludi potest), adparet, retinendam esse scripturam codicum lin. 18, et uerba sequentia lin. 18—20 delenda, in quibus offendunt etiam ἀλλάλων et ὑπερέχουσιν.

ὑπερέχοντι Nizzius. 20. ὑπερέχοντι Torellius; sed u. not. 3. 21. τὸ N] scripsi; τον F; τὸ M ed. Basil., Torellius; u. p. 419. 22. BO] BI F; corr. ed. Basil. 24. $Z\Delta$, ΔB scripsi; $Z\Delta B$ F, uulgo.

λινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΚΛ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΚΕ δυνάμει. οὗτος δέ ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΔ, ΒΔ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΒΕ. ἐν πάσᾳ γὰρ τᾷ τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾷ τοῦτο συμβαίνει [ἁ γὰρ διπλασία τᾶς ποτεούσας, τουτέστι τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου, πλαγία ἐστὶ τοῦ εἴδους πλευρά]. καί ἐστι τῷ μὲν ὑπὸ τᾶν ΖΔ, ΒΔ περιεχομένῳ ἴσον τὸ ΞΝ χωρίον, τῷ δὲ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΒΕ ἴσον ἐστὶ τὸ ΞΜ. ἁ γὰρ Ξ ἴσα ἐστὶ τᾷ ΖΒ, ἁ δὲ Μ τᾷ ΒΕ, ἁ δὲ Ν τᾷ ΒΔ. ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν βάσιν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΚΛ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ΞΜ. ὁμοίως δὲ δειχθησέται καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἔχων τὰν ἴσαν τᾷ ΔΕ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα τὸν αὐτὸν ἄξονα τοῦτον ἔχων τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ὁμόλογον τῶν παρὰ τὰν Ξ παραπεπτωκότων ὑπερβάλλον τῷ τετραγώνῳ. ἔστιν δή τινα μεγέθεα, οἱ κύλινδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὧν ἕκαστος ἄξονα ἔχει ἴσον τᾷ ΔΕ, καὶ ἄλλα μεγέθεα, τὰ χωρία, ἐν οἷς τὸ

7. *τᾶν*] *τας* F; corr. AB. 12. *ΞΝ*] addidi; om. F, uulgo; *ΞΜ* Cr., ed. Basil., Torellius. *ἴσον ἐστὶ τὸ ΞΜ. ἁ γὰρ Ξ*] om. F; corr. ed. Basil. (*ΞΝ* pro *ΞΜ*). 13. *Μ*] scripsi; *Ν* F, uulgo. 14. *Ν*] *Μ* ed. Basil., Torellius. 19. *ΞΝ* Torellius. 24. *ὁμόλογον*] *ον λογον* F; corr. Torellius. *τῶν παρά*] *ταν*

comprehenso, aequalia. itaque cylindrus basim habens circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, axem autem ΔE ad cylindrum basim habentem circulum circum diametrum KA descriptum, axem autem ΔE eandem rationem habet, quam $\Delta A^2 : KE^2$ [Eucl. XII, 11; XII, 2]. sed

$$\Delta A^2 : KE^2 = Z\Delta \times B\Delta : ZE \times BE.$$

hoc enim in omnibus sectionibus coni obtusianguli accidit.[1]) et spatium $\Xi N = Z\Delta \times B\Delta$, et

$$\Xi M = ZE \times BE;$$

nam $\Xi = ZB$ et $M = BE$ et $N = B\Delta$.[2]) itaque cylindrus basim habens circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, axem autem ΔE ad cylindrum basim habentem circulum circum diametrum KA descriptum, axem autem ΔE eandem rationem habebit, quam Ω spatium ad ΞM. et eodem modo demonstrabimus, etiam unumquemque ex ceteris cylindris totius cylindri axem habentem lineae ΔE aequalem ad cylindrum figurae inscriptae eundem axem habentem eam rationem habere, quam spatium Ω ad respondens spatium eorum, quae lineae Ξ adplicata sunt figura quadrata excedentia. sunt igitur magnitudines quaedam, cylindri totius cylindri, quorum singuli axem habent lineae ΔE aequalem, et aliae magnitudines,

1) Apollon. I, 21; cfr. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 55 nr. 24. sed sequentia uerba lin. 9—10 delenda sunt, quia nomen ἡ πλαγία πλευρά ab Apollonio demum inuentum est. interpolator uerba Archimedis ad genus dicendi Apollonii adcommodare uoluit.

2) Et $\Xi N = (\Xi + N) \times N$, $\Xi M = (\Xi + M) \times N$.

περι F; corr. Torellius. Ξ] Nizzius; $N\Xi$ F, uulgo. περιεχτωκοτων F; corr. Torellius.

Ω, ἴσα τούτοις τῷ πλήθει κατὰ δύο μεγέθεα τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἐπεὶ οἵ τε κυλίνδροι ἴσοι ἐντὶ ἀλλάλοις, καὶ τὰ *Ω* χωρία ἴσα ἀλλάλοις· λεγόνται δὲ τῶν τε κυλίνδρων τινὲς ποτὶ ἄλλους κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δὲ ἔσχατος οὐδὲ ποθ' ἓν λεγέται, καὶ τῶν χωρίων, ἐν οἷς τὰ *Ω*, ποτ' ἄλλα χωρία τὰ παρὰ τὰν *Ξ* παραπεπτωκότα ὑπερβάλλοντα εἴδει τετραγώνῳ, τὰ δὲ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ ἔσχατον οὐδὲ ποθ' ἓν λεγέται. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ πάντες οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ *Ω* χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα χωρὶς τοῦ μεγίστου. δεδείκται δέ, ὅτι πάντα τὰ *Ω* χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα χωρὶς τοῦ μεγίστου μείζω λόγον ἔχοντι, ἢ ὃν ἁ *ΝΞ* ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς *Ξ* καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς *Ν*. ὥστε καὶ ὅλος ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μείζονα ἔχει λόγον, ἢ ὃν ἁ *ΖΔ* ποτὶ τὰν *ΘΡ*, ὃν ὁ ὅλος κύλινδρος ἔχων ἐδείχθη ποτὶ τὸν *Ψ* κῶνον. μείζονα οὖν ἔχει λόγον ὁ ὅλος κύλινδρος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν *Ψ* κῶνον· ὥστε μείζων ἐστὶν ὁ *Ψ* κῶνος τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος· ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον τοῦ *Ψ* κώνου. οὐκ ἄρα μεῖζον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ *Ψ* κώνου. οὐδὲ τοίνυν ἔλασσον. ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, ἔλασσον. πάλιν οὖν ἐγγεγράφθω εἰς τὸ τμᾶμα

---

3. ἀλληλοις (alt.) F. λεγωνται F. 4. τούς] addidi; om. F, uulgo. 6. ποθ' ἕν] scripsi; ποθεν F, uulgo. 8. αὐτοῖς] Nizzius; om. F, uulgo. 9. ποθ' ἕν] u. lin. 6. 11. τῷ] scripsi; om. F, uulgo. 16. *ΜΞ* Torellius. 17. *Μ* Torellius.

spatia, in quibus est littera Ω, illis numero aequales, quae cum binis in eadem proportione, quoniam et cylindri inter se aequales sunt, et spatia Ω inter se aequalia. porro et cylindrorum nonnulli cum aliis cylindris, qui sunt in figura inscripta, in proportione sunt, ultimus autem in nulla est proportione,[1]) et spatiorum, in quibus sunt litterae Ω, [nonnulla] cum aliis spatiis, quae lineae Ξ adplicata sunt figura quadrata excedentia, respondentia in iisdem proportionibus, ultimum autem in nulla proportione. adparet igitur, etiam omnes cylindros totius cylindri ad omnes cylindros figurae inscriptae eandem rationem habere, quam omnia spatia Ω ad omnia spatia adplicata praeter maximum [prop. 1]. demonstratum autem, omnia simul spatia Ω ad omnia spatia adplicata praeter maximum maiorem rationem habere, quam $N + \Xi : \frac{1}{2}\Xi + \frac{1}{3}N$ [prop. 2]. quare etiam totus cylindrus ad figuram inscriptam maiorem rationem habet, quam $Z\Delta : \Theta P$[2]), quam rationem totum cylindrum ad conum Ψ habere demonstratum est. itaque totus cylindrus ad figuram inscriptam maiorem rationem habet, quam ad Ψ conum. quare conus Ψ maior est figura inscripta [Eucl. V, 8]; quod fieri non potest. nam demonstratum est, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ. itaque segmentum conoidis maius non est cono Ψ. — sed ne minus quidem est. sit enim, si fieri potest, minus. rursus igitur segmento inscri-

1) Quia cylindri figurae inscriptae uno pauciores sunt, quam cylindri totius cylindri.

2) Nam $N + \Xi = B\Delta + ZB = Z\Delta$, et
$\frac{1}{2}\Xi + \frac{1}{3}N = B\Theta + BP = \Theta P$.

σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει ὁ κῶνος τοῦ τμάματος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατεσκευάσθω. ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμάματος, καὶ ἐλάσσονι ὑπερέχει τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου, ἢ ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμάματος, δῆλον, ὅτι καὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. πάλιν δὴ ὅ τε κύλινδρος ὁ πρῶτος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ΞΝ· ἴσον γὰρ ἑκάτερον ἑκατέρῳ· καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων τὰν ἴσαν τᾷ ΔΕ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι κατ' αὐτὸν ἐόντα καὶ ἄξονα ἔχοντα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ὁμόλογον τῶν παρὰ τὰν Ξ παραβλημάτων σὺν τῷ ὑπερβλήματι, διὰ τὸ ἕκαστον τῶν περιγεγραμμένων χωρὶς τοῦ μεγίστου ἴσον εἶμεν ἑκάστῳ τῶν ἐγγεγραμμένων σὺν τῷ μεγίστῳ. ἕξει οὖν καὶ ὁ ὅλος κύλινδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ τὰ παραβλήματα σὺν τοῖς ὑπερβλημάτεσσιν. δεδείκται δὲ πάλιν πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ ἕτερα ἐλάσσω λόγον ἔχοντα τοῦ,

1. *σχῆμα*] om. F; corr. Torellius. 3. *υπερεχ* cum comp. *ην* uel *ιν* F. 8. *περιγραμμενον* F. 13. *τὸ ΞΝ*] *ΞΜ* Torellius. 14. *ἑκατέρῳ*] addidi; om. F, uulgo. 15. *τάν*] addidi; om. F, uulgo; cfr. p. 422, 21. 18. *τόν*] om. FBC*. *ὅν*] om. F; corr. B*. 21. *εἶμεν*] Torellius; *ἐστιν* per comp. F; *εἶναι* uulgo.

batur figura solida, et alia circumscribatur ex cylindris altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali excedit conus segmentum, et cetera eadem construantur. iam quoniam figura inscripta minor est segmento, et figura circumscripta excedit inscriptam minore spatio, quam quo conus Ψ segmentum excedit, adparet, etiam figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ. rursus igitur et cylindrus primus totius cylindri axem habens ΔE ad primum cylindrum figurae circumscriptae axem habentem ΔE eandem rationem habet, quam spatium Ω ad ΞN (utraque enim aequalia sunt), et ceterorum cylindrorum unusquisque eorum, qui in toto cylindro sunt axem habentes lineae ΔE aequalem, ad cylindrum figurae circumscriptae eodem loco positum et eundem axem habentem eam rationem habebit, quam spatium Ω ad spatium respondens eorum, quae lineae Ξ adplicata sunt, adsumpto excessu, quia unusquisque circumscriptorum praeter maximum aequalis est unicuique inscriptorum cum maximo.[1]) habebit igitur etiam totus cylindrus ad figuram circumscriptam eandem rationem, quam omnia spatia Ω ad spatia adplicata cum excessibus [prop. 1]. rursus autem demonstratum est, omnia spatia Ω ad omnia illa spatia

1) Sint c_1 c_2 c_3 c_4 cylindri inscripti, C_1 C_2 C_3 C_4 C_5 circumscripti, K cylindri totius cylindri, r_1 r_2 r_3 r_4 r_5 spatia adplicata adsumpto excessu. iam supra p. 422, 14 sq. demonstratum est $K : c_1 = \Omega : r_2$, $K : c_2 = \Omega : r_3$, $K : c_3 = : \Omega : r_4$, $K : c_4 = \Omega : r_5$; sed $c_1 = C_2$, $c_2 = C_3$, $c_3 = C_4$, $c_4 = C_5$. itaque $K : C_2 = \Omega : r_2$, $K : C_3 = \Omega : r_3$ cett.

ὃν ἔχει ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς Ξ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Ν· ὥστε καὶ ὅλος ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἕξει, ἢ ἁ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ. ἀλλ' ὡς ἁ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ, ὁ ὅλος κύλινδρος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. ἐλάσσονα οὖν λόγον ἔχει ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν Ψ. ὥστε μεῖζόν ἐστι τὸ περιγεγραμμένον τοῦ Ψ κώνου· ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ ἔλαττον ἐὸν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα ἔλασσόν ἐστι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ δὲ οὔτε μεῖζον οὔτε ἔλασσόν ἐστιν, δεδείκται οὖν τὸ προτεθέν.

κϛ.

Καὶ τοίνυν εἴ κα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ ἀποτμαθῇ τὸ τμᾶμα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τῷ τε ἄξονι καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι.

ἔστω γὰρ τμᾶμα ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ, ὡς εἰρήται. τμαθέντος δὲ ἐπιπέδῳ τοῦ σχήματος ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ τμᾶμα τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ ἀμβλυγωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ

1. ΞΜ Torellius. 2. Μ Torellius. 7. τόν] scripsi; το F, uulgo. Ψ] Ψ κῶνον Torellius. 12. ελασσ cum comp. ην uel ιν F. 14. κη' Torellius. 16. αποτμηθη F, ut lin. 17; corr. Torellius. 17. τὸ βάσιν] scripsi; του (comp.) βασιν F, uulgo. ἔχοντος BC*, ed. Basil., Torellius. 19. αι συναμφο-

minorem rationem habere, quam $\Xi + N : \frac{1}{2}\Xi + \frac{1}{3}N$ [prop. 2]. quare etiam totus cylindrus ad figuram circumscriptam minorem rationem habebit, quam $Z\Delta : \Theta P$. sed ut $Z\Delta : \Theta P$, ita totus cylindrus ad conum Ψ. itaque idem cylindrus ad figuram circumscriptam minorem rationem habet, quam ad Ψ. quare [figura] circumscripta maior est cono Ψ [Eucl. V, 8]; quod fieri non potest. nam demonstratum est, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ. itaque segmentum conoidis minus non est cono Ψ. et quoniam nec maius nec minus est, constat propositum.

XXVI.

Iam etiam si plano ad axem non perpendiculari segmentum conoidis obtusianguli abscinditur, sic quoque ad segmentum coni basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem eam rationem habebit, quam linea utrique aequalis, et axi segmenti et triplici lineae axi adiectae ad lineam utrique aequalem, et axi et duplici lineae axi adiectae.[1])

sit enim segmentum conoidis obtusianguli abscisum plano, ita ut dictum est. figura autem alio plano per axem secta ad planum segmentum abscindens perpendiculari figurae sectio sit $AB\Gamma$ coni obtusianguli sectio [prop. 11, b], plani autem segmentum abscindentis

1) P. 280, 10: *εἴ κα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος τμᾶμα ἀποτμαθῇ ἐπιπέδῳ μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ὃ γινέται ἀπότμαμα κώνου, τοῦτον κτλ.*, ut hoc loco, nisi quod ibi *ἀμφοτέραις* legitur pro *συναμφοτέραις* lin. 20.

τεραι FVACD; *αἵ συναμφοτέραις* B; corr. ed. Basil. 23. *αποτετμημενον* F, ut lin. 26, p. 430, corr. Torellius.

ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμακότος τὸ τμᾶμα ἁ ΓΑ εὐθεῖα, κορυφὰ δὲ ἔστω τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς τὸ Θ σαμεῖον. καὶ ἄχθω διὰ τοῦ Β παρὰ τὰν ΑΓ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς ἁ ΦΥ, ἐπιψαυέτω δὲ κατὰ τὸ Β. καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὸ Β ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω. τεμεῖ δὴ αὐτὰ δίχα τὰν ΑΓ, καὶ ἐσσείται κορυφὰ μὲν τοῦ τμάματος τὸ Β σαμεῖον, ἄξων δὲ ἁ ΒΔ, ἁ δὲ ποτεοῦσα τῷ ἄξονι ἁ ΒΘ. τᾷ δὲ ΒΘ ἴσα ἔστω ἅ τε ΘΖ καὶ ἁ ΖΗ. ἀπὸ δὲ τᾶς ΦΥ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω τι παράλληλον τῷ κατὰ τὰν ΑΓ. ἐπιψαύσει δὴ τοῦ κωνοειδέος κατὰ τὸ Β. καὶ ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΑΓ οὐκ ἐὸν ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα τετμάκει τὸ κωνοειδές, ἁ τομὰ ἐσσείται ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἁ ΓΑ. ἐούσας ἄρα ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ καὶ τᾶς ΒΔ γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνεστακούσας ἐν ἐπιπέδῳ, ὅ ἐστιν ἀπὸ τᾶς διαμέτρου ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν ἐστι κύλινδρον εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ᾽ εὐθείας τᾷ ΒΔ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσείται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. εὑρεθέντος οὖν ἐσσείται τις κυλίνδρου τόμος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ἁ δὲ ἑτέρα βάσις αὐτοῦ ἐσσείται τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΦΥ. πάλιν δὲ καὶ κῶνον εὑρεῖν δυνατόν ἐστι κορυφὰν ἔχοντα τὸ Β

6. δή] scripsi; δια τα F, uulgo; δὴ τὰ Torellius. 7. τμάματος] sic F. 11. δή] scripsi; δε F, uulgo. 12. ἐπεί] εσσει altero σ supra scripto F; ἐσσεῖται cett. codd.*; corr. ed. Basil. 13. τετμηκει F, uulgo. κονοειδες F. 15. εουσα F; corr. ed. Basil. ἄρα] scripsi; αλλη F, uulgo; δή ed. Basil., Torellius. τομα F; corr. ed. Basil. 20. ευρ cum comp.

linea $\Gamma\Delta$, uertex autem coni conoides comprehendentis sit punctum Θ. et per B punctum ducatur lineae $A\Gamma$ parallela linea $\Phi\Upsilon$ sectionem coni contingens, et contingat in puncto B, et [linea] a Θ ad B ducta producatur. ea igitur lineam $A\Gamma$ in duas partes aequales secabit[1]), et uertex segmenti erit B, axis autem $B\Delta$[2]), et $B\Theta$ linea axi adiuncta [p. 278, 24]. sit autem

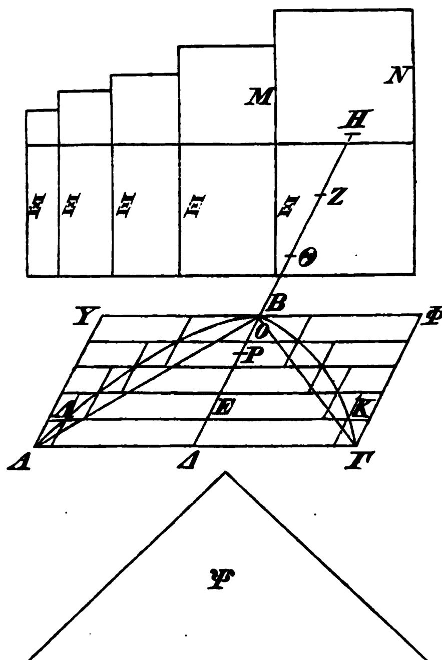
$$B\Theta = \Theta Z = ZH.$$

et a linea $\Phi\Upsilon$ planum erigatur parallelum plano in $A\Gamma$ posito. continget igitur conoides in B [prop. 16, b]. et quoniam planum in $A\Gamma$ positum ad axem non perpendiculare conoides secat, sectio erit coni acutianguli sectio, et diametrus eius maior $\Gamma\Delta$ [prop. 13]. data igitur coni acutianguli sectione circum diametrum $A\Gamma$ descripta, et linea $B\Delta$ a centro erecta in plano in diametro posito ad id planum perpendiculari, in quo est coni acutianguli sectio, fieri potest, ut inueniatur cylindrus axem habens in producta linea $B\Delta$, cuius in superficie sit coni acutianguli sectio circum diametrum $A\Gamma$ descripta.[3]) eo igitur inuento erit frustum quoddam cylindri eandem basim habens, quam segmentum, et eundem axem, altera autem basis eius erit planum in linea $\Phi\Upsilon$ positum. rursus autem hoc quoque fieri potest, ut conus inueniatur uerticem habens punctum B, cuius in superficie sit coni acuti-

1) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 56 nr. 26; cfr. supra p. 381 not. 3.
2) B uertex erit propter p. 278, 20. tum $B\Delta$ axis erit propter p. 278, 21.
3) U. prop. 9.

ην uel ιν F. ευθειων F; corr. Torellius. 22. ἁ] addidi; om. F, uulgo. 25. τάν] Torellius; την (comp.) F, uulgo.

σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγω κώνου τομὰ ἁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. εὑρεθέ

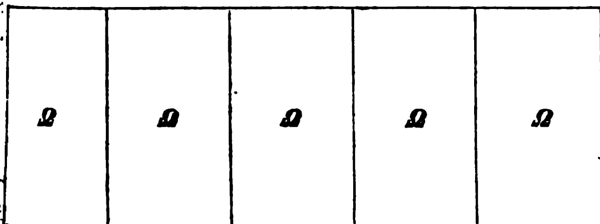


οὖν καὶ ἀπότμαμά τι ἐσσεῖται κώνου βάσιν ἔχον αὐτὰν τῷ τε τόμῳ καὶ τῷ τμάματι καὶ ἄξονα αὐτόν. δεικτέον, ὅτι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα π τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου το εἰρημένον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ΗΔ ποτὶ τὰν ΔΖ.

ὃν γὰρ ἔχει λόγον α ΗΔ ποτὶ τὰν ΔΖ, τοῦ ἐχέτω ὁ Ψ κῶνος ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου. οὖν μή ἐστιν ἴσον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τῷ κα

2. *ἁ περί*] *ἁ* addidi; om. F, uulgo. 3. *καὶ ἀπότμαμα*

guli sectio circum diametrum $\varDelta\Gamma$ descripta [prop. 8]. igitur inuento etiam segmentum coni erit basim



bens eandem, quam et frustum et segmentum, et ndem axem. demonstrandum, segmentum conoidis segmentum coni rationem eam habere, quam $H\varDelta$ $\varDelta Z$.

habeat enim conus Ψ ad segmentum coni eam tionem, quam $H\varDelta : \varDelta Z$. iam si segmentum conoidis ono Ψ aequale non est, sit, si fieri potest, maius.

τμάματι lin. 4 om. F, uulgo; corr. Commandinus, nisi quod . 3 scribit ἐσσεῖται τὸ ἀπότμημα (τι ἀπότμαμα Torellius, i lin. 3 ἔχων habet). ego haec ita transposui addito καί . 3, ut adpareret origo lacunae. 6. αποτμημα F, ut lin. 9; rr. Torellius. 8. γάρ] Nizzius cum VD; γουν F, uulgo. $H\varDelta$] om. F; corr. Torellius. 9. ἐχέτω] Torellius; εχει F, lgo. Post κώνου supplet Commandinus: φημὶ (φαμί Tollius) δὴ τὸ τμῆμα (τμᾶμα idem) τοῦ κωνοειδέος ἴσον εἶμεν Ψ κώνῳ.

τῷ Ψ, εἰ μὲν δυνατόν ἐστιν, ἔστω μεῖζον. ἐγγεγράφθω δὴ εἰς τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρου τόμων ἴσον ὕψος ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ οὖν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἐὸν τοῦ τμάματος ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, ἢ τὸ τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου, δῆλον, ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. διάχθω δὴ τὰ ἐπίπεδα τῶν τόμων τῶν ἐγγεγραμμένων ἐν τῷ τμάματι πάντων ἔστε ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ τόμου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, καὶ ἅ τε ΒΡ τρίτον μέρος ἔστω τᾶς ΒΔ, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατεσκευάσθω. πάλιν δὴ ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔΕ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΔ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΕ. οἱ γὰρ τόμοι οἱ ἴσον ὕψος ἐχόντες τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἀλλάλους, ὅνπερ αἱ βασίες αὐτῶν. αἱ δὲ βασίες αὐτῶν, ἐπεὶ ὁμοίαι ἐντὶ ὀξυγωνίων κώνων τομαί, τὸν αὐτὸν [οὖν] λόγον ἔχοντι ποτ' ἀλλάλας, ὃν αἱ ὁμολόγοι διαμέτροι αὐτᾶν δυνάμει. ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΔ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΕ, τοῦτον ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΔ, ΔΒ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΒ, ἐπεί ἐστιν ἁ μὲν ΖΔ ἀγμένα

1. *μέν*] scripsi; *γαρ* (comp.) *μη* F, uulgo; *μέν ἐστι* Torellius; om. Commandinus. *ἐστιν, ἔστω*] scripsi; *ἐστιν* (comp.) F, uulgo; *ἔστω* Commandinus. 3. *αλλω* F. *κυλίνδρων* ed. Basil., Torellius. 5. *υπερεχ* cum comp. *ην* uel *ιν* F. 8. *σχήματος*] *τμηματος* F; corr. D, Cr. 10. *διηχθω* F; corr. Torel-

inscribatur igitur segmento conoidis figura solida, et alia circumscribatur ex cylindri frustis altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali excedit segmentum conoidis conum Ψ [prop. 20]. iam quoniam figura circumscripta, quae segmento maior est, minore spatio figuram inscriptam excedit, quam quo segmentum excedit conum Ψ, adparet, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ. producantur igitur plana frustorum omnium segmento inscriptorum usque ad superficiem frusti basim habentis eandem, quam segmentum, et eundem axem, et sit

$$BP = \tfrac{1}{3} B\Delta,$$

et cetera eadem construantur, quae antea. rursus igitur primum frustum totius frusti axem habens ΔE ad primum frustum figurae inscriptae axem habens ΔE eam rationem habet, quam $A\Delta^2 : KE^2$. nam frusta altitudinem aequalem habentia eam inter se rationem habent, quam bases [cfr. prop. 10]. bases autem, quoniam sectiones conorum acutiangulorum similes sunt [prop. 14 coroll.], eandem inter se rationem habent, quam quadrata diametrorum respondentium [prop. 6 coroll.]. sed

$$A\Delta^2 : KE^2 = Z\Delta \times \Delta B : ZE \times EB,$$

lius. 11. ενγεγϱ. F. τμάματι] scripsi; σχηματι F, uulgo. ἔστε] εσσειται F; corr. Torellius. 12. τάν] (prius) scripsi, την F, uulgo; om. ed. Basil., Torellius. 14. τὰ ἄλλα] scripsi; τ' αλλα F, uulgo. 15. κατεσκευάσθω] scripsi; κατασκευασθω F, uulgo. 16. ἄξονα] α F. 17. τῶν] scripsi; τον F, uulgo. 20. εχωντι F. 21. αἱ δὲ βασίες αὐτῶν] om. F; corr. Commandinus (nisi quod βάσεις scripsit). 23. οὖν] delet Torellius. εχωντι F. 26. $Z\Delta$, ΔB] scripsi; ZAB F, $Z\Delta B$ uulgo; sic etiam p. 436 lin. 3. 27. ZEB F, uulgo, ut p. 436 lin. 4.

διὰ τοῦ Θ, καθ' ὃ αἱ ἔγγιστα συμπίπτοντι, αἱ δὲ ΑΔ, ΚΕ παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσαν. ἔστιν δὲ τὸ μὲν ὑπὸ τᾶν ΖΔ, ΔΒ περιεχόμενον ἴσον τῷ Ω χωρίῳ, τὸ δὲ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΒ τῷ ΞΜ. ἔχει οὖν ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔΕ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ΞΜ. καὶ τῶν ἄλλων δὲ τόμων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ἄξονα ἐχόντων τὰν ἴσαν τᾷ ΔΕ ποτὶ τὸν τόμον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι κατ' αὐτὸν ἐόντα καὶ ἄξονα ἔχοντα τὰν ἴσαν τᾷ ΔΕ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ὁμόλογον τῶν παρὰ τὰν Ξ παραπεπτωκότων ὑπερβαλλόντων εἴδει τετραγώνῳ. πάλιν οὖν ἐντί τινα μεγέθεα, οἱ τόμοι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ, καὶ ἄλλα μεγέθεα, τὰ χωρία, ἐν οἷς τὸ Ω, ἴσα τῷ πλήθει τοῖς τόμοις καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντα αὐτοῖς. λεγόνται δὲ οἱ τόμοι ποτ' ἄλλους τόμους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δὲ ἔσχατος τόμος οὐδὲ ποθ' ἓν λεγέται, τὰ δὲ Ω χωρία ποτ' ἄλλα χωρία τὰ παρὰ τὰν Ξ παραπεπτωκότα ὑπερβάλλοντα εἴδεσι τετραγώνοις, τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ ἔσχατον οὐδὲ ποθ' ἓν λεγέται. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ πάντες οἱ τόμοι ποτὶ πάντας τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ

1. ὃ αἱ] ας F; corr. Torellius. συμπιπτωντι F. 4. ΞΝ] Torellius, ut lin. 8. 6. τῶν] scripsi; τον F, uulgo. 8. τό] (prius) τω F. 10. τάν] addidi; om. F, uulgo. 12. τάν] addidi; om. F, uulgo. 13. τὰν Ξ] τα ΝΞ F; corr. ed. Basil. 15. τόμοι οἱ] om. F; corr. Torellius. 17. πληθη F. κατά] κα supra manu 1 F. 18. ἔχοντα] εχωντι F; ἔχοντι uulgo; corr. Torellius. αλλαλους F; corr. BC. 20. ποθ' ἕν] scripsi;

quoniam $Z\Delta$ linea per Θ ducta est, in quo lineae sectioni proximae inter se incidunt, et $A\Delta$, KE lineae in puncto B contingenti parallelae.[1]) sed

$$Z\Delta \times \Delta B = \Omega,$$

et $ZE \times EB = \Xi M$. itaque primum frustum totius frusti axem habens ΔE ad primum frustum figurae inscriptae axem habens ΔE eandem rationem habet, quam Ω ad ΞM. et ceterorum quoque frustorum unumquodque eorum, quae in toto frusto sunt axem habentia lineam lineae ΔE aequalem, ad frustum in figura inscripta eodem loco positum et axem habens lineam lineae ΔE aequalem eam rationem habet, quam spatium Ω ad respondens spatium eorum, quae lineae Ξ adplicata sunt figura quadrata excedentia. rursus igitur magnitudines quaedam sunt, frusta totius frusti, et aliae magnitudines, spatia, in quibus est littera Ω, numero frustis aequales et binae cum binis in eadem proportione. et frusta cum aliis frustis, quae in figura inscripta sunt, in proportione sunt, ultimum autem frustum in nulla proportione[2]), et spatia Ω cum aliis spatiis, quae lineae Ξ adplicata sunt figuris quadratis excedentia, respondentia in iisdem proportionibus, ultimum autem in nulla est. adparet igitur, etiam omnia frusta ad omnia eandem rationem habitura esse, quam omnia spatia Ω ad omnia spatia

1) Apollon. I, 21; Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 55 nr. 24; cfr. supra p. 422, 5 sq.

2) Id scilicet, cuius axis est BO; numerus enim frustorum inscriptorum uno minor est.

ποθεν F, uulgo; sic etiam lin. 23. 21. τά] addidi; om. F, uulgo. τα υπερβαλλοντα F; corr. Torellius.

πάντα τὰ παραβλήματα χωρὶς τοῦ μεγίστου. πάντα δὲ τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα χωρὶς τοῦ μεγίστου μείζονα λόγον ἔχοντι, ἢ ὃν ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς Ξ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Ν. μείζονα οὖν λόγον ἔχει ὅλος ὁ τόμος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς Ξ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Ν· ὥστε καὶ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ. μείζονα οὖν ἔχει λόγον ὁ ὅλος τόμος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ μεῖζον ἐὸν τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. οὔκ ἐστιν οὖν μεῖζον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. — εἰ δὲ ἔλασσόν ἐστι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου, ἐγγραφέντος εἰς τὸ τμᾶμα σχήματος στερεοῦ καὶ ἄλλου περιγραφέντος ἐκ κυλίνδρου τόμων ἴσον ὕψος ἐχόντων συγκειμένου, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμάματος, πάλιν ὁμοίως δειχθησέται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσον ἐὸν τοῦ Ψ κώνου, καὶ ὁ τοῦ κυλίνδρου τόμος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔχων ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὔκ ἐστιν οὖν οὐδ' ἔλασσον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. δῆλον οὖν τὸ προτεθέν.

---

1. *τα χωρις* FD. 3. *εχωντι* F. *ΜΞ* Torellius. 5. *Μ* Torellius, ut lin. 8. 6. *ΞΜ* Torellius. 7. Ξ] ΕΞ F; corr. Cr., ed. Basil. 10. *τόν*] *το* F. 11. *μεῖζον ἐόν*] *μειξεον* F; corr. B*. 23. *ἔχων ἤ*] Torellius; *εχωντι* F, *ἔχοντι* uulgo. 24. *ἐστίν*] supra manu 1 F.

plicata praeter maximum [prop. 1]. sed omnia atia Ω ad omnia spatia adplicata praeter maximum aiorem rationem habent, quam

$$\Xi + N : \tfrac{1}{2}\Xi + \tfrac{1}{3}N \text{ [prop. 2].}$$

que totum frustum ad figuram inscriptam maiorem ionem habet, quam $\Xi + N : \frac{1}{2}\Xi + \frac{1}{3}N$; quare iam maiorem, quam $Z\Delta : \Theta P$.[1]) itaque totum frustum aiorem rationem habet ad figuram inscriptam quam conum Ψ[2]); quod fieri non potest. nam demonatum est, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ. que segmentum conoidis maius non est cono Ψ. — minus est segmentum conoidis cono Ψ, inscripta gmento figura solida et alia circumscripta ex cydri frustis aequalem altitudinem habentibus comsitis, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam atio minore, quam quali conus Ψ segmentum exdit, rursus eodem modo demonstrabimus, figuram rcumscriptam minorem esse cono Ψ [cfr. p. 434, sq.], et frustum cylindri basim habens eandem, am segmentum, et eundem axem ad figuram circumcriptam minorem rationem habere quam ad conum [cfr. p. 434, 15 sq.]; quod fieri non potest.[3]) itaque segmentum conoidis ne minus quidem est cono . constat igitur propositum.

---

1) U. p. 425 not. 2.

2) Nam frustum totum ad Ψ eam rationem habet, quam $Z\Delta : \Theta P$; cfr. p. 420, 3 sq. itaque figura minor est cono.

3) Tum enim figura circumscripta maior esset cono Ψ (Eucl. V, 10), quod secus est (lin. 19).

κζ'.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμαθέντος διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος διπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

ἔστω σφαιροειδὲς σχῆμα ἐπιπέδῳ τετμαμένον διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα. τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ $ΑΒΓΔ$ ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος ἁ $ΒΔ$, κέντρον δὲ τὸ $Θ$. διοίσει δὲ οὐδέν, εἴτε ἁ μείζων ἐστὶ διάμετρος ἁ $ΒΔ$ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, εἴτε ἁ ἐλάσσων. τοῦ δὲ τετμακότος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα τομὰ ἔστω ἁ $ΓΑ$ εὐθεῖα. ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ διὰ τοῦ $Θ$ καὶ ὀρθὰς ποιήσει γωνίας ποτὶ τὰν $ΒΔ$, ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον ὑποκεῖται διὰ τοῦ κέντρου τε ἄχθαι καὶ ὀρθὸν εἶμεν ποτὶ τὸν ἄξονα. δεικτέον, ὅτι τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, κορυφὰν δὲ τὸ $Β$ σαμεῖον διπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

ἔστω γὰρ κῶνός τις, ἐν ᾧ τὸ $Ψ$, διπλασίων τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τὰν $ΘΒ$. φαμὶ δὴ τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος ἴσον εἶμεν τῷ $Ψ$ κώνῳ. εἰ οὖν μή ἐστιν ἴσον τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τῷ $Ψ$ κώνῳ, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, μεῖζον. ἐγγεγράφθω δὴ

1. κθ' Torellius. 6. σχῆμα] τμημα F; corr. ed Basil.*; „portio" Cr. τετμημενον F, uulgo. 8. διά] scripsi; του μεν δια F, uulgo. σχήματος] τμηματος F; corr. B. 11. $Θ$] $ΘΔ$ F. 13. ἁ] addidi; om. F, uulgo. τετμηκοτος F; corr. Torellius.

XXVII.

Quauis figura sphaeroidis per centrum plano ad em perpendiculari secta, dimidia pars sphaeroidis plo maior est cono basim eandem habenti, quam mentum, et eundem axem.[1])

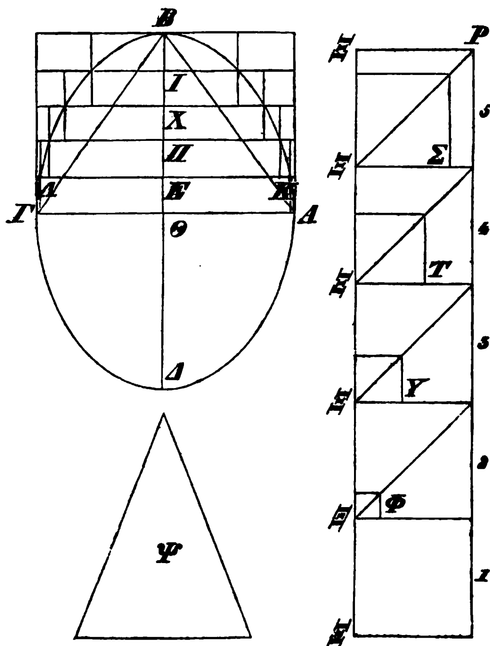
sit figura sphaeroidis per centrum plano ad axem rpendiculari secta. ea autem alio plano per axem sito secta, figurae sectio sit $ABΓΔ$ coni acutianguli tio [prop. 11, c], diametrus autem eius et axis sphaedis $BΔ$, centrum autem $Θ$. nihil autem interest, utrum ior diametrus sectionis coni acutianguli sit $BΔ$ an nor. plani autem figuram secantis sectio sit linea $ΓA$. igitur per punctum $Θ$ [ducta] erit, et cum linea $BΔ$ tos angulos faciet, quoniam suppositum est, planum per centrum ductum esse et ad axem perpendiculare ucl. XI, 18 et XI def. 4]. demonstrandum est, didiam partem sphaeroidis basim habentem circulum cum diametrum $AΓ$ descriptum, uerticem autem nctum B duplo maiorem esse cono basim eandem benti, quam segmentum, et eundem axem.

sit enim conus aliquis, in quo sit littera $Ψ$, duplo ior cono basim habenti eandem, quam segmentum, eundem axem $ΘB$. dico igitur, dimidiam partem haeroidis aequalem esse cono $Ψ$. iam si dimidia rs sphaeroidis cono $Ψ$ aequalis non est, sit primum, fieri potest, maior. inscribatur igitur segmento,

1) P. 284, 2 sq.: εἴ κά τι τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τῶν γεναθέντων τμαμάτων ἑκάτερον διπλάσιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

18. τε ἄχθαι] scripsi; τεταχθαι F, uulgo. 24. δή] scripsi; δὲ F, uulgo.

εἰς τὸ τμᾶμα τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον



ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ᾗ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ οὖν μεῖζον ἐὸν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἁμίσεος τοῦ σφαιροειδέος ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, ᾗ τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου, δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι τῷ ἁμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος μεῖζόν

3. ἐχόντων] εχον τον (comp.) F. Litteram *P* in figura ad-

od dimidia pars est sphaeroidis, figura solida, et a circumscribatur ex cylindris altitudinem aequalem bentibus composita, ita ut figura circumscripta cedat inscriptam minore spatio, quam quali excedit midia pars sphaeroidis conum Ψ [prop. 19]. itaque oniam figura circumscripta, quae maior est dimidia rte sphaeroidis, minore spatio excedit figuram inriptam, quam quo dimidia pars sphaeroidis conum Ψ cedit, adparet, etiam figuram segmento inscriptam, od dimidia pars sphaeroidis est, maiorem esse cono Ψ. sit igitur cylindrus basim habens circulum circum

di; quadratum 1 addidit Torellius, sed seorsum; ego cum teris iunxi. 6. ἀμίσεος] F; ἀμίσεως uulgo. 7. ἐλάσσονι] zius; ελασσον F, uulgo. 9. οὖν] delendum? 10. τῷ μσέῳ] scripsi; του αμισεος FCD, τοῦ ἀμίσεως uulgo.

ἐστι τοῦ Ψ κώνου. ἔστω δὴ κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΘ. ἐπεὶ οὖν οὗτος ὁ κύλινδρος τριπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ὁ δὲ Ψ κῶνος διπλάσιός ἐστι τοῦ αὐτοῦ κώνου, δῆλον, ὡς ὁ κύλινδρος ἡμιόλιός ἐστι τοῦ Ψ κώνου. ἐκβεβλήσθω δὴ τὰ ἐπίπεδα τῶν κυλίνδρων πάντων, ἐξ ὧν συγκεῖται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἔστε ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. ἐσσεῖται δὴ ὁ ὅλος κύλινδρος διαιρημένος εἰς κυλίνδρους τῷ μὲν πλήθει ἴσους τοῖς κυλίνδροις τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσους τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. ἔστων οὖν γραμμαὶ κείμεναι, ἐφ' ἂν τὰ Ξ, τῷ πλήθει ἴσαι τοῖς τμαμάτεσσι τοῖς τᾶς ΒΘ εὐθείας, τῷ δὲ μεγέθει ἴσα ἑκάστα τᾷ ΒΘ, καὶ ἀπὸ ἑκάστας τετράγωνον ἀναγεγράφθω. ἀφαιρήσθω δὴ ἀπὸ μὲν τοῦ ἐσχάτου τετραγώνου γνώμων πλάτος ἔχων ἴσον τᾷ ΒΙ. ἐσσεῖται δὴ οὗτος ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΒΙ, ΙΔ. ἀπὸ δὲ τοῦ παρ' αὐτῷ τετραγώνου γνώμων ἀφαιρήσθω πλάτος ἔχων διπλάσιον τᾶς ΒΙ. ἐσσεῖται δὴ οὗτος ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΒΧ, ΧΔ. καὶ ἀεὶ ἀπὸ τοῦ ἐχομένου τετραγώνου γνώμων ἀφαιρήσθω, οὗ πλάτος ἑνὶ τμάματι μεῖζον τοῦ πλάτεος τοῦ πρὸ αὐτοῦ ἀφαιρημένου γνώμονος. ἐσσεῖται δὴ ἕκαστος αὐτῶν ἴσος τῷ περι-

1. *βάσιν*] scripsi; *ὁ βασιν* F, uulgo. 9. *ἔστε*] *εσσειται* F; corr. Torellius. 11. *διαιρημένος*] scripsi; *διαιρουμενος* F, uulgo. 14. *ἔστων*] scripsi; *εστω δη* F; *ἔστωσαν δή* Nizzius cum BD. 15. *ισα* F; corr. Torellius. *τμημασι* F, uulgo; *τμάμασι* Torellius. 19. *ἴσον*] scripsi; *ισαν* F, uulgo. *δή*] Nizzius; *δε* F, uulgo. 21. *τετραγωνων* F. 22. *τῷ*] *το* F.

m $A\Gamma$ descriptum, axem autem $B\Theta$. iam hic cylindrus triplo maior est cono basim eandem, quam segmentum, et eundem axem II, 10; cfr. supra prop. 10], sed conus Ψ aior eodem cono, adparet, cylindrum dimidia iorem esse cono Ψ. producantur igitur plana cylindrorum, ex quibus composita est figura, usque ad superficiem cylindri basim habentis quam segmentum, et eundem axem. totus ylindrus diuisus erit in cylindros numero cylindris figurae circumscriptae, magnitudine aximo eorum aequales. ponantur igitur lineae, in quibus sint litterae Ξ, numero partibus Θ aequales, magnitudine autem singulae aequae $B\Theta$, et in singulis quadratum construatur. r igitur ab ultimo quadrato gnomon latitudinem lineae BI aequalem. is igitur aequalis erit Δ.[1]) a quadrato autem ei proximo auferatur latitudinem habens $2\,BI$. is igitur aequalis $\times X\Delta$. et semper deinceps a quadrato seauferatur gnomon, cuius latitudo una parte $B\Theta$] maior est latitudine gnomonis ante ablati. sque igitur eorum aequalis erit spatio partibus

1) Nam cum $B\Delta$ in partes aequales (in Θ) et in inaequa-) diuisa sit, erit (Eucl. II, 5): $BI\times I\Delta + I\Theta^2 = B\Theta^2$, $\Theta^2 - I\Theta^2 = BI\times I\Delta$, sed $B\Theta^2 - I\Theta^2$ ipse gnomon eodem modo ceteri gnomones inueniuntur.

μένου] ἑπομένου Torellius. 24. οὐ] addidi; om. F, ἑνί] scripsi; μεν ἡ FCD; μὲν ἴσον AB, ed. Basil; ν ἑνί Commandinus, Torellius. 25. πρό] C, Torellius; FD; πρώτου AB, ed. Basil.

εχομένῳ ὑπὸ τῶν τᾶς ΒΔ τμαμάτων, ὧν τὸ ἕτερον τμᾶμα ἴσον ἐστὶ τῷ πλάτει τοῦ γνώμονος. ἐσσεῖται δὴ καὶ [ἀπὸ] τοῦ τετραγώνου τοῦ δευτέρου τὸ λοιπὸν τετράγωνον τὰν πλευρὰν ἔχον ἴσαν τᾷ ΘΕ. ὁ δὲ κύλινδρος ὁ πρῶτος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΘΕ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν πρῶτον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΘΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΘ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΕ· ὥστε καὶ ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΘΔ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ,ΕΔ περιεχόμενον. ἔχει οὖν ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ πρῶτον τετράγωνον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπὸ τοῦ δευτέρου τετραγώνου ἀφαιρημένον. ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος ἄξονα ἐχόντων ἴσον τᾷ ΘΕ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι καὶ ἔχοντα ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ὁμοίως τεταγμένον αὐτῷ ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπὸ τοῦ ἑπομένου αὐτῷ τετραγώνου ἀφαιρημένον. ἐντὶ δή τινα μεγέθεα, οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, καὶ ἄλλα, τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ΞΞ, ἴσα τῷ πλήθει τοῖς κυλίνδροις καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντα. λεγόνται δὲ οἱ κυλίνδροι ποτ' ἄλλα μεγέθεα, τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δὲ ἔσχατος οὐδὲ ποθ' ἓν λεγέται, καὶ τὰ τετράγωνα ποτ' ἄλλα μεγέθεα, τοὺς ἀπὸ τῶν τετραγώνων ἀφαιρημένους, τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ ἔσχατον τετράγωνον οὐδὲ ποθ' ἓν λεγέται. πάντες οὖν οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ

3. ἀπό] deleo. 4. τᾷ] ταν F; corr. Torellius. δέ] δή Torellius. 7. εχοντι F; corr. B. 10. ΒΘ] ΒΑ F; corr. ed.

lineae $B\Delta$ comprehenso, quarum altera latitudini gnomonis aequalis sit. quadrati igitur secundi quod relinquitur, quadratum erit latus habens lineae ΘE aequale. cylindrus autem primus totius cylindri axem habens ΘE ad primum cylindrum figurae inscriptae eundem habentem axem ΘE eandem habet rationem, quam

$$\Delta\Theta^2 : KE^2 \text{ [Eucl. XII, 11; XII, 2];}$$

quare etiam, quam $B\Theta \times \Theta\Delta : BE \times E\Delta$.[1]) itaque cylindrus ad cylindrum eandem rationem habet, quam primum quadratum ad gnomonem a secundo quadrato ablatum. et eodem modo etiam ceterorum cylindrorum axem habentium lineae ΘE aequalem unusquisque ad cylindrum figurae inscriptae eundem axem habentem eam rationem habet, quam quadratum eodem loco positum ad gnomonem a quadrato proxime sequenti ablatum. sunt igitur magnitudines quaedam, cylindri totius cylindri, et aliae magnitudines, quadrata linearum $\Xi\Xi$, numero cylindris aequales et binae cum binis in eadem proportione. cylindri autem cum aliis magnitudinibus, cylindris figurae inscriptae, in proportione sunt, ultimus autem in nulla proportione [p. 425 not. 1], et quadrata cum aliis magnitudinibus, [gnomonibus] a quadratis ablatis, respondentia in iisdem proportionibus, ultimum autem quadratum in nulla proportione. omnes igitur cylindri totius cy-

1) Apollon. I, 21; Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 48 nr. 5.

Basil.* 11. τὸ ὑπί] om. F; corr. B*. 12. κύλινδρον] κυκλον F; corr. ed. Basil. 15. ἴσον] scripsi; ισαν F, uulgo; τὰν ἴσαν? 18. τὸ ὁμοίως] scripsi; τό om. F, uulgo. 21. ὅλῳ] om. F; corr. Torellius. ἄλλα, τά] scripsi; τα om. F, uulgo. 26. ποθ' ἕν] scripsi; ποθεν F, uulgo, ut lin. 29. 27. τούς] τοὺς γνώμονας τούς Nizzius.

ὅλῳ κυλίνδρῳ ποτὶ πάντας τοὺς ἑτέρους κυλίνδρους τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ τετράγωνα ποτὶ πάντας τοὺς γνωμόνας τοὺς ἀφαιρημένους ἀπ' αὐτῶν. ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν πάντα τὰ τετράγωνα ποτὶ πάντας τοὺς γνωμόνας τοὺς ἀφαιρημένους ἀπ' αὐτῶν. τὰ δὲ τετράγωνα πάντων τῶν γνωμόνων τῶν ἀφαιρημένων ἀπ' αὐτῶν μείζονά ἐντι ἢ ἡμιόλια. ἐντὶ γάρ τινες γραμμαὶ κειμέναι αἱ ΞΡ, ΞΣ, ΞΤ, ΞΥ, ΞΦ τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι, καὶ ἁ ἐλαχίστα ἴσα τᾷ ὑπεροχᾷ. ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαί, ἐφ' ἆν τὰ δύο Ξ, Ξ, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τᾷ μεγίστᾳ. τὰ οὖν τετράγωνα τὰ ἀπὸ πασᾶν, ἆν ἐστιν ἑκάστα ἴσα τᾷ μεγίστᾳ, πάντων μὲν τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν ἐλάσσονά ἐντι ἢ τριπλάσια, τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας μείζονα ἢ τριπλασίονα. τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς περὶ τᾶν ἑλίκων ἐκδεδομένοις δεδείκται. ἐπεὶ δὲ πάντα τὰ τετράγωνα ἐλάσσονά ἐντι ἢ τριπλάσια τῶν ἑτέρων τετραγώνων, ἅ ἐντι ἀφαιρημένα ἀπ' αὐτῶν, δῆλον, ὅτι τῶν λοιπῶν μείζονά ἐντι ἢ ἡμιόλια. τῶν οὖν γνωμόνων μείζονά ἐντι ἢ ἡμιόλια. ὥστε καὶ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν μείζων ἐστὶν ἢ ἡμιόλιος

---

3. ἀφαιρημένους] scripsi; αφαιρομενους F, uulgo; ἀφαιρουμένους ed. Basil., Torellius; sic etiam lin. 7. 9. ἢ] om. F. 10. ΞΦ] ΞΦ, ΞΨ, ΞΩ F; corr. ed. Basil. 14. τᾷ] τῶ F; corr. Torellius. 15. ἆν] scripsi; ἁ F, uulgo. μὲν τῶν] scripsi; τῶν om. F, uulgo. 16. τᾶν τῷ ἴσῳ] scripsi; των ισων F, uulgo; τᾶν ἴσῳ Torellius. 18. μειζον F; corr. Torellius. τριπλασίονα] uel τριπλάσια scripsi; τριπλασιον F, uulgo. 21.

lindri ad omnes ceteros cylindros eandem rationem habebunt, quam omnia quadrata ad omnes gnomones ab iis ablatos [prop. 1]. itaque cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram inscriptam eandem habet rationem, quam omnia quadrata ad omnes gnomones ab iis ablatos. sed [omnia] quadrata illa maiora sunt quam dimidia parte maiora omnibus gnomonibus ab iis ablatis. sunt enim lineae quaedam positae, ΞP, $\Xi \Sigma$, ΞT, $\Xi \Upsilon$, $\Xi \Phi$, aequali differentia inter se excedentes, et minima differentiae aequalis est.[1]) sed etiam aliae quaedam lineae sunt, in quibus sunt duae litterae $\Xi\Xi$, numero illis aequales, magnitudine autem singulae aequales maximae. quadrata igitur omnium linearum, quarum quaeque maximae [illarum] aequalis est, omnibus quadratis linearum inter se aequali differentia excedentium minora sunt quam triplo maiora, reliquis autem praeter quadratum maximae maiora quam triplo maiora. hoc enim in libro de helicibus edito demonstratum est [prop. 10 coroll.]. quoniam autem omnia quadrata minora sunt quam triplo maiora alteris quadratis, quae ab iis ablata sunt, adparet, reliquiis maiora ea esse quam dimidia parte maiora. gnomonibus igitur maiora sunt quam dimidia parte maiora. quare etiam cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem maior est quam dimidia parte maior figura in-

1) Sunt enim $5BI$, $4BI$, $3BI$, $2BI$, BI.

τριπλάσια] διπλασια F; corr. ed. Basil.* 22. μείζονα] να post lacunam F; corr. ed. Basil. 23. ημιολιω (alt. loco) F; corr. Torellius. 24. βασιν μεν F, uulgo; μεν deleui. 25. μειζον F. ἢ ἡμιόλιος] ημισεος F; corr. ed. Basil., Cr.

τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος· ὅπερ ἀδύνατον. τοῦ γὰρ Ψ κώνου ἡμιόλιός ἐστι, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἐδείχθη τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα ἐστὶ μεῖζον τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. οὐδὲ τοίνυν ἔλασσον. ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, ἔλασσον. πάλιν δὴ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ᾧ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τοῦ ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατεσκευάσθω. ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ ἐγγραφὲν σχῆμα τοῦ τμάματος, δῆλον, ὅτι καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. πάλιν δὴ ὁ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΘΕ ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΘΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ πρῶτον τετράγωνον ποτ' αὐτό. ὁ δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΕΠ ποτὶ τὸν δεύτερον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΕΠ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ δεύτερον τετράγωνον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον. καὶ τῶν ἄλλων δὲ κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων τὰν ἴσαν τᾷ ΘΕ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι κατ' αὐτὸν ἐόντα καὶ ἄξονα ἔχοντα τὸν αὐτὸν

4. ἁμίσεον Torellius. 5. ἔλασσον] priore loco ελασσων F. 6. ἁμίσεον] αμισθον F; corr. BC*. 10. ᾧ] addidi; om. F, uulgo. ἁμίσεος Torellius. 18. ποτ' αὐτό] scripsi; ποτ' αὑτό uulgo; de neglecta aspiratione cfr. Quaest. Arch. p. 93. 21. τῶν] scripsi; τον F, uulgo 22. δεύτερον] Torellius; β̄ F,

scripta; quod fieri non potest. nam dimidia parte maior est cono Ψ, et demonstratum est, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ. itaque dimidia pars sphaeroidis maior non est cono Ψ. sed ne minor quidem est. sit enim, si fieri potest, minor. rursus igitur in dimidia sphaeroidis parte inscribatur figura solida, et alia circumscribatur ex cylindris altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quo conus Ψ dimidiam sphaeroidis partem excedit, et cetera eadem, quae antea, construantur. iam quoniam figura inscripta segmento minor est, adparet, etiam figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ. rursus igitur primus cylindrus totius cylindri axem habens ΘE ad primum cylindrum figurae circumscriptae axem habentem ΘE eandem rationem habet, quam primum quadratum ad se ipsum.[1]) secundus autem cylindrus totius cylindri axem habens $E\Pi$ ad secundum cylindrum figurae circumscriptae axem habentem $E\Pi$ eandem rationem habet, quam secundum quadratum ad gnomonem ab eo ablatum. et ceterorum etiam cylindrorum unusquisque eorum, qui in toto cylindro sunt axem habentes lineam lineae ΘE aequalem, ad cylindrum in figura circumscripta eodem loco positum et axem eundem habentem eam rationem habet, quam

1) Utraque enim utrisque aequalia sunt.

uulgo. 25. τάν] addidi; om. F, uulgo. 26. εγγεγραμμενω F; corr. Torellius. 27. καὶ ἄξονα ἔχοντα] scripsi; om. F, uulgo; καὶ ἔχοντα ἄξονα Torellius.

τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ὁμοίως τεταγμένον αὐτῷ τετράγωνον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον. καὶ πάντες οὖν οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ τετράγωνα ποτὶ τὸ ἴσον τῷ πρώτῳ τετραγώνῳ καὶ τοῖς γνωμόνεσσι τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τετραγώνων ἀφαιρημένοις. καὶ τὰ τετράγωνα πάντα ἐλάσσονά ἐντι ἢ ἡμιόλια τοῦ ἴσου τῷ τε πρώτῳ τετραγώνῳ καὶ τοῖς γνωμόνεσσιν τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν ἀφαιρημένοις, διότι τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετραγώνου μείζονά ἐντι ἢ τριπλάσια. ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν [μὲν] ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ἐλάσσων ἢ ἡμιόλιός ἐστι τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος· ὅπερ ἀδύνατον. τοῦ γὰρ Ψ κώνου ἡμιόλιός ἐστι, τὸ δὲ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλαττον ἐδείχθη τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα ἐστὶν ἔλασσον τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ δὲ οὔτε μεῖζόν ἐστιν οὐδὲ ἔλασσον, ἴσον ἄρα ἐστίν.

κη΄.

Καὶ τοίνυν εἴ κα τὸ σφαιροειδὲς μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου τμαθῇ, ὁμοίως τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος διπλάσιον ἐσσεῖται τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

---

1. τὸν λόγον] scripsi; τόν om. F, uulgo. ὃν τό] Nizzius; om. F, uulgo. τεταγμένον] Nizzius; τεταγμενω F, uulgo. 2. τετράγωνον] Torellius; τετραγωνω F, uulgo. uidendum tamen, ne ferri possit: τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον τῷ ὁμοίως τεταγμένῳ .. τετραγώνῳ. 10. γνωμονεσιν F. 11. τᾶν] των F; corr. Torellius. 12. χωρίς] χωρ cum comp. ης F. 14. μέν]

quadratum eodem loco positum ad gnomonem ab eo ablatum.[1]) itaque etiam omnes cylindri totius cylindri ad omnes cylindros figurae circumscriptae eandem habebunt rationem, quam omnia quadrata ad spatium aequale quadrato primo simul cum gnomonibus a reliquis quadratis ablatis [prop. 1]. et quadrata omnia minora sunt quam dimidia parte maiora spatio aequali primo quadrato simul cum gnomonibus a reliquis ablatis, quia quadratis linearum aequali differentia inter se excedentium praeter quadratum maximae maiora sunt quam triplo maiora. quare cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem minor est quam dimidia parte maior figura circumscripta; quod fieri non potest. cono enim Ψ dimidia parte maior est, sed demonstratum est, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ. itaque dimidia pars sphaeroidis cono Ψ minor non est. quoniam igitur neque maior est neque minor, aequalis est.

XXVIII.

Sed etiam si sphaeroides plano ad axem non perpendiculari per centrum secatur, item dimidia pars sphaeroidis duplo maior erit segmento coni basim eandem habenti, quam segmentum, et eundem axem.[2])

1) Sint C_1 C_2 C_3 C_4 C_5 cylindri circumscripti, c_1 c_2 c_3 c_4 inscripti, K partes totius cylindri, Q_1 Q_2 Q_3 Q_4 Q_5 quadrata, g_2 g_3 g_4 g_5 gnomones. demonstratum est (p. 446, 6 sq.): $K : c_1 = Q_2 : g_2$, $K : c_2 = Q_3 : g_3$, $K : c_3 = Q_4 : g_4$, $K : c_4 = Q_5 : g_5$ (nam $Q_1 = Q_2$ cet.); sed $c_1 = C_2$, $c_2 = C_3$, $c_3 = C_4$, $c_4 = C_5$.

2) P. 284, 19: εἴ κα τῶν σφαιροειδέων τι ἐπιπέδῳ τμαθῇ

deleo. 19. τὸ ἡμίσεον] scripsi; του ημισεως F, vulgo; τὸ ἡμίσεον Torellius. 20. δέ] addidi; om. F, vulgo. μειζων F. οὐδέ] F; οὔτε vulgo. 21. λ' Torellius; om. F. 25. αποτμηματος F; corr. Torellius.

τετμάσθω γὰρ σχῆμα σφαιροειδές· τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓΔ ὀξυγωνίου κώνου τομά, κέντρον δὲ αὐτᾶς τὸ Θ, τοῦ δὲ τετμακότος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα ἔστω ἁ ΑΓ εὐθεῖα. ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ διὰ τοῦ Θ ἀγομένα, ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον ὑπέκειτο διὰ τοῦ κέντρου ἄχθαι. ἐσσεῖται οὖν τις ὀξυγωνίου κώνου τομὰ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτέμνον ὑπέκειτο οὐ ποτ' ὀρθὰς εἶμεν τῷ ἄξονι ἀγμένον. ἄχθων δή τινες αἱ ΚΛ, ΜΝ παρὰ τὰν ΑΓ ἐπιψαυοῦσαι τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὰ Β, Δ, ἀπὸ δὲ τᾶν ΚΛ, ΜΝ ἐπίπεδα ἀνεστακέτω παράλληλα τῷ κατὰ τὰν ΑΓ. ἐπιψαύοντι δὴ ταῦτα τοῦ σφαιροειδέος κατὰ τὰ Β, Δ, καὶ ἁ ΒΔ ἐπιζευχθεῖσα πεσεῖται διὰ τοῦ Θ, καὶ ἐσσοῦνται τῶν τμαμάτων κορυφαὶ μὲν τὰ Β, Δ σαμεῖα, ἄξονες δὲ αἱ ΒΘ, ΘΔ. δυνατὸν δή ἐστιν κύλινδρον εὑρεῖν ἄξονα ἔχοντα τὰν ΒΘ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. εὑρεθέντος δὲ ἐσσεῖται τις κυλίνδρου τόμος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. πάλιν δὴ καὶ κῶνον εὑρεῖν δυνατόν ἐστι κορυφὰν ἔχοντα τὸ Β σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ

---

1. σχῆμα] τμημα F; corr. ed. Basil.* 2. αξωνος F. 6. δή] δ' F; corr. Torellius. ἐπεί] επι F. 7. ἄχθαι] τετάχθαι Torellius. 10. ἄχθων] scripsi cum C; αχθω F, uulgo; ἄχθωσαν Nizzius cum VBD. 11. επιψαυουσαν FBC*. 13. τῷ] το F; corr. Torellius. 14. επιψαυωντι F. δή] scripsi; δε F, uulgo. κατὰ τὰ Β, Δ] om. F; corr. Torellius. 15. καὶ ἁ ΒΔ] scripsi; και τα Β, Δ F, uulgo. διά] δε δια F; corr. Torellius. 17. ΘΔ] ΘΑ FBC*. δή ἐστιν] scripsi; δε εστιν F, uulgo. 18. ευρ cum comp. ην uel ιν F, ut lin. 22. 20.

secetur enim figura sphaeroides. secta autem ea alio plano per axem posito ad secans planum perpendiculari figurae sectio sit *ΑΒΓΔ* coni acutianguli sectio [prop. 11, c], centrum autem eius punctum *Θ*, plani autem figuram secantis sectio sit linea *ΑΓ*. ea igitur per *Θ* ducta erit, quoniam suppositum est, planum per centrum ductum esse. erit igitur coni acutianguli sectio quaedam circum diametrum *ΑΓ* descripta, quoniam suppositum est, planum secans ad axem non perpendiculare ductum esse [prop. 14]. ducantur igitur lineae *ΚΛ*, *ΜΝ* lineae *ΑΓ* parallelae sectionem coni acutianguli contingentes in punctis *Β*, *Δ*, et in lineis *ΚΛ*, *ΜΝ* erigantur plana plano in linea *ΑΓ* posito parallela. ea igitur sphaeroides in punctis *Β*, *Δ* contingunt [prop. 16, b], et ducta linea *ΒΔ* per *Θ* punctum cadet [prop. 16, c], et uertices segmentorum erunt puncta *Β*, *Δ* [p. 282, 12], axes autem *ΒΘ*, *ΘΔ* [p. 282, 13]. potest igitur fieri, ut inueniatur cylindrus axem habens *ΒΘ*, in cuius superficie sit coni acutianguli sectio circum diametrum *ΑΓ* descripta [prop. 9]. eo autem inuento erit frustum quoddam cylindri eandem basim habens, quam dimidia pars sphaeroidis, et eundem axem. rursus igitur fieri potest, ut inueniatur conus uerticem habens punctum *Β*, in cuius superficie sit coni acutianguli sectio in

---

διὰ τοῦ κέντρου μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῶν γεναμένων τμαμάτων ἑκάτερον διπλάσιον ἐσσεῖται τοῦ σχήματος τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. γινέται δὲ τὸ σχῆμα ἀπότμαμα κώνου.

κυλινδρ supra scripta littera *ο* F; *κύλινδρος* CD. 21. *τῷ ἡμισέῳ*] scripsi; *του ημισους* F, uulgo*; *τοῦ ἁμίσεος* Torellius.

ἁ ἀπὸ διαμέτρου τᾶς $A\Gamma$. εὑρεθέντος δὲ ἐσσεῖται τι ἀπότμαμα κώνου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. λέγω δή, ὅτι τοῦ σφαιροειδέος τὸ ἡμίσεον διπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τούτου. ἔστω δὴ ὁ Ψ κῶνος διπλάσιος τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου. εἰ οὖν μή ἐστιν ἴσον τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τῷ Ψ κώνῳ, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, μεῖζον. ἐνέγραψα δή τι εἰς τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιέγραψα ἐκ κυλίνδρου τόμων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθησέται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος μεῖζον ἐὸν τοῦ Ψ κώνου, καὶ ὁ τόμος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ

1. τι] scripsi; τὸ F, uulgo. 2. αποτμημα F, ut lin. 5; corr. Torellius. κώνου] om. F; corr. Torellius. 4. ἁμίσεον Torellius, ut lin. 6. τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου Nizzius. 7. ἐνέγραψα] scripsi cum VABD; ενεγραψω F; ἐγγεγράφθω ed. Basil., Torellius. 8. ἁμίσεον Torellius. 9. περιγεγράφθω ed. Basil., Torellius. 14. ἁμισέῳ Torellius. 15. τόμος τοῦ κυλίνδρου Commandinus, Torellius.

metro $A\Gamma$ descripta.[1] eo autem inuento erit segntum quoddam coni eandem basim habens, quam mentum [sphaeroidis], et eundem axem. dico igi, dimidiam sphaeroidis partem duplo maiorem esse cono. sit igitur conus Ψ duplo maior segmento i. itaque si dimidia pars sphaeroidis cono Ψ ualis non est, sit primum, si fieri potest, maior. cripsi igitur dimidiae parti sphaeroidis figuram soam, et aliam circumscripsi, ex frustis cylindrorum itudinem aequalem habentibus compositas, ita ut ura circumscripta excedat inscriptam spatio minore,

m quali excedit dimidia pars sphaeroidis conum [prop. 20]. itaque eodem modo, quo antea, denstrabimus, figuram dimidiae parti sphaeroidis inptam maiorem esse cono Ψ, et frustum basim ens eandem, quam segmentum, et eundem axem

1) Ex prop. 6; nam linea $B\Theta$ perpendicularis non est.

τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦ μὲν Ψ κώνου ἡμιόλιος ἐών, τοῦ δὲ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος μείζων ἢ ἡμιόλιος· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα μεῖζον τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. εἰ δὲ ἔλασσόν ἐστι τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου, ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων τόμων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τοῦ ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος. πάλιν οὖν ὁμοίως τοῖς πρότερον δειχθησέται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσον ἐὸν τοῦ Ψ κώνου, καὶ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦ μὲν Ψ κώνου ἡμιόλιος ἐών, τοῦ δὲ περιγεγραμμένου σχήματος ἐλάσσων ἢ ἁμιόλιος· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἐσσεῖται οὖν οὐδὲ ἔλασσον τὸ ἥμισυ τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ δὲ οὔτε μεῖζόν ἐστιν οὐδὲ ἔλασσον, ἴσον ἐστί. φανερὸν οὖν ἐστιν, ὃ ἔδει δεῖξαι.

κθ΄.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμαθέντος μὴ διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἔλαττον τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ἴσα συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ

---

2. *τῷ ἡμισέῳ*] scripsi; *ημισεως* F, uulgo; *ἡμισέῳ* B, *ἁμισέῳ* Torellius. 4. *ἄρα μεῖζον*] scripsi; *εσται ουν* F, uulgo; *ἔσται οὖν μεῖζον* Commandinus, Torellius. *ἁμίσεον* Torellius. 5. *εἰ δὲ ἔλασσόν ἐστι τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου*] scripsi; om. F, uulgo; *εἰ δὲ ἔλασσόν ἐστιν* Comman-

dimidia parte maius esse cono Ψ, maius autem quam dimidia parte maius figura dimidiae parti sphaeroidis inscripta; quod fieri non potest. itaque dimidia pars sphaeroidis maior non est cono Ψ. sin minor est dimidia pars sphaeroidis cono Ψ, inscribatur dimidiae parti sphaeroidis figura solida, et alia circumscribatur ex frustis cylindrorum altitudinem aequalem habentibus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali excedit conus Ψ dimidiam partem sphaeroidis [prop. 20]. rursus igitur eodem modo, quo antea, demonstrabimus, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ, et frustum cylindri basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem dimidia parte maius esse cono Ψ, minus autem quam dimidia parte maius figura circumscripta; quod fieri non potest. quare dimidia pars sphaeroidis ne minor quidem erit cono Ψ. quoniam autem neque maior est neque minor, aequalis est. constat igitur, quod demonstrandum erat.

XXIX.

Quauis figura sphaeroide plano secta per centrum non posito, sed ad axem perpendiculari, minus segmentum ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et eundem axem eam habet rationem,

---

dians, Torellius. 6. εγγραφθω F. εἰς τὸ ἡμίσεον .... περιγεγράφθω ἐκ lin. 8 om. F; corr. Commandinus. 8. κυλίνδρου Commandinus. 11. ἡμίσεος] scripsi; ημισους F, uulgo; ἡμίσους Torellius. 17. τό] του (comp.) F; corr. BC*. 18. μειζων F. 21. λα΄ Torellius; om. F. 26. ὅν] addidit Torellius; om. F, uulgo. ἴσα συναμφοτέραις] scripsi; ἁ συναμφοτερα F, uulgo; ἁ om. Torellius. τε] om. F; corr. Torellius. ἁμίσεα idem.

τοῦ ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος καὶ τῷ ἄξονι τοῦ μείζονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμάματος.

ἔστω γάρ τι τμᾶμα σφαιροειδέος σχήματος ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα μὴ διὰ τοῦ κέντρου. τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ $AB\Gamma$ ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ τᾶς τομᾶς καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος ἔστω ἁ BZ, κέντρον δὲ τὸ Θ, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτέμνοντος τὸ τμᾶμα τομὰ ἔστω ἁ $\Delta\Gamma$ εὐθεῖα. ποιήσει δὲ αὐτὰ ὀρθὰς γωνίας ποτὶ τὰν BZ, ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον ὀρθὸν εἶμεν ποτὶ τὸν ἄξονα ὑπέκειτο. ἔστω δὲ τὸ τμᾶμα τὸ ἀποτετμαμένον, οὗ κορυφὰ τὸ B σαμεῖον, ἔλασσον ἢ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος σχήματος, καὶ τᾷ $B\Theta$ ἴσα ἔστω ἁ ZH. δεικτέον, ὅτι τὸ τμᾶμα, οὗ κορυφὰ τὸ B σαμεῖον, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΔH ποτὶ τὰν ΔZ.

ἔστω δὴ κύλινδρος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ ἐλάσσονι τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. ἔστω δὲ καὶ κῶνος, ἐν ᾧ τὸ Ψ, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τοῦτον ἔχων τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ΔH ποτὶ τὰν ΔZ. φαμὶ δὴ τὸν Ψ κῶνον ἴσον εἶμεν τῷ τμάματι τῷ κορυφὰν ἔχοντι τὸ B σαμεῖον. εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσος, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων.

1. τῷ ἄξονι] scripsi; ὁ αξων F, uulgo. 3. σχήματος] τμηματος F; corr. ed. Basil. αποτετμημενον F, ut lin. 12; corr. Torellius. 9. τμᾶμα] τ supra manu 1 F. 11. εἶναι per comp. F; corr. Torellius. 13. ἁμίσεον] scripsi; αμισους F, uulgo. φαιροειδεος F. 14. ἁ ZH] του AZH F; corr. B.* 18. τάν] τα F; corr. AB. 19. δή] scripsi; δε F, uulgo. 21. τό] τω F. 22. αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν Nizzius, fortasse recte.

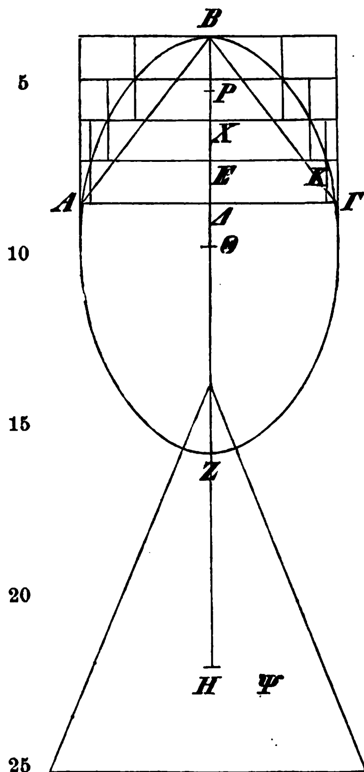
am linea utrique aequalis, et dimidio axi sphaeidis et axi segmenti maioris, ad axem segmenti ioris.[1])

sit enim segmentum aliquod figurae sphaeroidis no ad axem perpendiculari non per centrum absum. secto autem eo alio plano per axem posito rae sectio sit $AB\Gamma$ coni acutianguli sectio [prop. c], diametrus autem sectionis et axis sphaeroidis linea BZ, centrum autem Θ; plani autem segmenta abscindentis sectio sit linea $A\Gamma$. ea igitur cum rectos angulos faciet, quoniam suppositum est, num ad axem perpendiculare esse [Eucl. XI, 18; def. 4]. sit autem segmentum abscisum, cuius uer sit B punctum, minus quam dimidium sphaeroidis, sit $ZH = B\Theta$. demonstrandum, segmentum, cuius rtex sit B, ad conum eandem basim habentem, am segmentum, et eundem axem eam habere ration, quam $\varDelta H : \varDelta Z$.

sit igitur cylindrus eandem basim habens, quam gmentum minus, et eundem axem. sit autem etiam nus, in quo sit littera Ψ, ad conum eandem basim bentem [quam segmentum, et eundem axem] eam bens rationem, quam $\varDelta H : \varDelta Z$. dico igitur, conum aequalem esse segmento uerticem habenti punctum nam si aequalis non est, sit primum, si fieri potest, inor. inscripsi igitur segmento figuram solidam, et

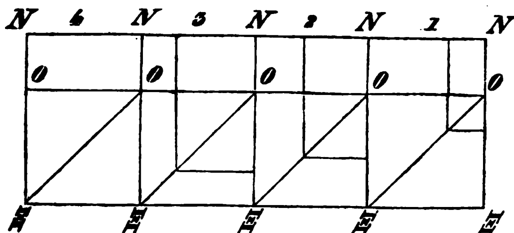
1) P. 284, 6: εἰ δέ κα ὀρθῷ μὲν ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιδῳ τμαθῇ, μὴ διὰ τοῦ κέντρου δέ, τῶν γεναμένων τμαμάτων μὲν μεῖζον κτλ., τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ισιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦν ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς θείας, ἅ ἐστιν ἄξων τοῦ σφαιροειδέος κτλ., ut lin. 1—2.

ἐνέγραψα δὴ εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιέγραψα ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ μεῖζόν ἐστι τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ οὖν μεῖζον ἐὸν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμάματος ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου, ἢ τὸ τμᾶμα τοῦ κώνου, δῆλον, ὅτι μεῖζόν ἐστι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. ἔστω δὴ τρίτον μέρος τᾶς ΒΔ ἁ ΒΡ. ἐπεὶ οὖν ἁ μὲν ΒΗ τριπλασία ἐστὶν τᾶς ΒΘ, ἁ δὲ ΒΔ τᾶς ΒΡ, δῆλον, ὅτι τριπλασία ἐστὶν ἁ ΔΗ τᾶς ΘΡ. ἔχει δὴ ὁ μὲν κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν ΒΔ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ΔΗ ποτὶ τὰν ΘΡ. ὁ δὲ κῶνος ὁ εἰρημένος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἁ ΔΖ ποτὶ τὰν ΔΗ. ἕξει οὖν ἀνομοίως τῶν λό-



1. ἐγγεγράφθω Nizzius. 2. περιγεγράφθω idem. 10. ἐλάσσονι] scripsi cum Nizzio; ελασσον F, uulgo. 18. ἐστίν]

aliam circumscripsi ex cylindris altitudinem aequalem habentibus compositas, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali segmentum sphaeroidis maius est cono Ψ [prop. 19]. iam



quoniam figura circumscripta, quae segmento maior est, excedit figuram inscriptam spatio minore, quam quo segmentum conum excedit, adparet, etiam figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ. sit igitur

$$BP = \frac{1}{3} B\varDelta.$$

iam quoniam $BH = 3\, B\Theta$, et $B\varDelta = 3\, BP$, adparet, esse $\varDelta H = 3\, \Theta P$. itaque cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et axem $B\varDelta$ ad conum eandem basim habentem et eundem axem eam rationem habet, quam $\varDelta H : \Theta P$ [Eucl. XII, 10]. conus autem, quem commemorauimus, ad conum Ψ eandem rationem habet, quam $\varDelta Z : \varDelta H$. itaque cum perturbata sit

---

comp. F. τᾶς $B\Theta$, ἁ δὲ $B\varDelta$ τᾶς BP, δῆλον, ὅτι τριπλασία ἐστίν] scripsi; om. F, uulgo; τᾶς $B\Theta$, καὶ ἁ $B\varDelta$ τᾶς BP, τριπλασία ἔσται καί ed. Basil., Torellius. 24. ποτί] προς per comp. F; corr. Torellius. 26. τουτον εχει τον F; corr. Torellius. 29. $\varDelta Z$] $\varDelta H$ F; corr. B. $\varDelta H$] $\varDelta Z$ F; corr. B.

γων τεταγμένων ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸν Ψ κῶνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ΔΖ ποτὶ τὰν ΘΡ. ἔστων δὴ γραμμαὶ κειμέναι, ἐφ' ἆν τὰ Ξ, Ν, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι τοῖς τμαμάτεσσιν τοῖς τᾶς ΒΔ, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τᾷ ΖΔ. ἔστω δὲ καὶ τᾶν ΞΟ ἑκάστα ἴσα τᾷ ΒΔ. τᾶν οὖν ΝΟ ἑκάστα διπλασία ἐσσεῖται τᾶς ΘΔ. παραπεπτωκέτω δὴ παρ' ἑκάσταν αὐτᾶν χωρίον τι πλάτος ἔχον ἴσον τᾷ ΒΔ, ὥστε εἶμεν ἕκαστον τῶν ἐχόντων τὰς διαμέτρους τετράγωνον. ἀφαιρήσθω δὴ ἀπὸ μὲν τοῦ πρώτου γνώμων πλάτος ἔχων ἴσον τᾷ ΒΕ, ἀπὸ δὲ τοῦ δευτέρου πλάτος ἔχων ἴσον τᾷ ΒΧ. καὶ ἐφ' ἑκάστου τὸν αὐτὸν τρόπον εἷς ἀπὸ τοῦ ἑπομένου χωρίου γνώμων ἀφαιρήσθω πλάτος ἔχων ἑνὶ τμάματι ἔλασσον τοῦ πλάτεος τοῦ πρὸ αὐτοῦ γνώμονος ἀφαιρημένου. ἐσσεῖται δὴ ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ πρώτου χωρίου γνώμων ἀφαιρημένος ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΖ, καὶ τὸ λοιπὸν χωρίον παραπεπτωκὸς παρὰ τὰν ΝΟ ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ τὰν τοῦ ὑπερβλήματος πλευρὰν ἔχον ἴσαν τᾷ ΔΕ, ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ δευτέρου χωρίου γνώμων ἀφαιρημένος ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΖΧ, ΧΒ, καὶ τὸ λοιπὸν χωρίον παρὰ τὰν ΝΟ παραπεπτωκὸς ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ· καὶ τὰ λοιπὰ ὁμοίως τούτοις ἑξοῦντι. διάχθω δὲ τὰ ἐπίπεδα πάντων τῶν κυλίνδρων, ἐξ ὧν συγκεῖται τὸ

2. τὸν Ψ] το Ψ F. 3. ἔστων] C; εστω per comp. F; ἔστωσαν uulgo. 5. τᾶς] scripsi cum B; τα F, uulgo; ἐν τᾷ ed. Basil., Torellius. 6. ΞΟ] ΞΘ F. 7. τᾶν] τα F; corr. BC. 11. τᾷ] ταν F. 12. ἐφ'] scripsi; αφ' F, uulgo. 14. ἑνί] εν F, corr. Torellius. 19. ΝΟ] Θ F; corr. ed. Basil. 20. ἔχον] scripsi; εχων F, uulgo. 24. διάχθω δέ] scripsi; δε ωδε F, uulgo; δὲ ᾧδε ἐκβεβλήσθω Torellius. 25. τό] scripsi; το τε F, uulgo.

:oportio [Eucl. V def. 20], cylindrus basim habens ındem, quam segmentum, et eundem axem ad conum ! eandem habebit rationem, quam $\Delta Z : \Theta P$. sint itur lineae quaedam positae, in quibus sint puncta , N, numero partibus lineae $B\Delta$ aequales, magnitune autem singulae lineae $Z\Delta$ aequales. sint autem iam lineae ΞO singulae aequales lineae $B\Delta$. itaque ieae NO singulae erunt $2\,\Theta\Delta$.[1]) adplicetur igitur iicuique harum linearum spatium latitudinem hams lineae $B\Delta$ aequalem, ita ut unaquaeque figurum diametros habentium quadratum sit. aufetur igitur a primo [spatio] gnomon latitudinem ibens lineae BE aequalem, a secundo autem gnoon latitudinem habens lineae BX aequalem. et : unoquoque [spatio] eodem modo gnomon ab spatio quenti auferatur latitudinem habens una parte minom latitudine gnomonis ante eum ablati. erit igitur iomon a primo spatio ablatum aequalis rectangulo $E \times EZ$[2]), et reliquum erit spatium lineae NO iplicatum excedens figura quadrata et latus excessus ieae ΔE aequale habens. gnomon autem a secundo atio ablatus erit $= ZX \times XB$, et reliquum erit atium lineae NO adplicatum figura quadrata exdens[3]), et cetera eodem modo se habebunt. produntur autem plana omnium cylindrorum, ex quibus

1) Nam
$NO = \Xi N - \Xi O = Z\Delta - B\Delta = \Theta\Delta + B\Theta - B\Delta = 2\,\Theta\Delta$.

2) Nam gnomon $= Z\Delta \times B\Delta - E\Delta \times (Z\Delta - BE)$
$= Z\Delta \times (B\Delta - E\Delta) + BE \times E\Delta = Z\Delta \times BE + BE \times E\Delta$
$= BE \times (Z\Delta + E\Delta) = BE \times EZ$.

3) Cuius latus erit $2\,\Delta E$.

ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι, ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. ἐσσεῖται δὴ ὁ ὅλος κύλινδρος διαιρημένος εἰς κυλίνδρους τῷ μὲν πλήθει ἴσους τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσους τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. ὁ δὲ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΓ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΕ. οὗτος δέ ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΔ, ΔΖ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΖ. ἔχει οὖν ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ πρῶτον χωρίον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον. ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἕκαστος ἄξονα ἔχων τὰν ἴσαν τᾷ ΔΕ ποτὶ τὸν κατ' αὐτὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι ἄξονα ἔχοντα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν τὸ ὁμοίως τεταγμένον αὐτῷ χωρίον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον. ἐντὶ οὖν μεγέθεά τινα οἱ κύλινδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ καὶ ἄλλα μεγέθεα τὰ χωρία τὰ παρὰ τὰς ΞΝ παραπεπτωκότα πλάτος ἔχοντα τὰν ἴσαν τᾷ ΒΔ, τῷ δὲ πλήθει ἴσα τοῖς κυλίνδροις καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον. λεγόνται δὲ οἵ τε κύλινδροι ποτ' ἄλλους κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δὲ ἔσχατος οὐδὲ ποθ' ἓν λεγέται, καὶ τὰ χωρία ποτ' ἄλλα χωρία, τοὺς ἀπ'

5. τοῖς] τους F; corr. BC*. 6. κύλινδρος] scripsi; ὁ κύλινδρος F, uulgo. 8. τῶν] τον F; corr. B. 10. ΔΓ] ΔΕ F; corr. ed. Basil.* 17. κατ' αὐτόν] κατατον F supra scripto υ

composita est figura segmento inscripta, ad superficiem cylindri basim habentis eandem, quam segmentum, et eundem axem. totus igitur cylindrus diuisus erit in cylindros numero cylindris figurae circumscriptae aequales, magnitudine autem maximo eorum aequales. primus autem cylindrus totius cylindri axem habens ΔE ad primum cylindrum figurae inscriptae axem habentem ΔE eandem habet rationem, quam $\Delta\Gamma^2 : KE^2$ [Eucl. XII, 11; XII, 2], quae eadem est, quam habet $B\Delta \times \Delta Z : BE \times EZ$ [Apollon. I, 21; cfr. supra p. 447 not. 1]. itaque cylindrus ad cylindrum eandem rationem habet, quam primum spatium ad gnomonem ab eo ablatum. et eodem modo ceterorum cylindrorum totius cylindri unusquisque axem habens lineam lineae ΔE aequalem ad cylindrum in figura inscripta eodem loco positum et eundem axem habentem eam rationem habet, quam spatium eodem loco positum ad gnomonem ab eo ablatum. sunt igitur magnitudines quaedam, cylindri totius cylindri, et aliae magnitudines, spatia lineis ΞN adplicata latitudinem habentia lineam lineae $B\Delta$ aequalem, numero cylindris aequales et binae cum binis in eadem proportione.[1]) praeterea et cylindri cum aliis cylindris, qui in figura inscripta sunt, in proportione sunt, ultimus autem in nulla proportione, et spatia cum aliis spatiis, [gnomonibus] ab iis ablatis, respondentia in iisdem pro-

1) Quia cylindri cylindris, spatia spatiis aequalia sunt.

manu 2; corr. B. 19. εχωντα F. ὄν] om. F, corr. A. 20. τεταγμένον] α supra manu 1 F. 22. τὰ χωρία τά] scripsi; χωρια F, uulgo. 23. τάς] scripsi; ταν F, uulgo. 27. ποθ' ἓν] scripsi; ποθέν uulgo, ut p. 468 lin. 2.

αὐτῶν ἀφαιρημένους, τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ ἔσχατον χωρίον οὐδὲ ποθ' ἓν λεγέται. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ πάντες οἱ κυλίνδροι ποτὶ πάντας τοὺς ἑτέρους τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ χωρία ποτὶ πάντας τοὺς γνωμόνας. ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν πάντα τὰ χωρία ποτὶ πάντας τοὺς γνωμόνας. καὶ ἐπεὶ ἐντί τινες γραμμαὶ ἴσαι κειμέναι, ἐφ' ἆν τὰ N, O, καὶ παρ' ἑκάσταν παραπέπτωκέν τι χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ, αἱ δὲ πλευραὶ τῶν ὑπερβλημάτων τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχοντι, καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα ἐστὶ τᾷ ἐλαχίστᾳ, καὶ ἄλλα ἐντὶ χωρία παρὰ τὰς ΞN παραπεπτωκότα, πλάτος δὲ ἔχοντα ἴσον τᾷ $B\Delta$ τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, δῆλον, ὡς σύμπαντα τὰ χωρία, ὧν ἐστιν ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, ποτὶ πάντα τὰ ἕτερα χωρία ἐλάσσω λόγον ἔχοντι τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΞN ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέρᾳ τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς NO καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς ΞO. φανερὸν οὖν, ὅτι τὰ αὐτὰ χωρία ποτὶ πάντας τοὺς γνωμόνας μείζονα λόγον ἑξοῦντι τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΞN ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς NO καὶ δυοῖς τριταμορίοις τᾶς ΞO. ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι μείζονα λόγον

6. καὶ ἄξονα ad ἐν τῷ τμάματι lin. 7 bis F, sed alterum expunxit manus, ut uidetur, prima. 12. τῷ] addidi; om. F, uulgo. 14. τάς] scripsi; ταν F, uulgo. ΞN] ΞO Torellius. 15. ἴσον] ισας F per comp., uulgo; ἴσαν C; corr. Torellius; fort. τὰς ἴσας. 19. συναμφοτέραις Torellius. 24 τᾶς] τα F; corr. B*.

portionibus, ultimum autem spatium in nulla proportione.[1]) adparet igitur, etiam omnes cylindros ad omnes alteros eandem rationem habituros esse, quam omnia spatia ad omnes gnomones [prop. 1]. itaque cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram segmento inscriptam eandem rationem habebit, quam omnia spatia ad omnes gnomones. et quoniam positae sunt lineae quaedam aequales, in quibus sunt litterae N, O, et singulis adplicatum est spatium figura quadrata excedens, latera autem excessuum aequali differentia inter se excedunt, et differentia minimo aequalis est, et alia spatia sunt, quae lineis ΞN adplicata sunt, latitudinem habentia lineae $B\Delta$ aequalem et numero illis[2]) aequalia, magnitudine autem singula maximo aequalia, adparet, omnia simul spatia, quorum quodque maximo aequale est, ad omnia altera spatia minorem rationem habere, quam $\Xi N : \frac{1}{2} NO + \frac{1}{3} \Xi O$ [prop. 2]. itaque manifestum est, eadem spatia ad omnes gnomones maiorem rationem habitura esse, quam $\Xi N : \frac{1}{2} NO + \frac{2}{3} \Xi O$.[3]) itaque cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram segmento inscriptam maiorem rationem habet, quam $\Xi N : \frac{1}{2} NO + \frac{2}{3} \Xi O$.

---

1) Quia a spatio ultimo nullus gnomon ablatus est.

2) Spatiis, quae lineis NO adplicata sunt.

3) Sit summa spatiorum $\Xi N = s_1$, summa spatiorum

$$NO = s_2,$$

summa gnomonum $= s_3$ $(s_3 = s_1 - s_2)$; erit

$$s_1 : s_2 < \Xi N : \frac{1}{2} NO + \frac{1}{3} \Xi O.$$

tum conuertendo (Pappus VII, 48 p. 688)

$$s_1 : s_3 > \Xi N : \Xi N - \frac{1}{2} NO - \frac{1}{3} \Xi O;$$

sed $\Xi N = NO + \Xi O$; itaque

$$\Xi N - \frac{1}{2} NO - \frac{1}{3} \Xi O = \frac{1}{2} NO + \frac{2}{3} \Xi O.$$

ἔχει, ἢ ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ΝΟ καὶ δυοῖς τριταμορίοις τᾶς ΞΟ. ἔστιν δὲ τᾷ μὲν ΞΝ ἴσα ἁ ΔΖ, τᾷ δὲ ἡμισέᾳ τᾶς ΝΟ ἁ ΔΘ, τὰ δὲ δύο τριταμόρια τᾶς ΞΟ ἁ ΔΡ. ὅλος ἄρα ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ἔχει ἁ ΔΖ ποτὶ τὰν ΘΡ. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΔΖ ποτὶ τὰν ΘΡ, τοῦτον ἐδείχθη ἔχων ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. μείζονα οὖν ἕξει λόγον ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ μεῖζον ἐὸν τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα ἐστὶ μεῖζον τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. ἀλλ' ἔστω, εἰ δυνατόν, ἔλασσον. πάλιν δὴ ἐγγεγράφθω τι εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ μείζων ἐστὶν ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμάματος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατεσκευάσθω. ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμάματος, καὶ ἐλάσσονι ὑπερέχει τὸ περιγραφὲν τοῦ ἐγγραφέντος, ἢ ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμάματος, δῆλον, ὅτι καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. πάλιν δὴ ὁ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἔσχατον χωρίον τῶν παρὰ τὰν ΞΝ παραπεπτωκότων πλάτος ἐχόντων ἴσον τᾷ ΒΔ ποτ' αὐτό. ἑκάτερα γὰρ ἴσα ἐστίν. ὁ δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν

3. ΔΘ] ΔΕ F; corr. Torellius. 4. δύο τριταμόρια] *scripsi*; τριτα δυο μορια F, uulgo; error ortus est ex signis

sed $\Xi N = \Delta Z$, $\frac{1}{2} NO = \Delta\Theta$, $\frac{2}{3} \Xi O = \Delta P$.[1]) itaque totus cylindrus ad figuram segmento inscriptam maiorem habet rationem, quam $\Delta Z : \Theta P$. sed demonstratum est, eundem cylindrum ad conum Ψ eam habere rationem, quam $\Delta Z : \Theta P$. maiorem igitur rationem habebit [idem cylindrus] ad figuram inscriptam quam ad conum Ψ.[2]) quod fieri non potest. nam demonstratum est, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ. quare segmentum sphaeroidis cono Ψ maius non est. — sed, si fieri potest, sit minus. rursus igitur segmento inscribatur figura solida, et alia circumscribatur ex cylindris aequalem altitudinem habentibus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali conus Ψ maior est segmento [prop. 19], et cetera eadem, quae antea, construantur. iam quoniam figura inscripta segmento minor est, et figura circumscripta inscriptam excedit minore spatio, quam quo conus Ψ segmentum excedit, adparet, etiam figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ. rursus igitur primus cylindrus totius cylindri axem habens ΔE ad primum cylindrum figurae circumscriptae eundem axem habentem eam rationem habet, quam ultimum spatium eorum, quae lineae ΞN adplicata sunt latitudinem habentia lineae $B\Delta$

1) Nam $B\Delta = 3BP = \Xi O = BP + \Delta P$.

2) Itaque figura inscripta minor est cono Ψ (Eucl. V, 10).

numeralibus. 9. *λόγον*] *λόγον ὁ αὐτὸς κύλινδρος* Torellius. 16. *υπερεχει* F; corr. AB. 17. *μειζον* F; corr. B. 18. *ἄλλα*] alterum *λ* supra manu 1 F. 21. *τοῦ ἐγγραφέντος*] om. F; corr. Torellius. 22. *τοῦ*] *το* F. 25. *τῶν*] *τον* F; corr. B. 27. ΞM F. 28. *ποτ' αὐτό*] scripsi; *ποτ' αὐτό* uulgo; cfr. p. 450, 18.

τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἔχων ἴσον τᾷ ΔΕ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν κατ' αὐτὸν ἐόντα τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ πρῶτον χωρίον τῶν παρὰ τὰν ΞΝ παραπεπτωκότων πλάτος ἐχόντων ἴσον τᾷ ΒΔ ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀφαιρημένον ἀπ' αὐτοῦ· καὶ τῶν ἄλλων δὲ κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων ἴσον τᾷ ΔΕ ποτὶ τὸν κατ' αὐτὸν κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὁμόλογον χωρίον αὐτῷ τῶν παρὰ τὰν ΞΝ παραπεπτωκότων ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον πρώτου λεγομένου τοῦ ἐσχάτου. καὶ πάντες οὖν οἱ κύλινδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ χωρία τὰ παρὰ τὰν ΞΝ παραπεπτωκότα ποτὶ τὸ ἴσον τῷ τε ἐσχάτῳ κειμένῳ χωρίῳ καὶ τοῖς γνωμόνεσσι τοῖς ἀφαιρημένοις ἀπὸ τῶν ἄλλων διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον. ἐπεὶ οὖν δεδείκται, ὅτι τὰ χωρία πάντα τὰ παρὰ τὰν ΞΝ παραπεπτωκότα ποτὶ τὰ χωρία πάντα τὰ παρὰ τὰν ΝΟ παραπεπτωκότα ὑπερβάλλοντα εἴδει τετραγώνῳ χωρὶς τοῦ μεγίστου μείζονα λόγον ἔχοντι τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ [τᾶς ΝΟ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς ΞΟ, δῆλον, ὅτι τὰ αὐτὰ χωρία ποτὶ τὰ λοιπά, ἅ ἐντι ἴσα τῷ ἐσχάτῳ χωρίῳ κειμένῳ

1. ἴσον] scripsi; ισαν F, uulgo. 2. τῶν] scripsi; τον F, uulgo. 5. ἴσον] Torellius; ισαν F, uulgo; τάν ἴσαν? 7. ἴσον] scripsi; ισαν F, uulgo; τὰν ἴσαν? 12. πρώτου] scripsi; προ του F, uulgo. λεγομένου] λεγομεν F; corr. A, C*. παντος (comp.) F. 16. παραπεπτωκωτα F. 17. γνωμονεσι F. 19. τὰ χωρία πάντα τὰ παρὰ τὰν ΞΝ παραπεπτωκότα ποτί] *om. F*; corr. Torellius (nisi quod πάντα τὰ χωρία habet).

[ualem ad se ipsum. utraque enim inter se aequalia it. secundus autem cylindrus totius cylindri axem ens lineae ΔE aequalem ad cylindrum in figura umscripta eodem loco positum eandem rationem et, quam primum spatium eorum, quae lineae ΞN licata sunt latitudinem habentia lineae $B\Delta$ aequa-, ad gnomonem ab eo ablatum.[1]) et etiam cete-um cylindrorum unusquisque eorum, qui in toto indro sunt et axem lineae ΔE aequalem habent, cylindrum in figura circumscripta eodem loco po-m eandem rationem [habet][2]), quam respondens tium eorum, quae lineae ΞN adplicata sunt, ad monem ab eo ablatum, ita ut ultimum primo loco neretur.[3]) quare etiam omnes cylindri totius cy-dri ad omnes cylindros figurae circumscriptae ean-n habebunt rationem, quam omnia spatia lineae V adplicata ad spatium aequale spatio ultimo loco ito et gnomonibus a ceteris ablatis propter eadem, e autea [prop. 1]. iam quoniam demonstratum [prop. 2], omnia spatia lineae ΞN adplicata ad nia spatia lineae NO adplicata figura quadrata edentia praeter maximum maiorem rationem habere, am $\Xi N : \frac{1}{2} NO + \frac{1}{3} \Xi O$, adparet, eadem spatia ad iqua, quae aequalia sunt spatio ultimo loco posito

1) Quia secundus cylindrus figurae circumscriptae aequalis primo inscriptae; tum u. p. 466, 15. idem in ceteris cy-lris fit.

2) Fortasse post τὸν αὐτόν lin. 9 addendum est ἔχει.

3) Fingatur spatium 4 alteri parti adfixum. proportiones tur hae erunt (cfr. p. 453 not. 1): $K : C_1 = Q_4 : Q_4$;

$$K : C_2 = Q_1 : g_1;\ K : C_3 = Q_2 : g_2;\ K : C_4 = Q_3 : g_3.$$

spatia ΞN sunt.

καὶ τοῖς γνωμόνεσσι τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν ἀφαιρουμένοις, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ΝΟ καὶ δυσὶ τριταμορίοις τᾶς ΞΟ. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΔΖ ποτὶ τὰν ΘΡ, τοῦτον ἔχει ὁ εἰρημένος κύλινδρος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ ἔλασσον ἐὸν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα ἐστὶν ἔλασσον τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ δὲ οὔτε μεῖζον οὔτε ἔλασσον, ἴσον ἄρα ἐστίν.

λ΄.

Καὶ τοίνυν εἴ κα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τμαθῇ τὸ σφαιροεδὲς μηδὲ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ ἔλασσον αὐτοῦ τμᾶμα ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν ἁ ἴσα συναμφοτέρᾳ τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν γενομένων τμαμάτων καὶ τῷ ἄξονι τοῦ μείζονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ μείζονος τμάματος.

---

1. *γνωμόνεσσι*] alterum σ supra manu 1 F. *ἀφαιρημένοις* Torellius. 3. *ταις τε ημισεαις* F; corr. Torellius. 4. *τριταμωριοις* F. 7. ΖΔ] ΖΛ F. 10. *ἄρα*] om. F; corr. B. 11. *ἤ*] om. F; corr. B. 13. *ἔλασσον*] *ἔλασσον τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα* Torellius. Ψ] om. F; corr. Torellius. 16. λβ΄ Torellius; om. F. 19. *αποτμημα* F; corr. Torellius. *τὸ βάσιν ἔχον*] scripsi; *του βασιν εχοντος* F, uulgo. 21. *ἁ ἴσα συναμφοτέρᾳ*] scripsi; *αι* (supra manu 1) *συναμφοτεραι* F, uulgo; *αἱ συναμφότεραι ἴσα* Torellius.

gnomonibus a ceteris ablatis, minorem rationem ere, quam $\Xi N : \frac{1}{2} NO + \frac{2}{3} \Xi O$.[1]) adparet igitur, m cylindrum basim habentem eandem, quam segıtum, et eundem axem ad figuram circumscriptam ıorem rationem habere, quam habet $Z\Delta : \Theta P$.[2]) quam rationem habet $\Delta Z : \Theta P$, eam habet cylrus ille ad conum Ψ [p. 462, 29]. itaque idem ndrus ad figuram circumscriptam minorem rationem ıet quam ad conum Ψ[3]); quod fieri non potest. a demonstratum est, figuram circumscriptam minoı esse cono Ψ. quare [segmentum sphaeroidis] ıus non est cono Ψ. et quoniam neque maius ue minus est, aequale igitur est.

XXX.

Uerum etiam si [plano] ad axem non perpendiculari ıaeroides secatur nec per centrum posito, minus eius mentum ad coni segmentum basim habens eandem, ım segmentum [sphaeroidis], et eundem axem eam bebit rationem, quam linea utrique aequalis, et aidiae lineae uertices segmentorum ortorum iungenti axi segmenti maioris, ad axem segmenti maioris.[4])

1) *Ἀναστρέψαντι*; u. Pappus VII, 48 p. 686; cfr. p. 469 ı. 3.

2) Nam $Z\Delta = \Xi N$, $\Theta P = \Theta\Delta + \Delta P = \frac{1}{2} NO + \frac{2}{3} \Xi O$; u. 470, 2 et 471 not. 1.

3) Quare figura circumscripta maior est cono Ψ (Eucl. 10).

4) P. 284, 24: *εἰ δέ κα μήτε διὰ τοῦ κέντρου μήτε ὀρθῷ τὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῇ τὸ σφαιροειδές, τῶν γεναων τμαμάτων τὸ μὲν μεῖζον κτλ., τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα ποτὶ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον κτλ.*, ut hoc loco, nisi quod lin. 21 *ἀναμφοτέραις ἴσα* legitur, lin. 22 *γενομένων* omittitur, lin. 24 *ν τοῦ* legitur.

τετμάσθω γάρ τι σχῆμα σφαιροειδές, ὡς εἴρηται. καὶ τμαθέντος αὐτοῦ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ *ΑΒΓ* ὀξυγωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ τέμνοντος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα ἁ *ΓΑ* εὐθεῖα. καὶ παρὰ τὰν *ΑΓ* ἄχθων αἱ *ΠΡ*, *ΣΤ* ἐπιψαυούσαι τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὰ *Β*, *Ζ*, καὶ ἀνεστακέτω ἀπ' αὐτᾶν ἐπίπεδα παράλληλα τῷ κατὰ τὰν *ΑΓ*. ἐπιψαυσοῦντι δὴ ταῦτα τοῦ σφαιροειδέος κατὰ τὰ *Β*, *Ζ*, καὶ ἐσσοῦνται κορυφαὶ τῶν τμαμάτων. ἄχθω οὖν ἁ τὰς κορυφὰς τῶν τμαμάτων ἐπιζευγνύουσα, καὶ ἔστω ἁ *ΒΖ*. πεσεῖται δὲ αὐτὰ διὰ τοῦ κέντρου. καὶ ἔστω κέντρον τοῦ σφαιροειδέος καὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸ *Θ*. ἐπεὶ οὖν ὑπέκειτο μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τετμάσθαι τῷ ἐπιπέδῳ τὸ σχῆμα, ἁ τομά ἐστιν ὀξυγωνίου κώνου τομά, καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἁ *ΓΑ*. λελάφθω οὖν ὅ τε κύλινδρος ὁ ἄξονα ἔχων ἐπ' εὐθείας τᾷ *ΒΔ*, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἁ περὶ διάμετρον τὰν *ΑΓ*, καὶ ὁ κῶνος ὁ κορυφὰν ἔχων τὸ *Β* σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἁ περὶ διάμετρον τὰν *ΑΓ*. ἐσσεῖται δὴ τόμος τις κυλίνδρου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, καὶ ἀπότμαμα κώνου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. δεικτέον, ὅτι τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ *Β*, ποτὶ τὸ

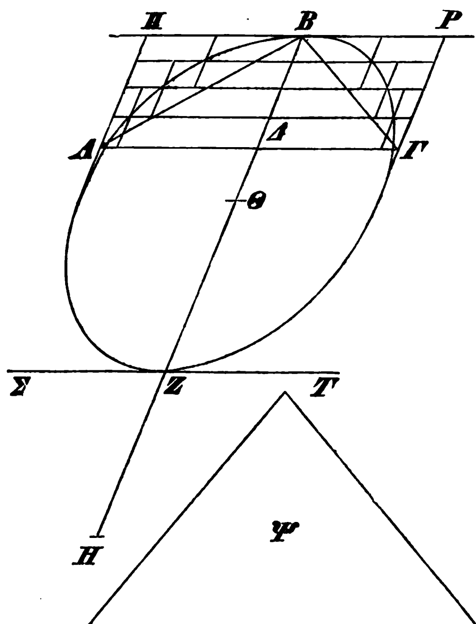
---

3. *τομαν* F. 4. *ΑΒΓ*] *ΑΒΓΔ* F; corr. Nizzius. 6. *ἄχθων*] scripsi; *αχθω* F, uulgo. 8. *ἐπίπεδα παράλληλα*] Nizzius; *επιπεδον παραλληλον* F, uulgo. *κατά*] *κα* F. 9. *δή* scripsi; *δε* F, uulgo. *τά*] *το* F; corr. AB. 10. *ἄχθω οὖν ἁ τὰς κορυφὰς τῶν τμαμάτων*] scripsi; om. F, uulgo; *τὰ Β, Δ. ἄχθω οὖν ἁ τὰς κορυφάς* Nizzius. 11. *ἐπιζευγνύουσα*]

secetur enim figura sphaeroidis, ita ut diximus. secta ea alio plano per axem ad secans planum pendiculari figurae sectio sit $AB\Gamma$ coni acutianguli io [prop. 11, c], plani autem figuram secantis linea . et lineae $A\Gamma$ parallelae ducantur lineae ΠP, sectionem coni in punctis B, Z contingentes, et iis plana erigantur plano in linea $A\Gamma$ posito par-la. ea igitur sphaeroides in punctis B, Z con-gent [prop. 16, b], quae uertices erunt segmentorum 282, 12]. ducatur igitur linea uertices segmen-im iungens, et sit BZ. ea igitur per centrum et [prop. 16, c]. et centrum sphaeroidis et sec-iis coni acutianguli sit Θ. iam quoniam suppo-im est, figuram plano ad axem non perpendiculari tam esse, sectio est coni acutianguli sectio, et dia-trus eius ΓA [prop. 14]. sumatur igitur et cylin-s axem habens in producta linea $B\Delta$, cuius in erficie sit sectio coni acutianguli circum diametrum descripta [prop. 9], et conus uerticem habens ictum B, cuius in superficie sit sectio coni acutian-i circum diametrum $A\Gamma$ descripta [prop. 8]. erit ur frustum quoddam cylindri basim habens eandem, im segmentum, et eundem axem, et segmentum coni idem basim habens, quam segmentum [sphaeroidis], axem eundem. demonstrandum est, segmentum iaeroidis, cuius uertex sit B, ad segmentum coni

psi; *επιζευχθεισα* F, uulgo. 14. *τετμησθαι* F; corr. Tor-ius. 17. ὁ] addidi; om. F, uulgo. *αξωνα* F. 24. *καὶ* *τμαμα* ad lin. 25: *τὸν αὐτόν* in mg. habet F manu 1, ad-ito signo ◁. *εχων* F.

ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγ(ον), ὃν ἁ ΔΗ ποτὶ τὰν ΔΖ. ἴσα δὲ ἔστω ἁ ΖΗ τᾷ Θ



λελάφθω δή τις κῶνος, ἐν ᾧ τὸ Ψ, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχων τὸν λόγον, ὃ ἔχει ἁ ΔΗ ποτὶ τὰν ΔΖ. εἰ οὖν μή ἐστιν ἴσον τ(ὸ) τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος τῷ Ψ κώνῳ, ἔστω πρῶτο(ν) εἰ δυνατόν, μεῖζον. ἐνέγραψα δὴ εἰς τὸ τμᾶμα το(ῦ) σφαιροειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιέγραψα ἐ(κ) κυλίνδρων τόμων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενο(ν)

1. αποτμημα] F, ut p. 476 lin. 24, p. 478 lin. 4; corr. Torelli

im habens eandem, quam segmentum [sphaeroidis], sundem axem eam rationem habiturum esse, quam $I : \Delta Z$. sit autem $ZH = \Theta Z$.

sumatur igitur conus aliquis, in quo sit littera Ψ, ad segmentum coni basim habens eandem, quam mentum, et eundem axem eam habeat rationem, m $\Delta H : \Delta Z$. iam si segmentum sphaeroidis cono aequale non est, primum, si fieri potest, maius sit :ripsi igitur segmento sphaeroidis figuram solidam, aliam circumscripsi ex frustis cylindrorum altituem aequalem habentibus compositas, ita ut figura

---

ἀσιν ἔχον] scripsi; τον βασιν εχοντος F, uulgo. 3. ΘZ] ΔZ 5. τὸ βάσιν ἔχον] scripsi; τον βασιν εχοντος F, uulgo. χον F; corr. Torellius. 9. ἐγγεγϱάφϑω et lin. 10: πεϱιάφϑω Nizzius.

ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. ὁμοίως δὴ τῷ προτέρῳ δειχθησέται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἐὸν τοῦ Ψ κώνου, καὶ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μείζονα λόγον ἔχων ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ὅ ἐστιν ἀδύνατον. οὐκ ἐσσείται οὖν τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου μεῖζον. ἀλλ' ἔστω, εἰ δυνατόν, ἔλασσον. ἐγγεγραμμένον δὴ πάλιν ἔστω εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ἐκ κυλίνδρου τόμων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενα, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμάματος. πάλιν δὴ διὰ τῶν αὐτῶν δειχθησέται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσον τοῦ Ψ κώνου, καὶ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔχων ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ὅ ἐστιν ἀδύνατον. οὐκ ἐσσείται οὖν οὐδὲ ἔλασσον τὸ τμᾶμα τοῦ κώνου. φανερὸν οὖν, ὅ ἔδει δεῖξαι.

λα'.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμαθέντος ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὸ μεῖζον τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ἴσα συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τοῦ

10. ἔστω] om. F; corr. Torellius. 12. ἴσον] om. F; corr. B. 13. υπερεχει F. 20. ἐσσείται] εσσει F. 21. ὃ ἔδει] ωσδει F; corr. Torellius. 22. λγ' Torellius; om. F.

cumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam ali segmentum sphaeroidis conum Ψ excedit.[1]) eodem itur modo, quo supra, demonstrabimus, figuram inriptam maiorem esse cono Ψ, et frustum cylindri sim habens eandem, quam segmentum, et eundem em ad figuram inscriptam maiorem rationem habere am ad conum Ψ; quod fieri non potest. quare gmentum sphaeroidis maius non erit cono Ψ. sit tem, si fieri potest, minus. inscribatur igitur rursus gmento figura solida, et alia circumscribatur ex cydri frustis altitudinem aequalem habentibus compoae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam atio minore, quam quali conus Ψ segmentum excedit rop. 20]. rursus igitur eodem modo demonstrabimus, uram circumscriptam minorem esse cono Ψ, et astum cylindri basim habens eandem, quam segmenm, et eundem axem ad figuram circumscriptam mirem rationem habere quam ad conum Ψ; quod ri non potest. quare segmentum ne minus quidem it cono. manifestum ergo est, quod erat demonrandum.

XXXI.

Quauis figura sphaeroide plano ad axem perpenculari, per centrum autem non posito, secta, segentum maius ad conum basim habentem eandem, aam segmentum, et eundem axem eam rationem abet, quam linea utrique aequalis, et dimidio axi

1) Ex prop. 20.

ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος καὶ τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμάματος ἄξονι ποτὶ τὸν τοῦ ἐλάσσονος τμάματος ἄξονα.

τετμάσθω τι σφαιροειδές, ὡς εἰρήται. τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ *ΑΒΓ* ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς καὶ ἄξων τοῦ σχήματος ἁ *ΒΔ*, τοῦ δὲ τέμνοντος ἐπιπέδου ἁ *ΓΑ* εὐθεῖα. ἐσσείται δὴ αὐτὰ ποτ' ὀρθὰς τᾷ *ΒΔ*. ἔστω δὲ μεῖζον τῶν τμαμάτων, οὗ κορυφὰ τὸ *Β*, καὶ κέντρον τοῦ σφαιροειδέος τὸ *Θ*. ποτικείσθω δὴ ἁ *ΔΗ* τᾷ *ΔΘ* ἴσα, καὶ ἁ *ΒΖ* τᾷ αὐτᾷ ἴσα. δεικτέον, ὅτι τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ *Β*, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ *ΕΗ* ποτὶ τὰν *ΕΔ*.

τετμάσθω δὴ τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, καὶ ἀπὸ τοῦ γενομένου κύκλου κῶνος ἔστω κορυφὰν ἔχων τὸ *Δ* σαμεῖον. ἔστιν δὴ τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδὲς διπλάσιον τοῦ τμάματος τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν *ΚΛ*, κορυφὰν δὲ τὸ *Δ* σαμεῖον, τὸ δὲ εἰρημένον τμᾶμα διπλάσιον τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. δεδείκται γὰρ ταῦτα. τὸ ὅλον οὖν σφαιροειδὲς τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ εἰρημένου. ὁ δὲ κῶνος οὗτος ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν

5. σχήματος] τμηματος F; corr. Torellius. 7. δέ] om. F; corr. Torellius. 25. δέ] scripsi; δη F, uulgo.

haeroidis et axi segmenti minoris, ad axem segmnti minoris.[1])

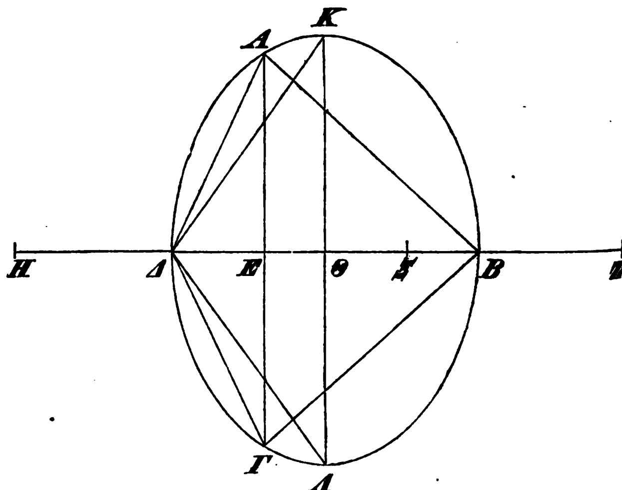
secetur sphaeroides aliquod, ita ut diximus. secto tem eo alio plano per axem ad secans planum rpendiculari figurae sectio sit $AB\Gamma$ coni acutianli sectio, diametrus autem eius et axis figurae $B\Delta$ rop. 11, c], plani autem secantis linea ΓA. ea igir ad lineam $B\Delta$ perpendicularis erit [p. 440, 15].

autem maius segmentum id, cuius uertex est B nctum, et centrum sphaeroidis sit Θ. adiiciatur itur linea ΔH lineae $\Delta\Theta$ aequalis, et BZ eidem qualis. demonstrandum, segmentum sphaeroidis, ius uertex sit B, ad conum eandem basim habentem, am segmentum, et eundem axem, eam habere ranem, quam habeat $EH : E\Delta$.

secetur igitur sphaeroides plano per centrum ad em perpendiculari, et in circulo inde orto [prop. 11, c] nus construatur uerticem habens punctum Δ. est itur totum sphaeroides duplo maius segmento basim benti circulum circum diametrum $K\Lambda$ descriptum, rticem autem punctum Δ [prop. 18]; segmentum tem illud duplo maius est cono basim eandem hanti, quam segmentum, et eundem axem [prop. 27]. ec enim demonstrata sunt. itaque totum sphaeides quadruplo maius est cono, quem commemora-

1) P. 284, 6: *εἰ δέ κα ὀρθῷ μὲν ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιδῳ τμαθῇ, μὴ διὰ τοῦ κέντρου δέ, τῶν γεναμένων τμαμάτων μὲν μεῖζον ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ταν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τῷ άματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν ἁ συνφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς εὐθείας, ἅ ἐστιν ἄξων τοῦ αιροειδέος, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμάματος ποτὶ ν ἄξονα τοῦ ἐλάσσονος τμάματος.*

ΑΓ, κορυφὰν δὲ τὸ *Δ* σαμεῖον τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἁ *ΘΔ* ποτὶ τὰν *ΕΔ*, καὶ ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς *ΚΘ* τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΕΑ*. ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς *ΚΘ* ποτὶ



τὸ ἀπὸ τᾶς *ΕΑ*, ὁ αὐτός ἐστι τῷ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ *ΒΘ*, *ΘΔ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΒΕ*, *ΕΔ*. ὃν δὴ λόγον ἔχει ἁ *ΘΔ* ποτὶ τὰν *ΕΔ*, τοῦτον ἐχέτω ἁ *ΞΔ* ποτὶ τὰν *ΘΔ*. ἕξει οὖν καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν *ΞΔ*, *ΒΘ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΒΘ*, *ΘΔ*, ὃν ἁ *ΔΘ* ποτὶ τὰν *ΔΕ*. ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ *ΞΔ*, *ΘΒ* ποτὶ τὸ ὑπὸ *ΒΘ*, *ΘΔ*, καὶ ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν *ΒΘ*, *ΘΔ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΒΕ*, *ΕΔ*, ὁ αὐτός ἐστι τῷ, ὃν ἔχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν *ΞΔ*, *ΒΘ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΒΕ*, *ΕΔ*. ἕξει οὖν ὁ μὲν κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον

7. *ΘΔ*] *ΘΑ* F. 11. *ΒΘ*, *ΘΔ*] scripsi; *ΒΘΔ* F, uulgo.

us. sed hic conus ad conum basim habentem ulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, uerticem am punctum Δ rationem habet compositam ex one $\Theta\Delta : E\Delta$ et $K\Theta^2 : EA^2$.[1]) sed

$$K\Theta^2 : EA^2 = B\Theta \times \Theta\Delta : BE \times E\Delta$$

ollon. I, 21; cfr. supra p. 447 not. 1]. sit igitur cl. VI, 11] $\Xi\Delta : \Theta\Delta = \Theta\Delta : E\Delta$; quare etiam erit $\Delta \times B\Theta : B\Theta \times \Theta\Delta = \Delta\Theta : \Delta E$. ratio autem com-ita ex

$$\Delta \times \Theta B : B\Theta \times \Theta\Delta \text{ et } B\Theta \times \Theta\Delta : BE \times E\Delta$$

em est, quam habet $X\Delta \times \Theta B : BE \times E\Delta$. ita- conus basim habens circulum circum diametrum Δ descriptum, uerticem autem punctum Δ ad co-m basim habentem circulum circum diametrum $A\Gamma$ scriptum, uerticem autem punctum Δ eandem ra-nem habet, quam $\Xi\Delta \times B\Theta : BE \times E\Delta$. sed co-

1) U. prop. 10 et Eucl. XII, 2. nam basis segmenti cir-lus est (prop. 11, c).

τὰν *ΚΔ*, κορυφὰν δὲ τὸ *Δ* σαμεῖον ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν *ΑΓ*, κορυφὰν δὲ τὸ *Δ* σαμεῖον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν *ΞΔ*, *ΒΘ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΒΕ*, *ΕΔ*. ὁ δὲ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν *ΑΓ*, κορυφὰν δὲ τὸ *Δ* σαμεῖον ποτὶ τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν αὐτῷ καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν *ΒΕ*, *ΕΔ* ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ *ΖΕ*, *ΕΔ* [τουτέστιν ἁ *ΒΕ* ποτὶ *ΕΖ*· τὸ γὰρ ἔλασσον ἢ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσίν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν δεδείκται τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισέᾳ τοῦ ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ μείζονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμάματος. οὗτος δέ ἐστιν, ὃν ἔχει ἁ *ΖΕ* ποτὶ τὰν *ΒΕ*]. ὁ ἄρα κῶνος ὁ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος τὸ ἔλασσον τοῦ ἡμίσεος τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν *ΞΔ*, *ΒΘ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΖΕ*, *ΕΔ*. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν *ΖΗ*, *ΞΔ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΒΘ*, *ΞΔ*· τετραπλάσιον γὰρ ἑκάτερον ἑκατέρου· ὁ δὲ κῶνος ὁ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ τμᾶμα τὸ ἔλασσον ἢ τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν *ΞΔ*, *ΒΘ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΖΕ*, *ΕΔ*, ἔχοι κα καὶ τὸ ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ

1. τὰν] τὰ F. 7. τοῦ] το του F. εχων F. 10. *ΖΕ*, *ΕΔ*] *ΞΕ*, *ΒΕ* F. 13. εχων F. 19. τοῦ ἡμίσεος] scripsi;

s basim habens circulum circum diametrum $A\Gamma$ scriptum, uerticem autem punctum Δ ad segmenm sphaeroidis basim habens eandem, quam conus, eundem axem eam habet rationem, quam

$$BE \times E\Delta : ZE \times E\Delta.$$ [1])

are conus, qui in dimidia parte sphaeroidis est, ad gmentum sphaeroidis, quod minus est dimidia parte, ndem rationem habet, quam $\Xi\Delta \times B\Theta$ ad $ZE \times E\Delta$ ι' ἴσον Eucl. V, 22]. iam quoniam totum sphaeides ad conum, qui in dimidia parte sphaeroidis est, ndem rationem habet, quam

$$ZH \times \Xi\Delta : B\Theta \times \Xi\Delta$$

trumque enim utroque[2]) quadruplo maius est), conus item, qui in dimidia sphaeroidis parte est, ad segentum, quod minus est dimidia parte sphaeroidis, m rationem habet, quam $\Xi\Delta \times B\Theta : ZE \times E\Delta$, ibebit etiam totum sphaeroides ad segmentum eius inus eandem rationem, quam $ZH \times \Xi\Delta : ZE \times E\Delta$

1) Habent enim eam rationem, quam $BE : ZE$ (prop. 29). d quae sequuntur uerba lin. 10—17, quibus sine causa retitur prop. 29 tota, subditiua sunt. neque enim τουτέστιν ι. 10 aptum est, quod tum demum sensum haberet, si Archiedes proportione $E\Delta : ZE$ uti uellet. ut nunc est, ita debuit ribere: ὃν ἁ BE ποτὶ EZ, τουτέστι τὸ περιεχόμενον ὑπὸ BE, Δ ποτὶ τὸ ὑπὸ ZE, EΔ.

2) H. e. et sphaeroides cono, et rectangulum $ZH \times \Xi\Delta$ ctangulo $B\Theta \times \Xi\Delta$ (nam $ZH = 4B\Theta$).

ν ημισυ F, uulgo; τοῦ ἡμίσεως B; ἢ τὸ ἡμίσεον Torellius. ἡμισέῳ] ημισυ F; corr. B. 25. ἑκατέρου] addidi; om. F, ılgo. 28. τᾶν] (alterum) των per comp. F; corr. Torellius.). κα] addidi; om. F, uulgo. ἔχει B, Nizzius.

τμᾶμα τὸ ἔλασσον αὐτοῦ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΞΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ. ὥστε καὶ τὸ μεῖζον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἁ ὑπεροχά, ᾇ ὑπερέχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΞΔ τοῦ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ. ὑπερέχει δὲ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΞΔ τοῦ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ τῷ τε ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΗ περιεχομένῳ καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΞΕ. ἔχει ἄρα τὸ μεῖζον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΗ καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΞΕ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ. τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν αὐτῷ καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ [τὸν γὰρ αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΖΕ ποτὶ τὰν ΒΕ]. ὁ δὲ κῶνος ὁ ἐν τῷ ἐλάσσονι τμάματι ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἐν τῷ μείζονι τμάματι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΕ τετράγωνον. τὸν γὰρ τῶν ὑψέων λόγον ἔχοντι οἱ κῶνοι, ἐπεὶ βάσιν ἔχοντι τὰν αὐτάν. ἔχοι οὖν κα τὸ μεῖζον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένον, ὃν τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΗ καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΞΕ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΕ. οὗτος

1. αὐτοῦ] delet Nizzius. 2. ΖΗ] ΖΝ F. ΖΕ, ΕΔ] scripsi; ΖΕΔ F, uulgo. 5. τοῦ] το F; corr. Torellius. 6. ποτί] προς per comp. F; corr. Torellius. ΖΕ, ΕΔ] scripsi; ΖΕΔ F, uulgo. 7. τό] του per comp. F; corr. ed. Basil. τοῦ] α F; corr. ed. Basil. 8. τῷ] το F. 11. ΕΗ] ΕΝ F. 16. τό] τὸ περιεχόμενον Torellius. ΒΕ, ΕΔ]

Eucl. V, 22]. quare etiam maius sphaeroidis seg-
ıentum ad minus eandem rationem habet, quam

$$ZH \times \Xi\varDelta - ZE \times E\varDelta : ZE \times E\varDelta$$

ιελόντι Eucl. V, 17]. sed

$$H \times \Xi\varDelta - ZE \times E\varDelta = \Xi\varDelta \times EH + ZE \times \Xi E.$$ [1]

aque segmentum maius sphaeroidis ad minus eandem
ationem habet, quam

$$\Xi\varDelta \times EH + ZE \times \Xi E : ZE \times E\varDelta.$$

ed minus segmentum sphaeroidis ad conum eandem
asim habentem et axem eundem eam habet rationem,
uam $ZE \times E\varDelta : BE \times E\varDelta$.[2] et conus, qui in mi-
ore segmento est, ad conum, qui est in maiore, ean-
em rationem habet, quam $BE \times E\varDelta : BE^2$; coni
nim rationem altitudinum inter se habent, quoniam
andem habent basim [Eucl. XII, 14; cfr. supra prop. 10].
uare maius segmentum sphaeroidis ad conum ei in-
criptum [eam rationem] habet, quam habet

$$\Xi\varDelta \times EH + ZE \times \Xi E : BE^2$$ [Eucl. V, 22].

aec autem ratio eadem est, quam habet $EH : E\varDelta$.

---

1) Nam $ZH = EH + EZ$; itaque

$$ZH \times \Xi\varDelta = EH \times \Xi\varDelta + EZ \times \Xi\varDelta;$$

et $EH \times \Xi\varDelta + EZ \times \Xi\varDelta - EZ \times E\varDelta$

$$= EH \times \Xi\varDelta + EZ \times (\Xi\varDelta - E\varDelta) = EH \times \Xi\varDelta + EZ \times E\Xi.$$

2) Uerba τὸν γὰρ αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ZE ποτὶ τὰν BE lin. 17 prorsus superuacua sunt, cum Archimedes iam p. 486, 5 hac ipsa proportione usus sit, nulla addita causa. taque interpolatori tribuenda esse putaui. — Hinc sequitur Eucl. V, 22), segmentum maius ad conum in minore segmento nscriptum eam habere rationem, quam

$$\Xi\varDelta \times EH + ZE \times \Xi E : BE \times E\varDelta.$$

$BE\varDelta$ F; corr. Torellius. 17. ZE] $Z\Theta$ F; corr. ed. Basil. 22. ἐπεί] ἐπι F. ἔχοι οὖν κα] scripsi; εχοι αν και F, uulgo; ἔχει οὖν καί Nizzius. 24. ὅν] scripsi; om. F, uulgo; τοῦτον τὸν λόγον, ὅν ed. Basil., Torellius. 26. ZE] $Z\Theta$ F.

δὲ ὁ αὐτός ἐστι τῷ, ὃν ἔχει ἁ *ΕΗ* ποτὶ τὰν *ΕΔ*. τὸ γὰρ ὑπὸ τᾶν *ΞΔ*, *ΕΗ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΞΔ*, *ΕΔ* τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ *ΕΗ* ποτὶ τὰν *ΕΔ*, καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΞΕ*, *ΖΕ* περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΖΕ*, *ΘΕ* τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ *ΕΗ* ποτὶ τὰν *ΕΔ*· ἁ γὰρ *ΞΕ* ποτὶ τὰν *ΘΕ* τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ *ΕΗ* ποτὶ τὰν *ΕΔ* διὰ τὸ ἀνάλογον εἶμεν τὰς *ΞΔ*, *ΘΔ*, *ΔΕ*, καὶ τὰν *ΘΔ* ἴσαν εἶμεν τᾷ *ΗΔ*· καὶ τὸ ἴσον οὖν ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν *ΞΔ*, *ΕΗ* καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν *ΖΕ*, *ΞΕ* ποτὶ τὸ ἴσον συναμφοτέροις τῷ τε ὑπὸ τᾶν *ΞΔ*, *ΕΔ* καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν *ΖΕ*, *ΘΕ* τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ *ΕΗ* ποτὶ τὰν *ΕΔ*. τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς *ΕΒ* τετράγωνον ἴσον ἐντὶ ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν *ΞΔ*, *ΕΔ* καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν *ΖΕ*, *ΘΕ*. τὸ μὲν γὰρ ἀπὸ τᾶς *ΒΘ* τετράγωνον ἴσον τῷ ὑπὸ τᾶν *ΞΔ*, *ΕΔ* περιεχομένῳ, ἁ δὲ ὑπεροχά, ᾇ μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ τᾶς *ΒΕ* τετράγωνον τοῦ ἀπὸ τᾶς *ΒΘ*, ἴσον ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν *ΖΕ*, *ΘΕ*, ἐπεὶ ἴσαι αἱ *ΒΘ*, *ΒΖ*. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ μεῖζον τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ *ΕΗ* ποτὶ τὰν *ΕΔ*.

λβ'.

Καὶ τοίνυν εἴ κα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῇ τὸ σφαιροειδὲς μηδὲ διὰ τοῦ κέντρου,

1. ὁ] addidi; om. F, uulgo. *ΕΗ*] *ΕΝ* F. *ΕΔ*] om. F; corr. AB. 5. λόγον] λόγον ·*ΕΔ*· F; corr. B; *ΕΔ* in margine adscriptum, ita ut ad lineam 1 pertineret, postea hic irrepsit. *ΕΗ*] *ΕΝ* F. 6. ἁ] αι F; corr. AB. 7. εἶμεν] το ειμεν FV. 8. εἶμεν] τ' ειμεν F; τε εἶμεν uulgo. *ΗΔ*] *ΝΔ* F. 9. τε] addidi; om. F, uulgo. 11. *ΞΔ*] *ΞΕ* F; corr. AB. 12. ὃν] om. F; corr. Torellius. 15. τῷ] scripsi;

est enim $\Xi\Delta \times EH : \Xi\Delta \times E\Delta = EH : E\Delta$, et

$$\Xi E \times ZE : ZE \times \Theta E = EH : E\Delta;$$

nam $\Xi E : \Theta E = EH : E\Delta$, quia proportionales sunt lineae $\Xi\Delta$, $\Theta\Delta$, ΔE, et $\Theta\Delta = H\Delta$.[1]) itaque etiam $\Xi\Delta \times EH + ZE \times \Xi E : \Xi\Delta \times E\Delta + ZE \times \Theta E = EH : E\Delta$.[2]) sed $EB^2 = \Xi\Delta \times E\Delta + ZE \times \Theta E$; nam

$$B\Theta^2 = \Xi\Delta \times E\Delta^{3)},$$

et $BE^2 - B\Theta^2 = ZE \times \Theta E$, quoniam $B\Theta = BZ$.[4]) adparet igitur, maius sphaeroidis segmentum ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et axem eundem eam habere rationem, quam $EH : E\Delta$.

XXXII.

Uerum etiam si plano ad axem non perpendiculari secatur sphaeroides nec per centrum posito, maius

---

1) Erat (p. 484, 6): $\Xi\Delta : \Delta\Theta = \Delta\Theta : \Delta E$; quare διελόντι erit $\Xi\Theta : \Delta\Theta = E\Theta : \Delta E = \Xi\Theta : H\Delta$, unde ἐναλλάξ

$$\Xi\Theta : E\Theta = H\Delta : \Delta E$$

et συνθέντι $\Xi E : \Theta E = EH : E\Delta$.

2) Nam

$$EH : E\Delta = \Xi\Delta \times EH : \Xi\Delta \times E\Delta = \Xi E \times ZE : ZE \times \Theta E;$$

unde ἐναλλάξ

$$\Xi\Delta \times EH : \Xi E \times ZE = \Xi\Delta \times E\Delta : ZE \times \Theta E,$$

et συνθέντι

$$\Xi\Delta \times EH + \Xi E \times ZE : \Xi E \times ZE = \Xi\Delta \times E\Delta + ZE \times \Theta E : ZE \times \Theta E;$$

et rursus ἐναλλάξ

$$\Xi\Delta \times EH + \Xi E \times ZE : \Xi\Delta \times E\Delta + ZE \times \Theta E = \Xi E \times ZE : ZE \times \Theta E = EH : E\Delta.$$

3) Nam $B\Theta = \Theta\Delta$, et $\Xi\Delta : \Theta\Delta = \Theta\Delta : \Delta E$; tum u. Eucl. VI, 17.

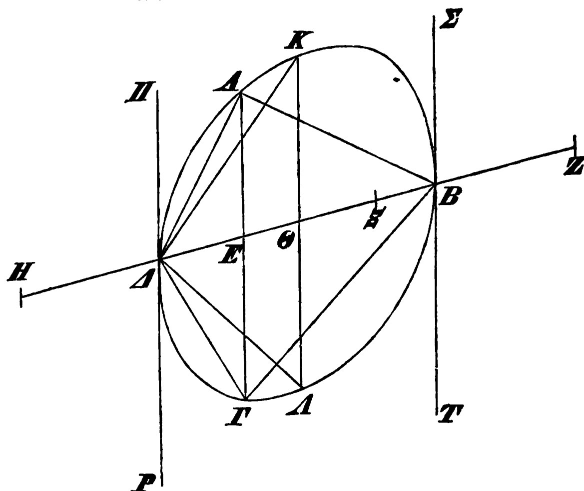
4) Nam $BE^2 = B\Theta^2 + E\Theta^2 + 2B\Theta \times E\Theta$ (Eucl. II, 4) $= B\Theta^2 + E\Theta \times (E\Theta + 2B\Theta) = B\Theta^2 + E\Theta \times (E\Theta + B\Theta + BZ)$

$$= B\Theta^2 + E\Theta \times EZ.$$

το F, uulgo. 16. ἅ] ο F. 17. μεῖζον] scripsi; μειζων F, uulgo. 19. αἵ] scripsi; α F, uulgo. 23. λδ′ Torellius; om. F.

τὸ μεῖζον τμᾶμα αὐτοῦ ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν γενομένων τμαμάτων καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ ἐλάσσονος τμάματος.

τετμάσθω τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ, ὡς εἰρήται. τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓΔ ὀξυγωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ τέμνοντος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα ἁ ΓΑ εὐθεῖα. παρὰ δὲ τὰν ΑΓ



ἄχθωσαν αἱ ΠΡ, ΣΤ ἐπιψαυούσαι τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὰ Β, Δ, καὶ ἀνεστακέτω ἀπ᾽ αὐτᾶν ἐπίπεδα παράλληλα τῷ κατὰ τὰν ΑΓ. ἐπιψαυσοῦντι

1. *αποτμημα* F; corr. Torellius. 2. *τὸ βάσιν ἔχον*] scripsi;

segmentum eius ad coni segmentum eandem basim habens, quam segmentum [sphaeroidis], et axem eundem eam habebit rationem, quam linea utrique aequalis, et dimidiae lineae uertices segmentorum inde ortorum iungenti et axi segmenti minoris, ad axem segmenti minoris.[1])

secetur sphaeroides plano, ita ut diximus. et secto eo alio plano per axem ad secans planum perpendiculari figurae sectio sit *ΑΒΓΔ* coni acutianguli sectio [prop. 11, c], plani autem figuram secantis linea *ΓΑ*. et lineae *ΑΓ* parallelae ducantur lineae *ΠΡ*, *ΣΤ* sectionem coni acutianguli in punctis *Β*, *Δ* contingentes, et ab iis erigantur plana plano in linea *ΑΓ* posito parallela. ea igitur sphaeroides in punctis

1) P. 284, 24; *εἰ δέ κα μήτε διὰ τοῦ κέντρου μήτε ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῇ τὸ σφαιροειδές, τῶν γεναμένων τμαμάτων τὸ μὲν μεῖζον ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν κτλ.* ut hoc loco, nisi quod lin. 4 *αὐτᾶς τᾶς* legitur, et lin. 5 *γενομένων* omittitur.

του βασιν εχοντος F, uulgo. 3. *ἁ συναμφοτέραις*] scripsi; *αι συναμφοτεραι* F, uulgo. 4. *τε*] cum B; om. F, uulgo. 8. *τετμησθω* F; corr. Torellius. 9. *αλλα* F; corr. B*. 14. *Δ*, *Β* Torellius. 15. *ἐπιψανεωντι* F; corr. Torellius.

δὴ ταῦτα τοῦ σφαιροειδέος κατὰ τὰ Β, Δ, καὶ ἐσσοῦνται κορυφαὶ τῶν τμαμάτων τὰ Β, Δ. ἄχθω οὖν ἁ τὰς κορυφὰς ἐπιζευγνύουσα τῶν γενομένων τμαμάτων ἁ ΒΔ· πεσεῖται δ' αὐτὰ διὰ τοῦ κέντρου· καὶ ἔστω κέντρον τὸ Θ, μεῖζον δὲ ἢ τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τὸ τμᾶμα, οὗ κορυφὰ τὸ Β. ποτικείσθω δὲ τᾷ ΔΘ ἴσα ἁ ΔΗ, καὶ ἁ ΒΖ τᾷ αὐτᾷ. δεικτέον, ὅτι τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος τὸ μεῖζον ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ.

τετμάσθω γὰρ τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου παραλλήλῳ τῷ κατὰ τὰν ΑΓ ἐπιπέδῳ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος ἀπότμαμα κώνου κορυφὰν ἔχον τὸ Δ σαμεῖον, καὶ ὃν ἔχει λόγον ἁ ΔΘ ποτὶ τὰν ΕΔ, τοῦτον ἐχέτω ἁ ΞΔ ποτὶ τὰν ΘΔ. ὁμοίως δὴ τῷ πρότερον δειχθησέται τό τε ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ἐγγεγραμμένου ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἐλάσσονι ἐγγεγραμμένου τὸν αὐτὸν ἔχον λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ, καὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἐλάσσονι τμάματι ἐγγεγραμμένου ποτὶ τὸ τμᾶμα τό, ἐν ᾧ ἐγγεγράπται, τὸν αὐτὸν ἔχον λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ. ἕξει οὖν τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ἐγγεγραμμένου ποτὶ

1. *δή*] scripsi; *δε* F, uulgo. *εσουνται* F, uulgo. 5. *δὲ ἢ τό*] *οντος* (comp.) *τω* F; corr. Torellius (*ἢ τό* iam V; *τό* iam CD). 6. *τὸ τμᾶμα*] scripsi; *τό* om. F, uulgo. *τᾷ ΔΘ ἴσα ἁ ΔΗ*] scripsi; *τας ΔΗ ισα ἁ ΔΘ* FCD; *ἁ ΔΗ ἴσα τᾷ ΔΘ* uulgo. 8. *αποτμημα* F; corr. Torellius, ut lin. 14, 18, 19,

Δ contingent [prop. 16, b], et uertices segmen-um erunt B, Δ [p. 282, 12]. ducatur igitur uertices gmentorum ita ortorum iungens $B\Delta$ linea (per trum autem cadet [prop. 16, c]), et centrum sit et segmentum, cuius uertex est B, maius sit quam idia pars sphaeroidis. adiiciatur autem linea ΔH ualis lineae $\Delta\Theta$, et linea BZ eidem aequalis. onstrandum est, segmentum sphaeroidis maius ad gmentum coni basim habens eandem, quam seg-ntum, et eundem axem eam habere rationem, quam $H : E\Delta$.

secetur enim sphaeroides plano per centrum posito no in linea $A\Gamma$ posito parallelo, et dimidiae sphae-dis parti inscribatur segmentum coni uerticem ha-s punctum Δ, et sit $\Xi\Delta : \Theta\Delta = \Theta\Delta : E\Delta$. itaque em modo, quo supra, demonstrabimus, segmentum i dimidiae sphaeroidis parti inscriptum[1]) ad segmen-n coni [segmento] minori inscriptum[1]) eandem ratio-m habere, quam $\Xi\Delta \times B\Theta : BE \times E\Delta$, et segmen-n coni segmento minori inscriptum[1]) ad segmentum, inscriptum sit, eam rationem habere, quam

$$BE \times E\Delta : ZE \times E\Delta.$$

que segmentum coni dimidiae parti sphaeroidis criptum[1]) ad minus segmentum sphaeroidis [eam

1) Debebat esse (lin. 18, 20, 23, 26): τὸ ἐν ... ἐγγεγραμμέ-ν; ad ἀπότμαμα enim, non ad κώνου pertinet. et ita fortasse inuito codice scribendum est. lin. 19 ed. Basil. et A habent γεγραμμένον.

26. 9. τὸ βάσιν ἔχον] scripsi; του βασιν εχοντος F, uulgo. τετμησθω F; corr. Torellius. 17. $\Theta\Delta$] ΘA F. τῷ] το 19. εγγεγραμμενω F; corr. Torellius. 24. εχοντα F; r. B*.

τὸ ἔλασσον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ. ἕξει οὖν τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ἐγγεγραμμένου τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΞΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΞΔ. τετραπλάσιον γὰρ ἑκατέρου ἑκάτερον. τὸ δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ εἰρημένον ποτὶ τὸ ἔλασσον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ. ἕξει οὖν τὸ ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ ἔλασσον τμᾶμα αὐτοῦ [τοῦ σφαιροειδέος] τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΞΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ. αὐτὸ δὲ τὸ μεῖζον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ὑπεροχά, ᾇ ὑπερέχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΞΔ τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ. τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένου τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ [δεδείκται γὰρ τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἁ ΖΕ ποτὶ τὰν ΒΕ]. τὸ δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἐλάσσονι τμάματι ἐγγεγραμμένου ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ μείζονι τμάματι ἐγγεγραμμένου τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΕ τετράγωνον. τὰ

---

2. ΒΘ] ΒΕ F. 3. αποτμημα F; corr. Torellius; ut lin. 7, 18. 4. τῷ supra manu 1 F. 6. ΒΘ] ΒΞ FD. 9. τᾶν] των per comp. F; corr. Torellius. 10. ΖΕ] ΖC F. 11. τοῦ σφαιροειδέος] deleo; „eius" Cr. 13. ΖΗ, ΞΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν] bis F; corr. A. 21. αποτμημα F; corr. Torellius, ut p. 498, 1 et 5. 22. ἐλάσσονι τμάματι ad τοῦ ἐν τῷ lin. 23 om. F; corr. ed. Basil. (τμήματι, ἀπότμημα; corr. Torellius).

tionem] habebit, quam $\Xi\Delta \times B\Theta : ZE \times E\Delta$ Eucl. V, 22]. habebit igitur totum sphaeroides ad gmentum coni dimidiae sphaeroidis parti inscriptum[1]) ndem rationem, quam $ZH \times \Xi\Delta : B\Theta \times \Xi\Delta$; utrumue enim utroque quadruplo maius est.[2]) sed segentum coni, quod commemorauimus, ad minus segentum sphaeroidis eandem rationem habet, quam

$$\Xi\Delta \times B\Theta : ZE \times E\Delta.$$

abebit igitur totum sphaeroides ad minus segmentum ius eandem rationem, quam $ZH \times \Xi\Delta : ZE \times E\Delta$ Eucl. V, 22]. ipsum autem segmentum maius ad inus eandem rationem habet, quam

$$ZH \times \Xi\Delta - ZE \times E\Delta : ZE \times E\Delta$$

ιελόντι Eucl. V, 17]. segmentum autem minus ad gmentum coni ei inscriptum[3]) eandem rationem habet, uam $ZE \times E\Delta : BE \times E\Delta$.[4]) segmentum autem oni minori segmento inscriptum[5]) ad segmentum coni egmento maiori inscriptum[5]) eandem rationem habet, uam $BE \times E\Delta : BE^2$. nam segmenta conorum, uae commemorauimus, rationem altitudinum habent, uoniam eandem habent basim [prop. 10], et alti-

---

1) τὸ ἐν ... ἐγγεγραμμένον? (lin. 4—5); cfr. p. 495 not. 1.

2) H. e. sphaeroides segmento coni, et rectangulum

$$ZH \times \Xi\Delta$$

ectangulo $B\Theta \times \Xi\Delta$ (nam $ZH = 4B\Theta$).

3) τὸ ἐν ... ἐγγεγραμμένον? (lin. 18); cfr. not. 1.

4) Quare segmentum maius sphaeroidis ad segmentum coni inori inscriptum eam habet rationem, quam

$$ZH \times \Xi\Delta - ZE \times E\Delta : BE \times E\Delta \text{ (Eucl. V, 22).}$$

d quae sequuntur uerba: δεδείκται γάρ lin. 20 ad ποτὶ τὰν E lin. 21, subditiua sunt. nam, si opus essent, adiicienda rant p. 494, 26; cfr. p. 489 not. 2.

5) τό ... ἐγγεγραμμένον? (lin. 22 et lin. 23—24); cfr. not. 1. erum semel seruatum est p. 498, lin. 5.



